

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Введение в математику

по направлению подготовки

10.03.01 Информационная безопасность

Направленность (профиль) подготовки:
Безопасность компьютерных систем

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
В.Н. Тренькаев

Председатель УМК
С.П. Сущенко

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-3 Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности..

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин, которые обеспечивают возможность решения задач профессиональной деятельности.

ИОПК-3.2 Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольные задания.

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости и проверки контрольных заданий. При оценивании необходимо продемонстрировать достижение всех запланированных индикаторов достижения компетенций.

Примерный перечень типовых контрольных заданий:

Тема Алгебра высказываний

1. Построить таблицу истинности для заданной формулы.

2. Что верно для следующей теоремы:

1) А является необходимым условием для В;

2) В является необходимым условием для А;

3) А является достаточным условием для В;

4) В является достаточным условием для А:

Теорема. Пусть верно А. Тогда верно В.

Тема Алгебра предикатов

1. Доказать с помощью эквивалентных преобразований:

$$(P \Rightarrow \forall x Q(x)) = \forall x (P \Rightarrow Q(x))$$

2. Доказать с помощью логических рассуждений:

$$(\exists x P(x)) \Rightarrow Q = \forall x (P(x) \Rightarrow Q)$$

Тема Отношения

1. Пусть $\alpha, \beta, \gamma \subseteq A^2$. Доказать: $\forall \alpha, \beta, \gamma ((\alpha \cap \beta) \gamma \subseteq \alpha \gamma \cap \beta \gamma)$.

2. Пусть $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $\alpha \subseteq A^2$, $\alpha = \{12, 13, 32, 42, 44\}$. Построить M_α , G_α ; найти α^{-1} , α^2 , транзитивное замыкание α (задать любым способом: матрицей, графом, перечислением).

3. Пусть $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$. Отношения α и β заданы перечислением: $\alpha = \{a2, a3, b1, b4, c1, c3, c4, d2, d4, e2\}$, $\beta = \{41, 42\}$.

3.1. Построить матрицы и графы отношений α и β .

3.2. Построить обращение α^{-1} , произведения $\alpha\beta$ и β^2 , транзитивное замыкание отношения β , задать все эти отношения матрицами и графами.

- 3.3. Является ли отношение β рефлексивным? Симметричным? Антисимметричным? Транзитивным? Ответы обосновать.
- 3.4. Является ли β отношением эквивалентности? Ответ обосновать; если является — построить фактор-множество B/β .
- 3.5. Является ли β отношением порядка? Ответ обосновать; если является — построить для него диаграмму Хассе.
- 3.6. Является ли какое-либо из отношений α, β отображением? Если да, то является ли оно сюръективным, инъективным, биективным? Ответы обосновать.
- 3.7. Если ответы на вопросы 4 и/или 5 отрицательные, то привести пример(ы) отношения эквивалентности и/или порядка на множестве B , построить для них соответственно фактор-множество и диаграмму Хассе.

Тема Подстановки

Даны подстановки f и g на множестве $\{1, 2, \dots, 9\}$.

1. Разложить подстановки f и g в произведения независимых циклов и в произведения транспозиций; выписать все инверсии; определить чётность подстановок.
2. Построить f^{-1}, g^{-1}, fg .

Критерии оценивания:

Результаты контрольного задания определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все вопросы и все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные ответы на почти все (больше 70%) вопросы и почти все (больше 70%) задачи решены без ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные ответы на большинство (больше 51%) вопросов и большинство (больше 51%) задач решены без ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если даны правильные ответы на меньшинство (меньше 50%) вопросов и меньшинство (меньше 50%) задач решены без ошибок.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме устного/письменного зачета по теоретическому материалу с использованием перечня контрольных вопросов. К зачету допускаются студенты успешно прошедшие текущую аттестацию. Каждый контрольный вопрос содержит три темы по разным разделам дисциплины. Во время устного зачета в качестве дополнительных вопросов преподаватель может задавать вопросы по темам, не вошедшим в билет. Схема вопросов экзамена соответствует компетентностной структуре дисциплины. При оценивании необходимо продемонстрировать достижение всех запланированных индикаторов достижения компетенций.

