Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан
Л. В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Уравнения математической физики

по направлению подготовки / специальности
01.03.01 Математика
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:
Современная математика и математическое моделирование
Вычислительная математика и компьютерное моделирование

Форма обучения
Очная

Квалификация
Математик. Преподаватель / Математик. Аналитик / Математик. Исследователь
Математик. Преподаватель / Математик. Вычислитель /
Исследователь в области математики и компьютерных наук

Год приема
2024, 2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л.В. Гензе

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук и механики в профессиональной деятельности.

ОПК-2 Способен разрабатывать, анализировать и внедрять математические модели в современной науке и технике, экономике и управлении.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-1.1 Знает типовые постановки задач математики и механики, классические методы решения, теоретические основы методов и границы их применимости

РООПК-1.2 Способен адаптировать известные математические методы для решения поставленной задачи в области математики и механики

РООПК-1.3 Способен провести решение поставленной задачи в области математики и механики с использованием полученных фундаментальных знаний и получить результат

РООПК-2.1 Умеет обоснованно выбрать тип математической модели для формализации решаемой задачи

РООПК-2.2 Применяет стандартные и типовые действия при построении математической модели определенного типа

РООПК-2.3 Применяет подходы визуализации и представления результатов математического моделирования для апробации и демонстрации в виде отчетов, презентаций и научных текстов

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:
– тесты по материалу лекций;
– индивидуальное домашнее задание (ИДЗ) в форме эссе;
– ИДЗ в форме задач;

Пример вопросов из тестов (РООПК-1.1, РООПК-2.2):

1. Функция $\theta(t-|x|)$ – фундаментальное решение

а) оператора теплопроводности в размерности 2
б) волнового оператора в размерности 2
в) волнового оператора в размерности 1
г) оператора Лапласа в размерности 2

2. При действии дифференциального оператора на своё фундаментальное решение получается

а) функция Хевисайда
б) функция Дирака
в) тождественный ноль
г) исходное фундаментальное решение

Ключи: 1 в), 2 б).

Пример темы эссе (РООПК-1.1, РООПК- 2.1):

Постановка краевой задачи о распределении температуры в тонком однородном стержне с теплоизолированной боковой поверхностью, если один из концов теплоизолирован, а другой поддерживается при нулевой температуре.

Критерии оценивания: Оценка «зачтено» выставляется при наличии обоснованного вывода дифференциального уравнения теплопроводности на основе закона Фурье, а также обоснованного вывода граничных и начальных условий. В случае существенных пробелов в обосновании вывода, при неспособности студента их устранить выставляется оценка «не зачтено».

Пример ИДЗ в форме задач (РООПК-1.2, -1.3):

1. Решить задачу Коши (в области $t > 0$):
$u_{tt} = \Delta u + t(x + 2y)$, $u(x,y,0) = 0$, $u_t(x,y,0) = xe^{2y}$.
2. Решить стационарную задачу внутри круга радиуса R:
$\Delta \boldsymbol{u} = \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{R}, \varphi) = \varphi$, $(\varphi \in (-\pi; \pi))$.

Критерии оценивания: Оценка «зачтено» выставляется при выборе студентом подходящего метода решения (метод Фурье), при наличии обоснованного решения, включающего разделение исходной задачи на простейшие, разделение переменных в этих задачах. Дополнительно правильность ответа контролируется подстановкой найденной функции в дифференциальное уравнение и краевые условия (должны получиться тождества). При наличии существенных пробелов в обосновании, или необращении дифференциального уравнения, или краевого условия в тождество, выполненное задание возвращается студенту на доработку. При неспособности найти и исправить ошибки студенту выставляется оценка «не зачтено».

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачёт в шестом семестре проводится в устной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и задачу. Ответ на теоретический вопрос проверяет сформированность РООПК-1.1, -2.1 на уровне понимания терминологии и формулировок теорем, относящихся к материалу пятого семестра, их взаимосвязей.

