

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан  
Л.В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

**Методы оптимизации и вариационное исчисление для предиктивного  
моделирования**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Моделирование и цифровые двойники**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Магистр**

Год приема  
**2025**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
Е.И. Гурина

Председатель УМК  
Е.А. Тарасов

Томск – 2025

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ОПК-2 Способен строить и анализировать математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении.

ПК-1 Способен разрабатывать и внедрять цифровые двойники, используя современные технологии, методы и инструменты, с учетом технических требований заказчика и специфики моделируемых объектов и процессов.

ПК-2 Способен проводить тестирование, валидацию и анализ данных цифровых двойников для обеспечения их корректной работы, оптимизации процессов и принятия решений.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИОПК 1.2 Анализирует актуальные и значимые проблемы математики и существующие подходы к их решению.

ИОПК 2.1 Анализирует, выбирает и обосновывает математические модели для решения задач в области современного естествознания, техники, экономики и управления.

ИОПК 2.2 Разрабатывает новые и/или адаптирует/совершенствует математические модели для задач современного естествознания, техники, экономики и управления под руководством более квалифицированного работника.

ИПК 1.1 Анализирует и выбирает современные технологии, методы и инструменты для проектирования и разработки цифровых двойников с учетом специфики решаемых задач.

ИПК 1.3 Разрабатывает математические модели и алгоритмы для создания математической основы цифровых двойников изделий и технических систем.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить аппарат вариационного исчисления и оптимального управления и сформировать прочные теоретические знания и практические навыки.

– Научиться применять понятийный аппарат вариационного исчисления и оптимального управления и практические навыки для решения практических и исследовательских задач профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.  
Дисциплина входит в модуль Математика Digital Twins.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Первый семестр, зачет

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, геометрия, алгебра, дифференциальные уравнения, функциональный анализ.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:  
-лекции: 16 ч.

-практические занятия: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. **Экстремальные задачи.** Задачи безусловной оптимизации. Гладкие конечномерные задачи с равенствами и неравенствами. Принцип Лагранжа в теории экстремальных задач. Производные по Гато и Фреше.

Тема 2. **Вариационное исчисление.** Основная задача вариационного исчисления. Задача Больца. Задача Лагранжа. Необходимые условия экстремума (уравнение Эйлера).

Тема 3. **Оптимальное управление.** Простейшая задача оптимального управления. Необходимые условия оптимальности (принцип максимума Понтрягина). Уравнение Гамильтона-Якоби-Беллмана.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, выполнения домашних заданий, коллоквиума и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет запланирован в первом семестре. Студент, имеющий зачет по всем контрольным работам курса и сдавший коллоквиум на положительную оценку, получает зачет.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=38223>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План лекционных и практических занятий по дисциплине.

г) Методические указания по проведению практических занятий.

д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

– В.М. Алексеев, В.М. Тихомиров, С.В. Фомин, Оптимальное управление: учебное пособие. 3-е изд., испр. и доп., М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 408 с.

– С.А. Ашманов, А.В. Тимохов, Теория оптимизации в задачах и упражнениях: учебное пособие. 2-е изд., стер., СПб: Лань, 2022. - 448 с.

– Ф.П. Васильев, Методы оптимизации: учебное пособие. Часть 1: Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование. М.: МЦНМО, 2021. - 619 с.

– В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров, Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп., М: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 256 с.

б) дополнительная литература:

– Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин, Оптимальное управление: монография. М.: МЦНМО, 2008. - 320 с.

– А.В. Пантелеев, Вариационное исчисление в примерах и задачах: учебное пособие. М.: Высшая школа, 2006. – 271 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– Архив научных журналов – <https://arch.neicon.ru/xmlui/>

– Национальная электронная библиотека – <https://rusneb.ru/>

– База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <https://infoneeds.kubsu.ru/infoneeds/>

– Открытый образовательный видеопортал UniverTV.ru. Лекции в ведущих российских и зарубежных вузах – <http://univertv.ru/video/matematika/>

– Учебно-образовательная физико-математическая библиотека – <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

### **13. Перечень информационных технологий**

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);  
– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

## **15. Информация о разработчиках**

Пчелинцев Валерий Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры  
математического анализа и теории функций ММФ ТГУ