Примерный перечень контрольных вопросов:

Вопрос 1.

1. Переменная и константа. Тип константы и переменной. Числовая и логическая переменные и константы. Вещественная, рациональная, целочисленная, натуральная, k -значная и булева переменные.

2. Свойства симметрической разности: нейтральность пустого, коммутативность, ассоциативность (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах Эйлера – Венна).
3. Отношение эквивалентности: определение на языке логики и равносильное определение с использованием тождественного отношения, отношения равенства и операций обращения и возведения отношения в квадрат. Матрица и граф отношения эквивалентности.

Вопрос 2.

1. Число k -элементных и число всех подмножеств n -элементного множества (с доказательством).
2. Дистрибутивность пересечения относительно симметрической разности (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах Эйлера – Венна).
3. Взаимно однозначное соответствие между эквивалентностями на множестве и разбиениями этого множества: эквивалентность, соответствующая разбиению; смежные классы эквивалентности и их свойства.

Вопрос 3.

1. Индуктивное определение натурального числа; целого числа.
2. Свойства объединения множеств: нейтральность пустого, идемпотентность, коммутативность, ассоциативность (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах).
3. Сравнимость целых чисел по модулю как эквивалентность. Классы вычетов целых чисел по модулю.

Вопрос 4.

1. Индуктивное доказательство утверждения о количестве различных перестановок ряда чисел $1, 2, \dots, n$.
2. Объединение множеств: определение на языке логики, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
3. Число элементов в декартовом произведении конечного числа конечных множеств и в декартовой степени конечного множества (с доказательством).

Вопрос 5.

1. Логические союзы (не; и; или; если, то; если и только если) и соответствующие им операции над высказывательными переменными. Объяснение и запись с их помощью математических понятий: условие (посылка), заключение (следствие), необходимое условие, достаточное условие.
2. Частично упорядоченное (ч. у.) множество, сравнимые и несравнимые элементы, минимальный, максимальный, наименьший и наибольший элементы в ч. у. множестве.
3. Подстановки: цикл, независимые циклы, разложение подстановки в произведение независимых циклов.

Вопрос 6.

1. Свойства пересечения множеств: пересечение с пустым, идемпотентность, коммутативность, ассоциативность (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах).
2. Отношения на наборе множеств. Унарные, бинарные и n -арные отношения.
3. Свойства операций над бинарными отношениями: слабая форма дистрибутивности умножения относительно пересечения, обращение объединения и пересечения (с доказательством на языке логики).

Вопрос 7.

1. Индуктивное определение формулы алгебры высказываний, её подформулы и её значения.
2. Число отношений на наборе конечного числа конечных множеств и n -арных отношений на k -элементном множестве (с доказательством).

3. Диаграмма Хассе конечного частично упорядоченного множества (с примерами).

Вопрос 8.

1. Пересечение множеств: определение на языке логики, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
2. Определение и запись выражения «элементы a, b находятся в бинарном отношении $\square$ ». Способы задания отношений. Матрица и граф бинарного отношения.
3. Рефлексивность бинарного отношения: определения на языке логики и с использованием тождественного отношения (с доказательством равносильности). Проверка этого свойства на графе и матрице отношения. Примеры рефлексивного и нерефлексивного отношений.

Вопрос 9.

1. Разность множеств: определение на языке логики, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
2. Теоретико-множественные операции (дополнение, пересечение, объединение, разность, симметрическая разность) над бинарными отношениями и их выполнение на графах и матрицах.
3. Симметричность бинарного отношения: определения на языке логики и с использованием тождественного отношения (с доказательством равносильности). Проверка этого свойства на графе и матрице отношения. Примеры симметричного и несимметричного отношений.

