

Сведения о выполненных работах 2020 году  
по проекту **«Эконометрические и вероятностные методы для анализа  
финансовых рынков сложной структуры»**,  
поддержанному Российским научным фондом

Соглашение № 20-61-47043

Руководитель: канд. физ.-мат. наук Пчелинцев Евгений Анатольевич

В ходе выполнения первого этапа проекта развита теория хеджирования азиатских опционов для финансовых рынков Блэка–Шоулса без операционных издержек и в присутствии операционных издержек. Изучено параболическое уравнение, определяющее стоимости опционов и впервые доказана теорема существования и единственности классического решения данного уравнения, которое является вырожденным и не может быть исследовано классическими методами теории уравнений в частных производных. Далее эта стратегия была модифицирована на основе подхода Леланда и применена к финансовым рынкам с операционными издержками. Для полученной стратегии доказана сходимости по вероятности терминального значения портфеля к платежной функции при стремлении к бесконечности числа ревизий финансового портфеля. Далее, на основе метода минимизации дивергенции Кульбака построены и проанализированы последовательные процедуры КУСУМ наискорейшего обнаружения момента изменений параметров динамики финансовых временных рядов при неизвестном распределении после разладок. Построены адаптивные методы выбора моделей для проблемы непараметрической калибровки финансовых рынков, задаваемых скачкообразными семимартингальными процессами в случае, когда наблюдения стоимостей рискованных активов доступны только в дискретные моменты времени. Для разработанных процедур, на основе методов нелинейной теории восстановления, доказаны неасимптотические точные оракульные неравенства. В качестве примеров приводятся семимартингалы со скачкообразными компонентами, определяемыми фрактальными пуассоновскими процессами, широко используемыми в актуарном анализе для описания страховых моделей с памятью. Для статистического анализа диффузионных финансовых рынков были разработаны последовательные методы выбора моделей для адаптивного оценивания непараметрических коэффициентов в моделях рынков по наблюдениям в дискретные моменты времени. Найдены условия на модели рынков, при которых доказаны неасимптотические точные оракульные неравенства. Разработаны адаптивные методы выбора моделей для задач непараметрической калибровки финансовых рынков, определяемых процессами Леви - Орнштейна - Уленбека с неизвестными распределениями. При этом статистические процедуры построены на основе наблюдений в дискретные фиксированные моменты времени. Проанализирован эффект улучшения неасимптотической среднеквадратической точности равномерно по частоте поступления наблюдений. Найдены условия на модель рынка, при которых доказывается оптимальность предложенных статистических процедур в смысле неасимптотических точных оракульных неравенств. Затем эти процедуры применены к задачам оценивания для

финансовых рынков, определяемых системами больших данных (Big Data), т.е. в которых число неизвестных параметров модели существенно превосходит число наблюдений. Для таких моделей впервые построены эффективные оценки, не использующие ни параметрическую размерность, ни условие разреженности модели, ограничивающие число ненулевых параметров. Развита и обобщена методика Пинскера малого параметра для анализа эффективности статистического оценивания финансовых рынков, определяемых процессами Леви. Развита и исследована методика построения аппроксимаций решений обратных стохастических уравнений, основанных на уравнениях Калмановской фильтрации и одношаговых оценках максимального правдоподобия. В технической части проекта выполнено обобщение методики статистического анализа скачкообразных изменений статистических характеристик быстро флуктуирующих гауссовских случайных процессов в условиях многопараметрической априорной неопределенности и наличия сингулярностей различных типов. Найдена асимптотика вероятности разорения в модели Лундберга с двусторонними экспоненциальными распределениями скачков процесса деловой активности компании при инвестициях в рисковый актив с ценой, заданной геометрическим броуновским движением. Получены достаточные условия гладкости вероятности разорения. Изучена асимптотика вероятности разорения в модели Спарре Андерсена с инвестициями, когда процесс деловой активности компании - обобщенный процесс восстановления со сносом, а цена актива - геометрический процесс Леви. Получена асимптотика вероятности разорения в модели Лундберга при инвестициях в рисковый актив с ценой, заданной условным геометрическим броуновским движением (модель со стохастической волатильностью, переключения которой осуществляются марковским процессом с двумя состояниями). Для функционала от обобщенного процесса Орнштейна-Уленбека, частным случаем которого является вероятность разорения, получено интегро-дифференциальное уравнение в частных производных, понимаемое в вязкостном смысле. Доказана теорема единственности решения краевой задачи. В задаче оптимальной торговли портфелем, динамика цены которого описывается многомерным процессом Орнштейна-Уленбека, найдены явные формулы для оптимального управления в терминах решения матричного уравнения Рикатти. Исследованы случаи, при которых матричное уравнение допускает явное решение. Для всех таких случаев были даны экономические интерпретации. Доказано, что функция цены имеет минимум, если активы некоррелированы. Дано экономическое обоснование этого эффекта. Предложен подход анализа чувствительности параметров на основе дифференциальных уравнений. Разработаны квазианалитические методы расчета цен барьерных опционов в модели CEV и CIR с переменными по времени коэффициентами. Разработана концепция построения детерминированных моделей трехстороннего рынка моно- и олигополистической структуры, для двух конкретных случаев (двусторонняя монополия и олигополия с горизонтальной дифференциацией товара и контента) проведен анализ множества равновесий Нэша, возникающих в стационарных состояниях моделей рекламной динамики. Изучены взаимосвязи между ценой биткойнов и хешрейтом путем выявления влияния энергоэффективности оборудования для майнинга биткойнов, деление биткойнов и структурных сдвигов на

динамику цен. Обнаружена значимая коинтеграционная взаимосвязь между ценой биткойна и хешрейтом. Осуществлена проверка способности данных Google Trends прогнозировать количество новых ежедневных случаев и смертей от COVID-19 с использованием набора данных по 158 странам. Отслеживание в реальном времени с онлайн-данными - один из инструментов, который можно использовать для удержания ситуации под контролем, когда национальные блокировки сняты, а экономика постепенно восстановится. Исследовано влияние доходности государственных казначейских облигаций США на доходность взаимных фондов относительно рыночного индекса. В выборке представлены 376 американских фондов за 12 лет наблюдений (2006–2017) по данным из Bloomberg и узкоспециализированной базы CRSP. На соответствующих панельных данных построена модель с фиксированными индивидуальными эффектами. Построен новый интегральный индикатор в условиях дифференцированной ценности исходных переменных. На его основе проведено ранжирование 103 стран мира по качеству жизни населения, а также по части наблюдений рассчитана десятилетняя динамика.