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. Примеры краевых задач для одномерного волнового уравнения (без вывода). Физический смысл типичных краевых условий. Тип одномерного волнового уравнения.
2. Примеры краевых задач для уравнения теплопроводности (без вывода). Физический смысл типичных краевых условий. Тип уравнения теплопроводности.
3. Примеры краевых задач для стационарного уравнения (без вывода). Физический смысл стационарного уравнения и типичных краевых условий. Тип стационарного уравнения.
4. Канонизирующая замена переменных для одномерного волнового уравнения. Его канонический вид и общее решение. Применение общего решения для решения краевых задач.
5. Задача Штурма – Лиувилля, её собственные функции и значения. Свойства собственных функций задачи Штурма – Лиувилля и их применение для решения краевых задач.
6. Основные функции из пространства $D(G)$. Примеры. Понятие регулярной и сингулярной обобщённой функции. Примеры регулярных обобщённых функций.
7. Понятие регулярной и сингулярной обобщённой функции. Примеры сингулярных обобщённых функций.
8. Определение преобразования Фурье обобщённых функций. Теоремы о связи преобразования Фурье с дифференцированием и свёрткой.
9. Определение и основные свойства преобразования Лапласа. Теорема о дифференцировании оригинала. Формула обращения.
10. Определение и основные свойства фундаментального решения дифференциального оператора. Примеры фундаментальных решений.
11. Связь обобщённой задачи Коши с классической. Корректность постановки классической задачи Коши.

12. Понятие обобщённой задачи Коши. Определение и основные свойства волновых потенциалов.
13. Понятие обобщённой задачи Коши. Определение и основные свойства тепловых потенциалов
14. Определение и основные свойства функции Грина оператора Лапласа. Формула решения задачи Дирихле. Примеры функций Грина для разных областей.
15. Формулировки типовых стационарных задач и корректность их постановки.

Решение задач проверяет сформированность РООПК-1.2, -1.3

Примеры задач:

1. Найти стационарную температуру в точках (r,φ) круглой тонкой пластины радиуса $R=5$, если к её краю подводится тепловой поток $\cos\varphi+\sin 2\varphi$.

2. Решить краевую задачу $\begin{array}{l} u_{xx}+6u_{xy}+5u_{yy}=0,\ 0<x<y<5x, \\ u(x,x)=x+1,\ u(x,5x)=\cos x. \end{array}$.

При успешном выполнении всех четырёх ИДЗ по результатам текущего контроля студент освобождается от решения задачи на зачёте. Аналогичным образом может быть поощрена систематическая активная работа студента на практических занятиях в течение семестра.

Если студент показывает знание основных понятий и фактов курса, в целом правильно описывает их взаимосвязи, умеет выбирать метод решения поставленной задачи и без существенных ошибок применяет его, то ему выставляется оценка «зачтено». В противном случае выставляется оценка «не зачтено».

При отсутствии попытки сдать зачёт, студенту выставляется отметка «не явился».

Экзамен в шестом семестре проводится в устной форме по билетам. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и задачу. Ответ на первый вопрос проверяет сформированность РООПК-1.1 и РООПК-2.1. Ответ на второй вопрос проверяет сформированность РООПК-1.1, 1.3. Решение задачи проверяет сформированность РООПК-1.2, 1.3, 2.3.

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка
2. Задача Штурма–Лиувилля и метод разделения переменных
3. Свёртка обобщённых функций и её применения
4. Преобразование Фурье обобщённых функций и его применения
5. Теорема о полноте пространства $D'(G)$ и её применения
6. Принцип максимума для гармонических функций и его применения
7. Дифференцирование обобщённых функций. Его связь с другими операциями
8. Фундаментальные решения волнового оператора и их основные свойства
9. Фундаментальные решения оператора теплопроводности и их основные свойства
10. Фундаментальные решения оператора Лапласа и их основные свойства
11. Волновые потенциалы и их основные свойства
12. Тепловые потенциалы и их основные свойства
13. Постановка основных краевых задач математической физики и их корректность
14. Теорема Рисса и её применение в теории краевых задач для уравнения Пуассона
15. Пространство основных функций $D(G)$ и его применения

16. Пространства основных функций $D\left(\mathbb{R}^n\right)$ и $S\left(\mathbb{R}^n\right)$. Сравнение их между собой. Применение пространства $S\left(\mathbb{R}^n\right)$.

17. Докажите лемму «О связи шапочек»: $\omega_a(x) = a^{-n} \cdot \omega\left(a^{-1} \cdot x\right)$.

18. Докажите, что «шляпа» $\eta_1(x) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \chi_2(y) \cdot \omega_1(x-y)dy$ – финитная функция.

