

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан физического факультета
С.Н. Филимонов

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

по направлению подготовки

09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль) подготовки:

Цифровая астрономия и геоинформационные системы

Форма обучения

Очная

Квалификация

Инженер-разработчик информационных технологий

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
О.М. Сюсина

Председатель УМК
О.М. Сюсина

Томск – 2025

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины (модуля)

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Результатами обучения дисциплины являются:

ООПК 1.1 – Знает высшую математику, методы математического анализа и аналитической геометрии, теорию вероятностей, математическую статистику, вычислительную математику

ООПК 1.2 – Умеет решать задачи профессиональной деятельности с применением математических методов анализа, моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

2. Задачи освоения дисциплины

- знать базовую терминологию, относящуюся к дискретной математике, а также основные принципы использования аппарата дискретной математики.
- знать базовые дискретные модели и их свойства, а так же особенности их использования
- знать принципы использования методов и моделей дискретной математики в других дисциплинах и прикладных задачах
- уметь применять методы дискретной математики для решения практических задач.

3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, входит в модуль по выбору «Информационные технологии в науке и образовании. Блок 1.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Семестр 5, зачет.

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 час, из которых:

- лекции: 32 ч.;
- практические занятия: 16 ч.;

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам

Тема 1. Функции алгебры логики (Булевы функции). Табличное представление булевых функций. Элементарные функции. Формулы над множеством элементарных функций. Существенные и фиктивные переменные. Равенство функций и эквивалентность формул. Основные тождества алгебры логики. Операции поглощения и склеивания.

Тема 2. Принцип двойственности. Теорема о двойственной функции. Разложение функции по подмножеству переменных. Частные случаи разложения по одной и всем переменным.

Тема 3. Полнота и замкнутость. Теорема о полной системе. Определение замыкания. Свойства замыканий. Определение замкнутого класса. Свойства замкнутых классов, сохраняющих константы. Замкнутый класс самодвойственных функций и его свойства. Сравнимые наборы. Замкнутый класс монотонных функций и его свойства. Полином Жегалкина. Теорема о единственности полинома для функции. Линейный полином. Замкнутый класс линейных функций и его свойства. Теорема о необходимых и достаточных условиях полноты систем булевых функций. Теорема о числе функций полных систем. Функции k -значной логики (определение, табличное задание)

Тема 4. Минимизация ДНФ. Теорема о числе ДНФ функций n переменных. Определения минимальной и кратчайшей ДНФ. Геометрическая интерпретация булевой функции (n -мерный куб, матрица в коде Грея). Определение интервала. Свойства интервала. Допустимый и максимальный интервалы. Покрытие множества единичных наборов функции интервалами. Кратчайшее и минимальное покрытия. Импликанта, простая импликанта, их свойства. Сокращенная ДНФ. Теорема Квайна о сокращенной ДНФ. Тройичные векторы и операции над ними. Алгоритм Квайна-МакКласки построения сокращенной ДНФ. Таблица Квайна и ее кратчайшие и минимальные покрытия. Теорема Блейка. Алгоритм Блейка построения сокращенной ДНФ. Общая схема построения минимальных и кратчайших ДНФ. Минимизация частичных булевых функций. Реализация частичной функции. Допустимый и максимальный интервалы частичной функции. Сокращенная ДНФ и ее построение. Построение минимальной и кратчайшей реализации частичной функции по таблице Квайна.

Тема 5. Комбинационные дискретные устройства. Представление о дискретном устройстве. Комбинационные и последовательностные дискретные устройства. Структура и поведение комбинационных дискретных устройств. Задача анализа. Задачи синтеза: синтез в базисе ДНФ.

Тема 6. Элементы теории автоматов. Определение автомата. Его представление таблицами переходов-выходов. Диаграммы переходов. Полностью определенные и частичные автоматы. Автономные автоматы, автоматы без выходов, комбинационные автоматы, автоматы Мили, Мура. Триггеры. Канонические уравнения и их получение. Формальные языки и настроенные диаграммы. Конечно-автоматные языки и операции над ними. Замкнутость конечно-автоматных языков.

