Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Численные методы решения прикладных задач

по направлению подготовки

02.04.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль) подготовки:
Системная инженерия и управление IT-проектами

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
А.Н. Моисеев

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2025

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен находить, формулировать и решать актуальные проблемы прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий.

ОПК-3 Способен проводить анализ математических моделей, создавать инновационные методы решения прикладных задач профессиональной деятельности в области информатики и математического моделирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.3 Решает актуальные проблемы прикладной математики, фундаментальной информатики и информационных технологий

ИОПК-3.2 Применяет математические модели, методы для решения прикладных задач профессиональной деятельности

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Текущий контроль по дисциплине осуществляется путем контроля посещаемости, проверке результатов выполнения лабораторных работ и проведения контрольной работы.

Проверка результатов выполнения лабораторных работ.

Пример (ИОПК-1.3)

Используя систему MATHCAD, вычислить траекторию движения объекта по значениям в заданных моментах времени. Для решения задачи использовать многочлен Лагранжа. Результаты представить на одном графике: сплошной линией изобразить траекторию движения, а точками - заданные значения. Задача считается решенной правильно, если точки, которые изображают заданные значения, лежат на линии траектории движения.

Контрольная работа (ИОПК-3.2)

Контрольная работа проводится по билетам, каждый из которых включает два теоретических вопроса.

***Билет* №1.**
1. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Классификация погрешностей.

***Билет* №2.**
1. Многочлены Чебышева и их свойства.
2. Определение абсолютной и относительной погрешности числа.

***Билет* №3.**
1. Формула Ньютона для неравноотстоящих узлов.
2. Численное дифференцирование для равноотстоящих узлов.

***Билет* №4.**
1. Принцип построения интерполяционных формул для равноотстоящих узлов. Формулы Гаусса.
2. Формула погрешности многочлена Лагранжа.

***Билет* №5.**

1. Сплайн-функции. Определения сплайна, степени сплайна, дефекта сплайна. Определение параметров линейного сплайна
2. Метод простых итераций решения нелинейных уравнений. Условия сходимости.

Билет **№6.**
1. Аппроксимации данных методом наименьших квадратов. Аппроксимация алгебраическими полиномами.
2. Численное дифференцирование для неравноотстоящих узлов.

Билет **№**7.
1. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности.
2. Классификация погрешностей.

Билет **№8.**
1. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения. Условия сходимости.
2. Идея построения квадратурных формул Ньютона-Котеса.

Билет **№9.**
1. Метод Лобачевского нахождения корней полиномов.
2. Геометрический метод Монте-Карло вычисления одномерного интеграла.

Билет **№10.**
1. Простейший метод Монте-Карло вычисления одномерного интеграла.
2. Определение абсолютной и относительной погрешности числа.

Критерии оценивания:

По результатам контрольной работы выставляется оценка в форме «зачтено» и «не зачтено». «Зачтено» выставляется, если даны правильные ответы на все вопросы билета и «не зачтено» в противном случае.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Итоговая аттестация по дисциплине включает результат контрольной работы, результаты выполнения лабораторных работ и теоретический зачет.

Контрольная работа считается зачтенной, если по результатам ее выполнения выставлена оценка «зачтено». При получении оценки «не зачтено» работа пересдается только один раз. Если работа вообще не выполнялась, то считается, что получена оценка «не зачтено» и работа пересдается только один раз.

Для итоговой аттестации в форме «зачтено» все лабораторные работы должны быть выполнены и получены правильные ответы. При наличии несданных работ или работ, имеющих неверные результаты, требуется выполнить такие работы и получить правильные ответы.

Теоретический зачет проводится по билетам, каждый из которых содержит три вопроса.

Билеты для теоретического зачета.

Билет **№1.**
1. Метод Данилевского нахождения собственных значений и векторов матриц.
2. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
3. Классификация погрешностей.

Билет **№2.**

1. Метод Эйлера решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Оценка Рунге.
2. Многочлены Чебышева и их свойства.
3. Определение абсолютной и относительной погрешности числа.

***Билет* №3.**
1. Метод квадратурных сумм решения интегральных уравнений.
2.. Формула Ньютона для неравноотстоящих узлов.
3.Численное дифференцирование для равноотстоящих узлов.

***Билет* №4.**
1. Метод вращений нахождения собственных значений и векторов матриц.
2. Принцип построения интерполяционных формул для равноотстоящих узлов. Формулы Гаусса.
3. Формула погрешности многочлена Лагранжа.