19. Пусть $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ – интегрируемая функция с компактным носителем. Докажите, что функция $f_1(x) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(y) \cdot \omega_1(x-y)dy$ принадлежит пространству $D(\mathbb{R})$.

20. Докажите, что $D(\mathbb{R})$ – векторное пространство.

21. Докажите, что $D'(\mathbb{R})$ – векторное пространство.

22. Докажите, что функция Дирака линейна и непрерывна на пространстве $D(\mathbb{R})$.

23. Докажите, что функция Дирака сингулярна.

24. Докажите, что носитель функции Дирака состоит из единственной точки $x = 0$.

25. Докажите равенства $x \cdot \delta(x) = 0$ и $x \cdot \mathrm{P}\frac{1}{x} = 1$.

26. Докажите, что $\theta(n-x) \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$ в $S'(\mathbb{R})$.

27. Докажите, что $\theta(x-n) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$ в $S'(\mathbb{R})$.

28. Докажите, что $\theta'(x) = \delta(x)$.

29. Пусть $f, g \in D'(\mathbb{R})$, функция a бесконечно дифференцируема на $\mathbb{R}$. Докажите равенство $(a(x) \cdot f(x))' = a(x) \cdot f'(x) + a'(x) \cdot f(x)$ для обобщённой производной.

30. Пусть $\varphi = \varphi(x_1, x_2) \in D\left(\mathbb{R}^2\right)$, $f(x_1) \in D'(\mathbb{R})$. Докажите, что функция $\psi(x_2) = \left(f(x_1), \varphi(x_1, x_2)\right)$ имеет компактный носитель.

31. Докажите, что $\delta(x_1, ..., x_n) = \delta(x_1) \times ... \times \delta(x_n)$.

32. Пусть f – обобщённая функция с компактным носителем $K \subset \mathbb{R}^n$, η – основная функция – «шляпа над K». Докажите, что обобщённые функции $f(x)$ и $\eta(x) \cdot f(x)$ равны.

33. Докажите, что $\left(f_1(x) + f_2(x)\right) * g(x) = f_1(x) * g(x) + f_2(x) * g(x)$ (аддитивность свёртки).

34. Докажите, что $F[\varphi'(x)](\lambda) = -i\lambda \cdot F\left[\varphi(x)\right](\lambda)$. Здесь $x \in \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

35. Вычислите $F[\delta(x+1)](\lambda)$. Здесь $x \in \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

36. Докажите, что преобразование Лапласа линейно.

37. Докажите, что $L\left[\int\limits_0^t f(s)ds\right](p) = \frac{1}{p} \cdot L\left[f(t)\right](p)$.

38. Докажите, что $L\left[e^{\lambda t} \cdot f(t)\right](p) = L\left[f(t)\right](p-\lambda)$

39. Пусть D – линейный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами, $\mathcal{E}$ – его фундаментальное решение. Докажите, что $D(\mathcal{E} * f) = f$.

40. Пусть $\mathcal{E}_2(t,x)$ – фундаментальное решение оператора теплопроводности (в размерности 2). Докажите, что $\int\limits_{\mathbb{R}^2} \mathcal{E}_2(t,x)dx = 1$.

41. Докажите, что удлинением струны в процессе малых поперечных колебаний можно пренебречь.

Примеры задач:

1. Найдите свёртку $x \cdot \theta(1-|y|) * y \cdot \theta(1-|x|)$.

2. Решить обобщённую задачу Коши $u_t - u_{xx} - u_{yy} = y \cdot e^{-x^2} \cdot \delta(t)$.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Получение студентом одной из оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», предполагает наличие у него оценки «зачтено» за пятый семестр.

При успешном и своевременном выполнении всех ИДЗ студент освобождается от решения задачи на экзамене. Аналогичным образом может быть поощрена систематическая активная работа студента на практических занятиях в течение года.

Успешное выполнение не менее 4/5 тестов на лекционный материал при выполнении всех ИДЗ и при постоянной результативной работе на занятиях может (но не обязательно) послужить основанием для выставления студенту оценки «отлично» или «хорошо» автоматически, без сдачи экзамена.