Тема 7. Основные понятия теории графов. Определения простого, общего, ориентированного графов. Смежность вершин и ребер. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях и ее следствие. Матрицы смежности и инцидентности. Связность графов. Операции объединения и соединения графов. Простейшие типы графов.

Тема 8. Маршрут, цепь, простая цепь, цикл. Определение связности графов с использованием понятия простой цепи. Диаметр и обхват графа. Радиус и центры графа. Разделяющее множество, разрез, мост. Лемма о существовании цикла в графе. Эйлеров граф. Теорема о необходимых и достаточных условиях графа быть Эйлеровым. Алгоритм Флери построения Эйлерова цикла. Ормаршрут, орцепь, простая орцепь, орцикл. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака. Деревья и их свойства. Остовное дерево. Циклический ранг графа. Плоские и планарные графы. Примеры непланарных графов. Гомеоморфные графы. Операция стягивания вершин в графе. Две теоремы о необходимых и достаточных условиях непланарности графов. Толщина графа. Теорема об укладке

графа в трехмерном пространстве. Жорданова кривая. Определение грани плоского графа. Теорема Эйлера о соотношении вершин, ребер и граней в плоском графе. Теорема о степени вершины в плоском графе. Раскраска вершин графов. Правильная раскраска. Хроматическое число. Теоремы о раскраске произвольного графа. Теорема о раскраске плоского графа в 6 цветов. Теорема о 5 красках. Алгоритм минимальной раскраски.

Тема 9. Сети. Определение сети. Изоморфизм сетей. Исток и сток в сети. Последовательное и параллельное соединение сетей. Алгоритм Дейкстры. Потоки в сетях. Определение потока. Величина потока. Сечение и простое сечение. Пропускная способность простого сечения. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона поиска максимального потока в сети.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения коллоквиума по лекционному материалу тем 1-4, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и практическое задание. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

Вопрос 1. Элементарные функции. Формулы над множеством элементарных функций.

Вопрос 2. Существенные и фиктивные переменные.

Вопрос 3. Основные тождества алгебры логики..

Вопрос 4. Теорема о двойственной функции.

Вопрос 5. Разложение функции по подмножеству переменных.

Вопрос 6. Частные случаи разложения по одной и всем переменным.

Вопрос 7. Теорема о полной системе.

Вопрос 8. Определение замыкания. Свойства замыканий. Определение замкнутого класса.

Вопрос 9. Свойства замкнутых классов, сохраняющих константы.

Вопрос 10. Замкнутый класс самодвойственных функций и его свойства.

Вопрос 11. Замкнутый класс монотонных функций и его свойства.

Вопрос 12. Полином Жегалкина. Теорема о единственности полинома для функции.
Линейный полином.

Вопрос 13. Замкнутый класс линейных функций и его свойства.

Вопрос 14. Теорема о необходимых и достаточных условиях полноты систем булевых функций.

Вопрос 15. Теорема о числе функций полных систем.

Вопрос 16. Функции k -значной логики (определение, табличное задание)

Вопрос 17. Теорема о числе ДНФ функций n переменных.

Вопрос 18. Определения минимальной и кратчайшей ДНФ.

Вопрос 19. Геометрическая интерпретация булевой функции (n -мерный куб, матрица в коде Грея).

Вопрос 20. Определение интервала. Свойства интервала. Допустимый и максимальный интервалы.

Вопрос 21. Покрытие множества единичных наборов функции интервалами. Кратчайшее и минимальное покрытие.

Вопрос 22. Импликанта, простая импликанта, их свойства. Сокращенная ДНФ.

Вопрос 23. Теорема Квайна о сокращенной ДНФ.

Вопрос 24. Алгоритм Квайна-МакКласки построения сокращенной ДНФ.

