

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан  
А. Г. Коротаев

Оценочные материалы по дисциплине

Дискретная математика часть 1

по направлению подготовки / специальности

**11.05.01 Радиоэлектронные системы и комплексы**

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:  
**Программное обеспечение микропроцессорных систем**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Инженер-программист**

Год приема  
**2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
С.Н. Торгаев

Председатель УМК  
А.П. Коханенко

Томск – 2025

## 1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК 1.1 Знает основные положения, законы, методы естественнонаучных и математических дисциплин

РООПК 1.2 Умеет использовать естественно-научные знания для адекватного, качественного объяснения наблюдаемой картины мира

## 2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольные работы.

Контрольная работа 1. Булевы функции (РООПК 1.1, РООПК 1.2)

Контрольная работа 1 состоит из 1 задания, состоящего из 3 задач.

Примеры задач:

Задание 1. Для функции  $f(x, y, z)$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \neg x) \vee y$  :

1. определить порядок операций в формуле;
2. построить таблицу истинности;
3. найти и удалить фиктивные переменные.

Ответы:

Задание 1 (1-2).

x	y	z	$\neg x$	$z \oplus \neg x$	$(z \oplus \neg x) \wedge y$	$x \rightarrow y$	$x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \neg x) \wedge y$
0	0	0	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1

Задание 1 (3). Фиктивные переменные отсутствуют.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы 1 определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если решены все задачи, возможно с небольшими неточностями.

Оценка «не зачтено» выставляется, если задачи не решены или решены с грубыми ошибками.

Контрольная работа 2. Дизъюнктивные нормальные формы (РООПК 1.1, РООПК 1.2)

Контрольная работа 2 состоит из 3 заданий.

Задание 1. Для функции  $f(x, y, z)$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \neg x) \vee y$ , построить ДНФ<sub>1</sub> с помощью подстановки кратчайших ДНФ элементарных булевых

функций и ДНФ<sub>2</sub> с помощью разложения Шеннона по переменным. Сравнить результаты, построив таблицы истинности для F, ДНФ<sub>1</sub> и ДНФ<sub>2</sub>.

Задание 2. Для функции f(x, y, z), заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \neg x) \wedge y$ , найти совершенную ДНФ и совершенную КНФ с помощью таблицы истинности.

Задание 3. Для функции f(x, y, z), заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \neg x) \wedge y$ :

1. построить таблицу истинности;
2. задать функцию на матрице Грея;
3. найти сокращенную ДНФ по матрице Грея;
4. преобразовать сокращенную ДНФ в совершенную ДНФ;
5. найти кратчайшую ДНФ по матрице Грея;
6. построить для найденной кратчайшей ДНФ таблицу истинности и сравнить ее с таблицей истинности функции f.

Ответы:

Задание 1.

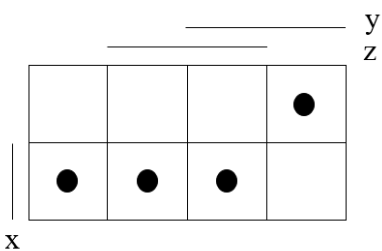
x	y	z	$x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \neg x) \wedge y$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Задание 2.

СовДНФ =  $xy\neg z \vee x\neg y\neg z \vee x\neg yz \vee xyz$ , СовКНФ =  $(x \vee y \vee z) \wedge (x \vee y \vee \neg z) \wedge (x \vee \neg y \vee \neg z) \wedge (\neg x \vee \neg y \vee z)$ .

Задание 3.

x	y	z	$x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \neg x) \wedge y$	КратДНФ = $x\neg y \vee xz \vee \neg xy\neg z$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1



СокрДНФ =  $x\neg y \vee xz \vee \neg xy\neg z$ ,

СовДНФ =  $xy\neg z \vee x\neg y\neg z \vee x\neg yz \vee xyz$ ,

КратДНФ =  $x\neg y \vee xz \vee \neg xy\neg z$ .

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы 2 определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если решены все задачи, возможно с небольшими неточностями.

Оценка «не зачтено» выставляется, если задачи не решены или решены с грубыми ошибками.