При выставлении оценки за ответ на экзамене соблюдаются следующие критерии:

«Отлично» – Правильное формулирование определений и теорем. Правильное объяснение связей между ними. Полное и правильное доказательство теоремы. Отсутствие долгов за практическую часть курса, или правильное решение случайной задачи по любой теме курса.

«Хорошо» – То же, но доказательство теоремы и решение задачи содержат некритичные пробелы/арифметические ошибки.

«Удовлетворительно» – В целом правильное формулирование определений и теорем при неспособности привести доказательство. При наличии задолженности за практическую часть курса – схематичный набросок решения задачи вместо полного решения.

«Неудовлетворительно» – Грубые ошибки в формулировках определений и теорем. Неспособность решить задачу.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Во всех вариантах вопрос 1) предназначен для оценки сформированности индикаторов РООПК-1.1, -2.1, вопрос 2) предназначен для оценки сформированности индикатора РООПК-1.2, вопрос 3) предназначен для оценки сформированности индикаторов РООПК-1.2, 1.3, вопрос 4) предназначен для оценки сформированности индикатора РООПК-1.1.

Задания предусматривают выбор одного правильного ответа из нескольких предложенных вариантов. Перед выполнением задания внимательно прочитайте его формулировку и предлагаемые варианты ответа. Отвечайте только после того, как Вы поняли вопрос и проанализировали все варианты ответа.

За правильный ответ на каждый из вопросов 1) – 3) выставляется по 2 балла, на вопрос 4) – 1 балл. Тест считается пройденным, если Вы набрали хотя бы 5 баллов.

Вариант 1

1) В области $t>0$, $0<x<1$ дана краевая задача

$$u_t - 9\cdot u_{xx} = x\cdot t,\ u(0,t)=1,\ u_x(1,t)=1,\ u(x,0)=1.$$

Какая физическая величина задана в точке $x=0$?

а) Отклонение этой точки; б) Скорость этой точки;

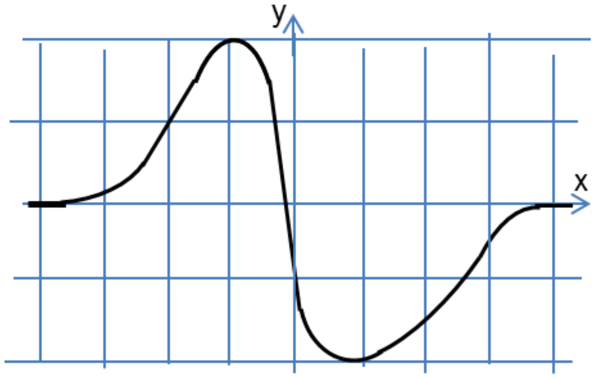
в) Температура в этой точке; г) Сила натяжения в этой точке;

д) Тепловой поток в этой точке;

2) На рисунке показан график основной функции $y=\varphi(x)$ (размер координатной клетки 1×1). Чему равно значение $\left(\delta(x+2),\varphi(x)\right)$?

а) –2; б) –1,5; в) –1; г) –0,5;

д) 0; е) 0,5; ж) 1; з) 1,5; и) 2.



3) Решение обобщённой задачи Коши $u_{tt} - \Delta u = y\cdot\theta(t) + xz\delta'(t)$ строится с помощью:

а) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=1$;

б) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=2$;

в) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=3$;

г) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=1$;

д) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=2$;

е) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=3$;

ж) Фундаментального решения **оператора Лапласа** в размерности $n=3$;

4) Краевая задача $\Delta u = r\cdot\sin\varphi,\quad u(R,\varphi)=\sin 2\varphi$ в области $r<R$ называется:

а) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

б) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

в) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

г) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

д) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

е) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

ж) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

з) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

Вариант 2

1) В области $t>0$, $0<x<1$ дана краевая задача

$$u_t - 9 \cdot u_{xx} = x \cdot t,\ u(0,t) = 1,\ u_x(1,t) = 1,\ u(x,0) = 1.$$

Какая физическая величина задана в точке $x = 1$?