Вопрос 10.

1. Предикатно-субъектная структура высказывания. Кванторы существования и общности.
2. Обращение и произведение бинарных отношений: определение на языке логики, обозначение и их выполнение на графах. Степень бинарного отношения на множестве.
3. Антисимметричность бинарного отношения: определения на языке логики и с использованием тождественного отношения (с доказательством равносильности). Проверка этого свойства на графе и матрице отношения. Примеры антисимметричного и неантисимметричного отношений.

Вопрос 11.

1. Индуктивное определение формулы алгебры предикатов, её подформулы. Свободные и связанные переменные в формуле. Замкнутая формула.
2. Связь между операциями объединения и пересечения множеств: законы поглощения и дистрибутивности (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах Эйлера – Венна).
3. Транзитивность бинарного отношения: определения на языке логики и с использованием операции возведения отношения в квадрат (с доказательством равносильности). Проверка этого свойства на графе отношения. Примеры транзитивного и нетранзитивного отношений.

Вопрос 12.

1. Свойства кванторов (с доказательством): коммутативность одноимённых кванторов, вынесение относительной константы из-под знака квантора.
2. Транзитивное замыкание бинарного отношения: определение, обозначение и выполнение на графе.
3. Доказать существование минимальных и максимальных элементов в конечном частично упорядоченном множестве.

Вопрос 13.

1. Свойства кванторов (с доказательством): дистрибутивность квантора существования (общности) относительно дизъюнкции (соответственно конъюнкции).
2. Дополнение универсального и пустого множеств, инволютивность дополнения, объединение и пересечение множества с его дополнением.
3. Отображение: определение, запись, граф, матрица и таблица отображения. Свойство функциональности отображения.

Вопрос14.

1. Свойства кванторов (с доказательством): законы де Моргана, выражения кванторов через дизъюнкции и конъюнкции на конечной предметной области.
2. Дополнения объединения и пересечения множеств (законы де Моргана).
3. Разбиение множества. Блоки (классы) разбиения.

Вопрос15.

1. Способы задания множеств: перечислением, характеристическим свойством, аналитически, определением по индукции. Равенство множеств: определение и способ доказательства.
2. Транзитивное замыкание на n -элементном множестве как объединение степеней отношения с показателем не выше n . Вычисление транзитивного замыкания по его матрице.
3. Интервал в частично упорядоченном множестве. Количество интервалов в множестве булевых векторов длины n .

Вопрос16.

1. Подмножество, собственное и несобственное подмножества: определения на языке логики, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
2. Законы де Моргана для разности, объединения и пересечения множеств (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах Эйлера – Венна).
3. Инъективное, сюръективное и биективное отображения: определения и их графы и матрицы; примеры.

Вопрос17.

1. Кортёж; компонента (координата), длина кортежа; равенство кортежей; проекция кортежа; кортеж над множеством.
2. Свойства операций над бинарными отношениями: правило обращения произведения, дистрибутивность умножения относительно объединения (с доказательством на языке логики).
3. Обратимость отображения и обратное отображение. Биективность отображения как необходимое и достаточное условие его обратимости.

Вопрос18.

1. Формы (формулы). Свободные и связанные переменные в форме. Аридность (местность) формы. Значение и тип формы. Равенство (равносильность) форм.
2. Отношение включения между множествами и его свойства: включение пустого, рефлексивность, антисимметричность, транзитивность (с доказательством и иллюстрацией на диаграммах).
3. Число кортежей длины n над k -элементным множеством (с доказательством).

Вопрос19.

1. Взаимно обратные теоремы, взаимно противоположные теоремы, закон контрапозиции.
2. Отношение (частичного) порядка: определение на языке логики и равносильное определение с использованием тождественного отношения, отношений включения и равенства и операций обращения, пересечения и возведения отношения в квадрат. Граф отношения порядка.

3. Подстановки: определение, запись подстановки, множество S_n , его мощность, произведение и обращение подстановок.