Контрольная работа 3. Минимизация булевых функций (РООПК 1.1, РООПК 1.2)

Контрольная работа 3 состоит из 1 задания.

Задание 1. Для функции  $f(x, y, z)$ , заданной формулой  $F = x \rightarrow y \rightarrow (z \oplus \neg x) y$ :  
найти ДНФ;

найти сокращенную ДНФ методом Блейка – Порецкого;

найти кратчайшие и минимальные ДНФ с помощью таблицы Квайна.

Ответы:

Задание 1.

СовДНФ =  $x y \neg z \vee x \neg y \neg z \vee x \neg y z \vee x y z$ ,

СокрДНФ =  $x \neg y \vee x z \vee \neg x y \neg z$ ,

КратДНФ = МинДНФ =  $x \neg y \vee x z \vee \neg x y \neg z$ .

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы 3 определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если решены все задачи, возможно с небольшими неточностями.

Оценка «не зачтено» выставляется, если задачи не решены или решены с грубыми ошибками.

### **3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

Экзамен проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первый вопрос в каждом билете сформулирован для проверки сформированности следующих компетенций/индикаторов компетенций: РООПК 1.1.

Второй вопрос в каждом билете сформулирован для проверки сформированности следующих компетенций/индикаторов компетенций: РООПК 1.2.

Ответы на вопросы даются в развернутой форме.

Перечень теоретических вопросов:

1. Множество, мощность, пустое множество, подмножество, равенство множеств, собственное подмножество, способы задания множеств, операции над множествами.
2. Булева константа и булево множество. Булев вектор, длина и вес булева вектора, теорема о числе булевых векторов. Представление булевыми векторами подмножеств и натуральных чисел.
3. Расстояние между булевыми векторами, соседние и противоположные булевы векторы, отношение предшествования между булевыми векторами, сравнимые булевы векторы.
4. Булево пространство, способы его задания.
5. Интервал в булевом пространстве, границы интервала, его внешние и внутренние компоненты, утверждение о мощности интервала, алгоритм распознавания интервала, способы задания интервала. Соседние интервалы, утверждение о соседних интервалах.
6. Булевы переменные, булев вектор. Булева функция, способы ее задания: таблицей истинности, характеристическими множествами, вектором значений, геометрически, матрицей Грея, интервально; теорема о числе булевых функций.
7. Фиктивные переменные, элементарные булевы функции.
8. Формула, тождественно истинная и тождественно ложная формулы, равносильные формулы, способы доказательства равносильностей, основные равносильности.

9. Формула Шеннона, разложение булевой функции по  $k$  переменным, совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СовДНФ), утверждение об ее существовании и единственности, алгоритм построения СовДНФ по таблице истинности.
10. Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СовКНФ), утверждение об ее существовании и единственности, алгоритм построения СовКНФ по таблице истинности.
11. Элементарная конъюнкция, ранг, полная конъюнкция, утверждение о конъюнкции и интервале. Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ), ее длина и ранг, преобразование ДНФ в СовДНФ, построение матрицы Грея по ДНФ и ДНФ по матрице Грея.
12. Минимальная и кратчайшая ДНФ, задача минимизации булевых функций. Импликанта, простая импликанта. Теоремы о минимальных ДНФ и о кратчайшей ДНФ.
13. Сокращенная ДНФ. Теорема Блейка и алгоритм Блейка-Порецкого.
14. Таблица Квайна, ее покрытие.
15. Двоичные диаграммы решений (BDD). Сокращённые BDD. Каноническая форма представления Булевой функции.

Критерии оценивания:

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если на все теоретические вопросы даны правильные и развернутые ответы.

Оценка «хорошо» выставляется, если на все теоретические вопросы даны правильные ответы, однако на один из вопросов дан недостаточно развернутый ответ.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если на все теоретические вопросы даны правильные, но неразвернутые ответы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если на все теоретические вопросы не даны ответы.