а) Отклонение этой точки; б) Скорость этой точки;

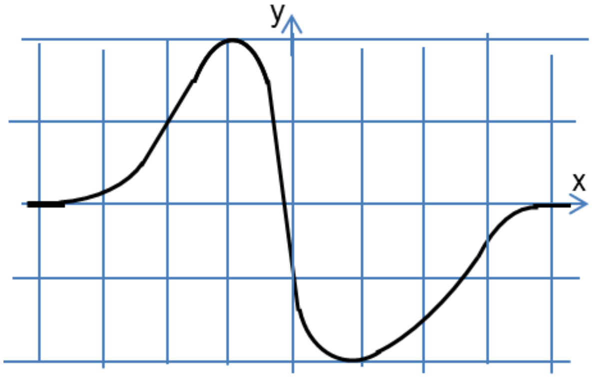
в) Температура в этой точке; г) Сила натяжения в этой точке;

д) Тепловой поток в этой точке;

2) На рисунке показан график основной функции $y = \varphi(x)$ (размер координатной клетки 1×1). Чему равно значение $\left(\delta(x+1), \varphi(x)\right)$?

а) –2; б) –1,5; в) –1; г) –0,5;

д) 0; е) 0,5; ж) 1; з) 1,5; и) 2.



3) Решение обобщённой задачи Коши $u_{tt} - \Delta u = y \cdot \theta(t) + xy\delta'(t)$ строится с помощью:

а) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 1$;

б) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 2$;

в) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 3$;

г) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 1$;

д) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 2$;

е) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 3$;

ж) Фундаментального решения **оператора Лапласа** в размерности $n = 3$;

4) Краевая задача $\Delta u = r \cdot \sin\varphi$, $u(R, \varphi) = \sin 2\varphi$ в области $r > R$ называется:

а) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

б) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

в) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

г) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

д) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

е) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

ж) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

з) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

Вариант 3

1) В области $t > 0$, $0 < x < 1$ дана краевая задача

$$u_t - 9 \cdot u_{xx} = x \cdot t,\ u_x(0,t) = 1,\ u_x(1,t) = 1,\ u(x,0) = 1.$$

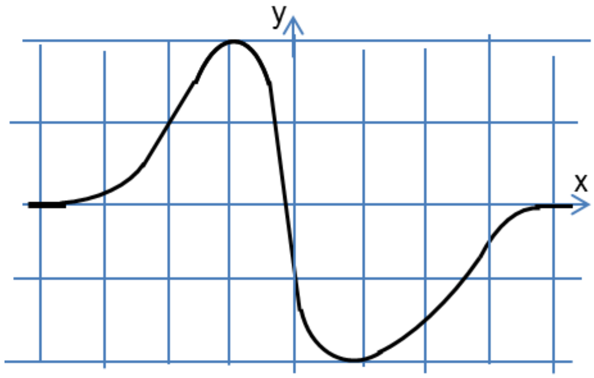
Какая физическая величина задана в точке $x = 0$?

а) Отклонение этой точки; б) Скорость этой точки;

в) Температура в этой точке; г) Сила натяжения в этой точке;

д) Тепловой поток в этой точке;

2) На рисунке показан график основной функции $y=\varphi(x)$ (размер координатной клетки 1×1). Чему равно значение $\left(\delta(x),\varphi(x)\right)$?



а) –2; б) –1,5; в) –1; г) –0,5;

д) 0; е) 0,5; ж) 1; з) 1,5; и) 2.

3) Решение обобщённой задачи Коши $u_{tt}-u_{xx}=\theta(t)+x\delta'(t)$ строится с помощью:

а) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=1$;

б) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=2$;

в) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=3$;

г) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=1$;

д) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=2$;

е) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=3$;

ж) Фундаментального решения **оператора Лапласа** в размерности $n=3$;

4) Краевая задача $\Delta u=r\cdot\sin\varphi,\quad u_r(R,\varphi)=\sin 2\varphi$ в области $r<R$ называется:

а) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

б) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

в) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

г) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

д) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

е) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

ж) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

з) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

Вариант 4

1) В области $t>0$, $0<x<1$ дана краевая задача

$$u_{tt}-9\cdot u_{xx}=x\cdot t,\ u(0,t)=1,\ u_x(1,t)=1,\ u(x,0)=1.$$

Какая физическая величина задана в точке $x=0$?