Вопрос 25. Таблица Квайна и ее кратчайшие и минимальные покрытия.

- Вопрос 26. Теорема Блейка. Алгоритм Блейка построения сокращенной ДНФ.
- Вопрос 27. Минимизация частичных булевых функций. Реализация частичной функции. Допустимый и максимальный интервалы частичной функции.
- Вопрос 28. Сокращенная ДНФ и ее построение.
- Вопрос 29. Построение минимальной и кратчайшей реализации частичной функции по таблице Квайна.
- Вопрос 30. Комбинационные и последовательностные дискретные устройства.
- Вопрос 31. Синтез в базисе ДНФ.
- Вопрос 32. Определение автомата. Его представление таблицами переходов-выходов. Диаграммы переходов.
- Вопрос 33. Классификация автоматов: полностью определенные и частичные автоматы. автономные автоматы, автоматы без выходов, комбинационные автоматы, автоматы Мили, Мура.
- Вопрос 34. Триггеры.
- Вопрос 35. Канонические уравнения и их получение.
- Вопрос 36. Формальные языки и настроенные диаграммы.
- Вопрос 37. Конечные автоматы и операции над ними. Замкнутость конечных автоматов.
- Вопрос 38. Определения простого, общего, ориентированного графов.
- Вопрос 39. Смежность вершин и ребер. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях и ее следствие.
- Вопрос 40. Матрицы смежности и инцидентности.
- Вопрос 41. Связность графов. Операции объединения и соединения графов.
- Вопрос 42. Простейшие типы графов.
- Вопрос 43. Маршрут, цепь, простая цепь, цикл. Определение связности графов с использованием понятия простой цепи.
- Вопрос 44. Диаметр и обхват графа. Радиус и центры графа.
- Вопрос 45. Разделяющее множество, разрез, мост.
- Вопрос 46. Лемма о существовании цикла в графе.
- Вопрос 47. Эйлеров граф. Теорема о необходимых и достаточных условиях графа быть Эйлеровым.
- Вопрос 48. Алгоритм Флери построения Эйлерова цикла.
- Вопрос 49. Ормаршрут, орцепь, простая орцепь, орцикл.
- Вопрос 50. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака.
- Вопрос 51. Деревья и их свойства. Остовное дерево. Циклический ранг графа.
- Вопрос 52. Плоские и планарные графы. Примеры непланарных графов.
- Вопрос 53. Гомеоморфные графы. Операция стягивания вершин в графе.
- Вопрос 54. Две теоремы о необходимых и достаточных условиях непланарности графов.
- Вопрос 55. Толщина графа. Теорема об укладке графа в трехмерном пространстве.
- <Прос 56. Жорданова кривая. Определение грани плоского графа.
- Вопрос 57. Теорема Эйлера о соотношении вершин, ребер и граней в плоском графе.
- Вопрос 58. Теорема о степени вершины в плоском графе.
- Вопрос 59. Раскраска вершин графов. Правильная раскраска. Хроматическое число.
- Вопрос 60. Теоремы о раскраске произвольного графа. Теорема о раскраске плоского графа в 6 цветов.
- Вопрос 61. Теорема о 5 красках.
- Вопрос 62. Алгоритм минимальной раскраски.
- Вопрос 63. Сети. Определение сети. Изоморфизм сетей. Исток и сток в сети. Последовательное и параллельное соединение сетей
- Вопрос 64. Алгоритм Дейкстры.
- Вопрос 65. Поток в сетях. Определение потока. Величина потока.
- Вопрос 66. Сечение и простое сечение. Пропускная способность простого сечения.

Вопрос 67. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона поиска максимального потока в сети.

