

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан ММФ

Л.В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

Теория полей

по направлению подготовки

01.04.01 Математика

Направленность (профиль) подготовки :
Фундаментальная математика

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2023, 2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
П.А. Крылов

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

2. Задачи освоения дисциплины

– Владеть основными понятиями и результатами теории абелевых групп, а также приёмами и методами доказательства её теорем (ИОПК 1.1).

– Освоить навыки работы с профессиональной литературой по теории абелевых групп; уметь осуществлять сбор, обработку, анализ и систематизацию научно-методической информации по данной дисциплине (ИПК 1.1).

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Третий семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Алгебра», «Дополнительные главы алгебры», «Теория колец», «Теория множеств».

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. **Введение.** Бинарные отношения и их свойства. Частично упорядоченные множества. Линейно упорядоченные множества. Область определения и область значений бинарного отношения. Лемма Куратовского – Цорна. Функции, образы и прообразы (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 2. **Основные алгебраические структуры.** Бинарные операции и их свойства. Абелевы группы. Коммутативные кольца с единицей. Критерии подгруппы, подкольца, подполя. Идеалы колец. Кольцевые гомоморфизмы. Бинарные операции на фактормножестве. Поле частных (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 3. **Линейные пространства.** Понятие линейного пространства. Линейная зависимость и независимость. Базис линейного пространства. Эквивалентные определения базиса. Существование базиса. Равномощность базисов. Степень расширения поля. Конечные расширения (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 4. **Многочлены.** Кольцо многочленов. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Неприводимые многочлены. Наибольший общий делитель двух многочленов. Взаимно простые многочлены (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 5. **Расширения полей.** Алгебраические и трансцендентные элементы расширений. Простые расширения. Алгебраические расширения. Алгебраически замкнутые поля и их характеристические свойства. Алгебраическое замыкание, его существование и единственность (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 6. **Алгебраическая зависимость и независимость.** Понятие алгебраической независимости. Алгебраический базис расширения поля. Эквивалентные определения алгебраического базиса. Существование алгебраического базиса. Равномощность алгебраических базисов. Степень трансцендентности расширения поля. Поле разложения многочлена (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Тема 7. **Сепарабельность.** Конечные поля. Автоморфизмы поля конечной характеристики. Существование и единственность поля из p^n элементов. Мультипликативная группа конечного поля. Сепарабельные многочлены. Совершенные поля (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости и индивидуального задания и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Индивидуальное задание представляет собой научно-историческое эссе по одной из тем дисциплины и позволяет оценить сформированность индикаторов ИОПК 1.1 и ИПК 1.1.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен проводится по билетам в письменной форме с устной защитой. Билет состоит из двух теоретических вопросов (ИОПК 1.1, ИПК 1.1).

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Поле частных.
2. Линейная зависимость и независимость.
3. Простые поля.
4. Неприводимые многочлены и алгебраические элементы.
5. Простые алгебраические расширения.
6. Простые трансцендентные расширения.
7. Алгебраические расширения.
8. Алгебраическая замкнутость.
9. Дальнейшие свойства алгебраически замкнутых полей.
10. Алгебраическая зависимость.
11. Алгебраический базис.
12. Поле разложения.
13. Конечные поля.
14. Сепарабельность.

Пример задачи

1. Покажите, что множество элементов поля P , неподвижных относительно некоторого автоморфизма этого поля, является подполем в P .

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

Критерии оценивания результатов обучения			
Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Студент не может подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования ни самостоятельно, ни под руководством более опытного математика. Студент не обладает знаниями в области теории полей, не знает простейших определений и теорем.	Студент может подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования только под руководством более опытного математика. Студент обладает поверхностными знаниями в области теории полей. Знает некоторые определения и теоремы из указанной области.	Студент может самостоятельно подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования под руководством более опытного математика. Студент обладает достаточным объёмом знаний в области теории полей, чтобы приступить к исследованиям в этой области под руководством более опытного математика.	Студент может самостоятельно подбирать и обрабатывать литературу по выбранной теме исследования. Студент имеет глубокие знания в области теории полей, способен применять полученные знания для проведения самостоятельных исследований.

Указанная в таблице оценка может быть снижена на один балл, если оценка студента за индивидуальное задание не превышает «удовлетворительно».

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «LMS IDo» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=12889>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План практических занятий по дисциплине:

Тема	Количество часов
Тема 1. Введение. Бинарные отношения и их свойства. Частично упорядоченные множества. Линейно упорядоченные множества. Область определения и область значений бинарного отношения. Лемма Куратовского – Цорна. Функции, образы и прообразы.	2
Тема 2. Основные алгебраические структуры. Бинарные операции и их свойства. Абелевы группы. Коммутативные кольца с единицей. Критерии подгруппы, подкольца, подполя. Идеалы колец. Кольцевые гомоморфизмы. Бинарные операции на фактормножестве. Поле частных.	4
Тема 3. Линейные пространства. Понятие линейного пространства. Линейная зависимость и независимость. Базис линейного пространства. Эквивалентные определения базиса. Существование базиса. Равномощность базисов. Степень расширения поля. Конечные расширения.	6
Тема 4. Многочлены. Кольцо многочленов. Деление многочленов с остатком. Теорема Безу. Неприводимые многочлены. Наибольший общий делитель двух многочленов. Взаимно простые многочлены.	4

Тема 5. Расширения полей. Алгебраические и трансцендентные элементы расширений. Простые расширения. Алгебраические расширения. Алгебраически замкнутые поля и их характеристические свойства. Алгебраическое замыкание, его существование и единственность.	6
Тема 6. Алгебраическая зависимость и независимость. Понятие алгебраической независимости. Алгебраический базис расширения поля. Эквивалентные определения алгебраического базиса. Существование алгебраического базиса. Равномощность алгебраических базисов. Степень трансцендентности расширения поля. Поле разложения многочлена.	4
Тема 7. Сепарабельность. Конечные поля. Автоморфизмы поля конечной характеристики. Существование и единственность поля из p^n элементов. Мультипликативная группа конечного поля. Сепарабельные многочлены. Совершенные поля.	6

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. СПб.: Лань, 2004. – 623 с.
2. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра. СПб.: Лань, 2022. – 608 с.
3. Крылов П.А., Туганбаев А.А., Чехлов А.Р. Упражнения по группам, кольцам и полям. Томск: ТГУ, 2008. – 482 с.

б) дополнительная литература:

1. Бурбаки Н. Алгебра. Т. 2. – М.: Наука, 1965. – 300 с.
2. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч. 3. М.: Физматлит, 2000. – 271 с.
3. Ленг С. Алгебра. – М.: Мир, 1968. – 564 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– Журнал «Вестник Томского государственного университета. Математика и механика» – <http://journals.tsu.ru/mathematics/>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –

<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –

<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Тимошенко Егор Александрович, доктор физико-математических наук, доцент,
кафедра алгебры, профессор