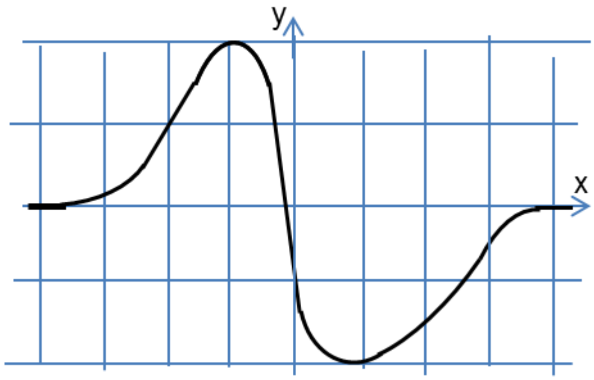
а) Отклонение этой точки; б) Скорость этой точки;

в) Температура в этой точке; г) Сила натяжения в этой точке;

д) Тепловой поток в этой точке;

2) На рисунке показан график основной функции $y = \varphi(x)$ (размер координатной клетки 1×1). Чему равно значение $\left(\delta(x-1), \varphi(x)\right)$?

а) –2; б) –1,5; в) –1; г) –0,5; д) 0; е) 0,5; ж) 1; з) 1,5; и) 2.



3) Решение обобщённой задачи Коши $u_t - \Delta u = y\cdot\theta(t) + xz\delta(t)$ строится с помощью:

а) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=1$;

б) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=2$;

в) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=3$;

г) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=1$;

д) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=2$;

е) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=3$;

ж) Фундаментального решения **оператора Лапласа** в размерности $n=3$;

4) Краевая задача $\Delta u = r\cdot\sin\varphi,\quad u_r(R,\varphi)=\sin 2\varphi$ в области $r>R$ называется:

а) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

б) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

в) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

г) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

д) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

е) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

ж) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

з) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

Вариант 5

1) В области $t>0$, $0<x<1$ дана краевая задача

$$u_{tt} - 9\cdot u_{xx} = x\cdot t,\ u(0,t)=1,\ u_x(1,t)=1,\ u(x,0)=1.$$

Какая физическая величина задана в точке $x=1$?

а) Отклонение этой точки; б) Скорость этой точки;

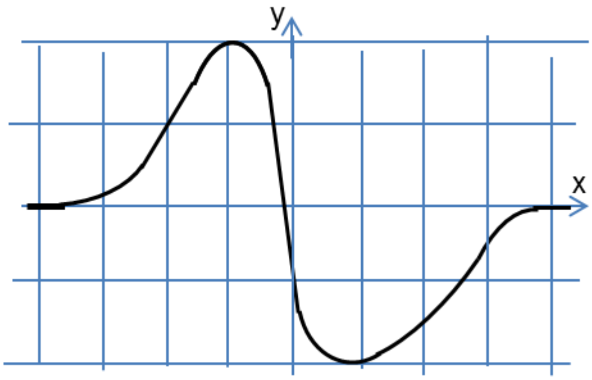
в) Температура в этой точке; г) Сила натяжения в этой точке;

д) Тепловой поток в этой точке;

2) На рисунке показан график основной функции $y = \varphi(x)$ (размер координатной клетки 1×1). Чему равно значение $\left(\delta(x-2), \varphi(x)\right)$?

а) –2; б) –1,5; в) –1; г) –0,5;

д) 0; е) 0,5; ж) 1; з) 1,5; и) 2.



3) Решение обобщённой задачи Коши $u_t - \Delta u = y \cdot \theta(t) + x\delta(t)$ строится с помощью:

а) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 1$;

б) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 2$;

в) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 3$;

г) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 1$;

д) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 2$;

е) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 3$;

ж) Фундаментального решения **оператора Лапласа** в размерности $n = 3$;

4) Краевая задача $\Delta u = 0, \quad u_r(R, \varphi) = \sin 2\varphi$ в области $r > R$ называется:

а) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

б) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

в) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

г) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

д) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

е) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

ж) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

з) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

Ответы

№ вопроса	№ варианта				
	1	2	3	4	5
1)	в)	д)	д)	а)	г)
2)	ж)	и)	в)	а)	б)
3)	в)	б)	а)	е)	д)
4)	б)	е)	г)	з)	ж)

За правильный ответ на каждый из вопросов 1) – 3) выставляется по 2 балла, на вопрос 4) – 1 балл.

Информация о разработчиках

Лазарев Вадим Ремирович, кандидат ф.-м. н., кафедра математического анализа и теории функций, доцент.