Вопрос 20.

1. Свойства операций $\neg$, $\wedge$, $\vee$ над высказывательными переменными (с доказательствами): инволютивность (отрицания), идемпотентность, коммутативность, ассоциативность (конъюнкции, дизъюнкции).
2. Отношение эквивалентности: образующие смежных классов; фактор-множество по эквивалентности; главная теорема математики.
3. Транспозиции, разложение цикла в произведение транспозиций. Инверсии, чётные и нечётные подстановки.

Вопрос 21.

1. Универсальное множество (универсум). Пересечение и объединение множества с универсальным. Дополнение множества (до универсального): определение, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
2. Обращение бинарного отношения и транспонирование его матрицы. Произведение бинарных отношений и логическое умножение булевых матриц.
3. Теорема об умножении подстановки на транспозицию.

Вопрос 22.

1. Декартово (прямое, картезианское) произведение множеств. Декартова степень множества.
2. Образ и прообраз при отображении. Количество всех отображений n -элементного множества в k -элементное множество.
3. Следствия теоремы об умножении подстановки на транспозицию: альтернативное определение чётности подстановки; количество чётных подстановок; чётность обратной подстановки.

Вопрос 23.

1. Симметрическая разность множеств: два определения и их равносильность — как объединение разностей и как разность объединения и пересечения, демонстрация диаграммами Эйлера – Венна.
2. Свойства операций над бинарными отношениями: некоммутативность и ассоциативность умножения, инволютивность обращения, коммутативность обращения с дополнением (с доказательством на языке логики).
3. Доказать: если в частично упорядоченном множестве существует наименьший (наибольший) элемент, то он единственный и совпадает с минимальным (максимальным).

Результаты зачета определяются оценками «зачтено», «не зачтено»:

оценка «зачтено» ставится, если студент овладел обязательным теоретическим материалом по разделам лекционного курса, возможно с некоторыми недостатками, а также показал требуемые умения и навыки при выполнении контрольных заданий.

оценка «не зачтено» ставится, если студент имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и/или не показал требуемые умения и навыки при выполнении контрольных заданий.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Примерный перечень контрольных вопросов для проверки остаточных знаний (при оценивании необходимо продемонстрировать достижение всех запланированных индикаторов достижения компетенций):

1. Переменная и константа. Виды константы и переменной.

2. Свойства симметрической разности.
3. Отношение эквивалентности: определение.
4. Число k -элементных и число всех подмножеств n -элементного множества.
5. Дистрибутивность пересечения относительно симметрической разности.
6. Взаимно однозначное соответствие между эквивалентностями на множестве и разбиениями этого множества.
7. Индуктивное определение натурального числа, целого числа.
8. Свойства объединения множеств.
9. Сравнимость целых чисел по модулю как эквивалентность.
10. Объединение множеств: определение.
11. Логические союзы (не; и; или; если, то; если и только если).
12. Частично упорядоченное множество.
13. Разложение подстановки в произведение независимых циклов
14. Свойства пересечения множеств.
15. Унарные, бинарные и n -арные отношения.
16. Свойства операций над бинарными отношениями.
17. Индуктивное определение формулы алгебры высказываний
18. Диаграмма Хассе конечного частично упорядоченного множества
19. Пересечение множеств: определение.
20. Рефлексивность бинарного отношения.
21. Разность множеств: определение.
22. Теоретико-множественные операции.
23. Симметричность бинарного отношения.
24. Кванторы существования и общности.
25. Обращение и произведение бинарных отношений.
26. Антисимметричность бинарного отношения.
27. Индуктивное определение формулы алгебры предикатов.
28. Связь между операциями объединения и пересечения множеств.
29. Транзитивность бинарного отношения.
30. Свойства кванторов.
31. Транзитивное замыкание бинарного отношения.

Информация о разработчиках

Тренькаев Вадим Николаевич, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры компьютерной безопасности НИ ТГУ.