Примеры задач:

- Задача 1. Построить совершенные ДНФ и КНФ по таблице истинности..
- Задача 2. Определить существенные и фиктивные переменные по таблице истинности.
- Задача 3. По заданной формуле построить формулы двойственной функции двумя способами: с использованием инверсий, с использованием принципа двойственности.
- Задача 4. По таблице истинности проверить, является ли функция монотонной.
- Задача 5. По заданной формуле получить полином Жегалкина.
- Задача 6. По заданной формуле выяснить, является ли функция, представленная формулой линейной.
- Задача 7. Определить, является ли заданная система полной.
- Задача 8. По предъявленным множествам булевых векторов определить, какие из них являются интервалами.
- Задача 9. Построить сокращенную ДНФ методом Квайна по заданному множеству единичных наборов.
- Задача 10. Построить сокращенную ДНФ методом Блейка по заданной ДНФ.
- Задача 11. По заданной частичной функции построить максимальные интервалы.
- Задача 12. Найти кратчайшую простую цепь между выделенными вершинами связного графа алгоритмом Дейкстры.
- Задача 13. Раскрасить вершины связного графа минимальным числом цветов
- Задача 14. Определить максимальный поток в сети.

Результаты зачета определяются на основании письменного ответа, а также результата коллоквиума.

Письменный ответ сопровождается дополнительными вопросами преподавателя. На основании полученных ответов и письменного результата и оценки, полученной за коллоквиум выводится общее заключение о получении зачета.

Результаты коллоквиума определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». Результаты коллоквиума учитываются в той же мере, как и результаты зачета.

Письменный ответ сопровождается дополнительными вопросами преподавателя. На основании полученных ответов и письменного результата выводится общая оценка, как средняя за оба ответа..

11. Учебно-методическое обеспечение

○ Основная литература:

1. Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику/ С. В. Яблонский. – 6-е изд., стер. – М: Высшая школа, 2010 . – 384 с.
2. Иванов, Б. Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Расширенный курс / Б. Н. Иванов. – М: Известия, 2011 . – 512 с.
3. Уилсон, Р. Введение в теорию графов / Р. Уилсон. – М: Книга по Требованию, 2012 . – 208 с.
4. Останин С.А. Матросова А.Ю. Николаева Е. А. Функции алгебры логики (учебное пособие). Из-во ТГУ. -2013. – 44 с.
5. Матросова А.Ю. Николаева Е. А. Минимизация ДНФ (учебное пособие). Из-во ТГУ. -2013. – 48с.

○ **Дополнительная литература:**

1. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Сборник задач и упражнений по дискретной математике / Г. П. Гаврилов, А.А. Сапоженко. —М: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 416 с.
2. Макоха А.Н., Сахнюк П. А., Червяков Н. И. Дискретная математика / А. Н. Макоха, П. А. Сахнюк, Н. И. Червяков —М: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 368 с.
3. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов / Р. Хаггарт. — М: Техносфера, 2014. — 400с.
4. Смирнов С.Н., Галкина А.Г. Оптимизационные задачи на графах / С.Н. Смирнов, А.Г. Галкина. — М: Гелиос АРВ, 2012. — 368с.
5. Кормен Т.Х., Лейзерсон Ч.И., Ривест Р.Л., Штайн К. Алгоритмы. Построение и анализ / Т.Х. Кормен, Ч.И. Лейзерсон, Р.Л. Ривест, К. Штайн. — М: Вильямс АРВ, 2013. — 1328с.
6. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход / Н. Кристофидес. — М.:Мир, 1978. — 432 с.
7. Шалыто А.А., Поликарпова Н. И. Автоматное программирование / Н. Теория графов. Алгоритмический подход / А.А. Шалыто, Н.И. Поликарпова— С-Пб.:Питер, 2009. — 196 с.
8. Murgai R., Brayton R. A.Sangiovani-Vincetelli. Logic Synthesis for Field Programmable Gate Arrays / R.Murgai, R.Brayton—Cluver Academic Publisher,1995, — 425 p.

13. Перечень информационных технологий

лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Матросова Анжела Юрьевна, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры компьютерной безопасности ИПМКН.