***Билет* №5.**
1. Проекционные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод коллокаций.
2. Сплайн-функции. Определения сплайна, степени сплайна, дефекта сплайна. Определение параметров линейного сплайна
3. Метод простых итераций решения нелинейных уравнений. Условия сходимости.

***Билет* №6.**
1. Метод Фаддеева вычисления обратной матрицы.
2. Аппроксимации данных методом наименьших квадратов. Аппроксимация алгебраическими полиномами.
3. Численное дифференцирование для неравноотстоящих узлов.

***Билет* №**7.
1. Метод прогонки для решения дифференциальных уравнений второго порядка.
2. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности.
3. Классификация погрешностей.

***Билет* №8.**
1. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Условия сходимости.
2. Метод Ньютона решения нелинейного уравнения. Условия сходимости.
3. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.

***Билет* №9.**
1. Методы Адамса решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
3. Метод Рунге-Кутта решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

***Билет* №10.**
1. Методы Монте-Карло вычисления однократных интегралов.
2. Метод сеток решения уравнений в частных производных. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
3. Обусловленность систем и матриц.

Критерии оценивания:

По результатам теоретического зачета выставляются оценки в форме «зачтено» и «не зачтено». «Зачтено» выставляется, если даны правильные ответы на все вопросы, или, на любые 2 вопроса билета, а на третий вопрос ответ дан с ошибкой. Оценка в форме «не зачтено» выставляется в противном случае.

Если по результатам теоретического зачета получена оценка «не зачтено», то зачет разрешается пересдать только один раз.

Результатом итоговой аттестации является оценка в форме «зачтено», если оценка «зачтено» получена при выполнении контрольной работы, лабораторных работ и теоретического зачета. В противном случае выставляется оценка «не зачтено».

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Тест

1. Какие из нижеперечисленных методов используются для моделирования динамики объекта, математическая модель которого задана системой обыкновенных дифференциальных уравнений (ИОПК-1.3):
   а) метод Эйлера,
   б) метод Рунге-Кутта,
   в) метод Монте-Карло,
   г) сплайн-функции.
2. Какие из нижеперечисленных методов используются для определения процентных ставок при финансовых расчетах (ИОПК-1.3);
   а) метод простых итераций решения нелинейного уравнения,
   б) методы интерполирования,
   в) итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений,
   г) проекционные методы решения краевых задач.

Ключи: 1 а, б), 2 а).

Задача (ИОПК-1.3, ИОПК-3.2)

Для создания фонда в S=1,2 млн. в конце каждого года на протяжении n=8 лет производятся платежи в размере R=0,12 млн. Решение данной задачи сводится к вычислению процентной ставки из уравнения $f(i) = 0$, которое получено дисконтированием потока платежей по искомой ставке. Математическая постановка задачи заключается в следующем: требуется найти решение i^* уравнения

$$f(i) = S - R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

с точностью $\varepsilon = 0{,}5 \cdot 10^{-5}$ при $i_0 = 0{,}07$. Данная задача может быть решена методом простых итераций и методом Ньютона при этом выполняются условия сходимости методов.

Ответ: $i^* = 0{,}063 = 6{,}3\%$

Теоретический вопрос.

Интерполяционный многочлен Лагранжа (ИОПК-1.3)

В математике под интерполированием понимается задача нахождения неизвестного значения какой-либо величины по нескольким известным ее значениям $x_i, f(x_i),\ i = 0,1, \dots, n$. Интерполяционную функцию задают чаще всего в виде линейной комбинации линейно независимых функций, которые называются координатными функциями. Коэффициенты линейной комбинации этих функций определяются из условия совпадения интерполяционной функции с заданными значениями. Если координатные функции задаются в виде алгебраических многочленов, то условия совпадения с заданными значениями приводят к системе линейных алгебраических уравнений, определитель которой является определителем

Вандермонда. Таким образом, построенная система имеет единственное решение. После преобразования получается многочлен, который называется интерполяционным многочленом Лагранжа

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^{n} f(x_i) \frac{\omega_n(x)}{(x-x_i)\omega_n'(x)},$$

где

$$\omega_n(x) = (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_n).$$

Многочлен Лагранжа в вычислительной математике используется при приближении данных, построении квадратурных формул и т.д.

Информация о разработчиках

Решетникова Галина Николаевна, канд. техн. наук, доцент, кафедра прикладной математики, доцент