Сведения о выполненных работах и
полученных научных результатах в 2023 году

по проекту **«Алгебры и коалгебры инцидентности, их автоморфизмы и дифференцирования»**,
поддержанному Российским научным фондом

Соглашение № 23-21-00375

Руководитель: д-р физ.-мат. наук Крылов Пётр Андреевич

В рамках исполнения проекта проводились работы по изучению автоморфизмов и дифференцирований алгебр и коалгебр инцидентности. В результате первого года выполнения работ были получены следующие результаты:

1. Доказано, что группа автоморфизмов Aut (I(X,R)) алгебры инцидентности I(X,R) является полупрямым произведением нормальной подгруппы внутренних автоморфизмов и подгруппы диагональных автоморфизмов.

2. На основе результата, указанного в п. 1, найдено несколько изоморфизмов и полупрямых разложений группы автоморфизмов и группы внешних автоморфизмов алгебры I(X,R). Найдено строение группы внешних автоморфизмов этой алгебры.

3. Установлено, что подгруппа внутренних автоморфизмов предупорядоченного множества X является полупрямым множителем группы Aut X. Доказано, что неразложимость кольца I(X,R) эквивалентна неразложимости кольца R и связности множества X.

4. Для алгебры I(X,R) при некоторых предположениях найдено строение групп Im f и Im f/In Aut L. Также найдено строение некоторой подгруппы диагональных автоморфизмов и некоторой подгруппы группы внешних автоморфизмов Out (I(X,R)).

5. Один из главных результатов формулируется следующим образом. При определенных условиях всякий автоморфизм алгебры I(X,R) является произведением внутреннего, кольцевого, мультипликативного и порядкового автоморфизмов. А сама группа Aut (I(X,R)) может быть записана как полупрямое произведение подгрупп соответствующих автоморфизмов. Найдено также точное строение группы внешних автоморфизмов Out (I(X,R)).

6. Пусть множество X является конечным, связным и частично упорядоченным. Зафиксируем некоторое остовное дерево T графа X. Основной полученный результат о группе мультипликативных автоморфизмов Mult(I(X,R)) утверждает, что подгруппа внутренних мультипликативных автоморфизмов выделяется в ней прямым множителем. А дополнительный множитель состоит из автоморфизмов, действующих тождественно на ребрах дерева T. Используя этот результат вычислена подгруппа внутренних мультипликативных автоморфизмов. Она изоморфна m(X) – c(X) копий группы C(U(R)) (здесь m(X) – количество ребер графа X, c(X) – цикломатическое число графа X, C(U(R)) – центр группы обратимых элементов кольца R).

7. Найдено строение группы автоморфизмов стандартной редуцированной алгебры инцидентности. Помимо внутренних автоморфизмов и некоторых других стандартных автоморфизмов найден ещё один вид автоморфизмы алгебры A. Произвольный автоморфизм этой алгебры представлен в виде композиции указанных автоморфизмов.

8. Пусть даны две T-алгебры инцидентности I(X,R) и I(Y,S). Получен канонический кольцевой гомоморфизм из тензорного произведения этих алгебр в алгебру инцидентности декартова произведения предупорядоченных множеств X и Y над тензорным произведением алгебр R и S. Если X и Y конечны, то получается изоморфизм.