#### **4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)**

Тест (РООПК 1.1, РООПК 1.2):

1. Определите длину булева вектора 00110
  - а) 5
  - б) 2
  - в) 3
  - г) 4
2. Определите, сколько булевых векторов длины 4 имеют вес, равный 1
  - а) 2
  - б) 1
  - в) 4
  - г) 16
3. Определите, образует ли множество булевых векторов  $\{10000, 10100, 10010, 10110\}$  интервал. Если да, определите его ранг и запишите трюичным вектором
  - а) да,  $r = 3, 10--0$
  - б) да,  $r = 5, 1---0$
  - в) да,  $r = 4, 10-00$
  - г) нет
4. Постройте совершенную ДНФ для булевой функции  $f(x_1, x_2)$ , заданной следующей таблицей истинности

$x_1x_2$	$f(x_1, x_2)$
00	0
01	1
10	1
11	1

- а) СовДНФ $_f = \bar{x}_1x_2 \vee x_1\bar{x}_2 \vee x_1x_2$   
 б) СовДНФ $_f = x_1 \vee x_2 \vee x_1x_2$   
 в) СовДНФ $_f = \bar{x}_1\bar{x}_2$   
 г) СовДНФ $_f = \bar{x}_1x_2 \vee x_1x_2$

5. Разложите булеву функцию  $f(x, y, z) = (x \downarrow y) \sim z \oplus y$  по формуле Шеннона по переменной  $y$

- а)  $f(x, y, z) = y \wedge ((x \downarrow 1) \sim z \oplus 0) \vee \bar{y} \wedge ((x \downarrow 1) \sim z \oplus 0)$   
 б)  $f(x, y, z) = y \wedge ((x \downarrow 0) \sim z \oplus 0) \vee \bar{y} \wedge ((x \downarrow 1) \sim z \oplus 1)$   
 в)  $f(x, y, z) = y \wedge ((x \downarrow 1) \sim z \oplus 1) \vee \bar{y} \wedge ((x \downarrow 0) \sim z \oplus 0)$   
 г)  $f(x, y, z) = x \wedge ((x \vee 0 \rightarrow \bar{z}) \oplus 1) \vee \bar{x} \wedge ((0 \vee 0 \rightarrow \bar{z}) \oplus 1)$

6. Для булевой функции  $f(x_1, x_2)$ , заданной матрицей Грея, постройте минимальную ДНФ

	$x_2$
$x_1$	●
	●

- а)  $x_1\bar{x}_2$   
 б)  $\bar{x}_1 \vee x_2$   
 в)  $x_1x_2$   
 г)  $x_1 \vee \bar{x}_2$

7. Для частичной булевой функции  $f(x_1, x_2)$ , заданной матрицей Грея, постройте кратчайшую ДНФ

	$x_2$
$x_1$	●
	×

- а)  $\bar{x}_1 \vee x_2$

б)  $x_1 \vee \bar{x}_2$

в)  $x_1 x_2$

г) нет правильного ответа

Ключи: 1 а), 2 в), 3 а), 4 а), 5 в), 6 г), 7 б).

Теоретические вопросы (РООПК 1.1, РООПК 1.2):

1. Булевы константы и векторы. Булево пространство. Интервал в булевом пространстве.

Ответ должен содержать определения понятий: булева константа, булев вектор, пара булевых векторов, булево пространство и способы его задания, интервал в булевом пространстве, способы задания интервалов, соседние интервалы.

2. Булевы функции, фиктивные переменные, элементарные булевы функции.

Ответ должен содержать определения понятий: булевы переменные, булевы функции и способы их задания, фиктивные переменные, элементарные булевы функции.

3. Формулы и равносильности. Основные равносильности.

Ответ должен содержать определения понятий: формула как способ задания функции, равносильность формул, основные равносильности.

4. Разложение булевой функции по переменным и совершенные нормальные формы.

Ответ должен содержать определения понятий: разложение Шеннона, разложение функции по k переменным, совершенная дизъюнктивная нормальная форма, совершенная конъюнктивная нормальная форма.

5. Элементарная конъюнкция и интервал. Дизъюнктивная нормальная форма и способы ее построения. Преобразование ДНФ в совершенную ДНФ. Построение матрицы Грея по ДНФ.

Ответ должен содержать определения понятий: элементарная конъюнкция, ДНФ, преобразование ДНФ в совершенную ДНФ, элементарная конъюнкция и интервал, построение матрицы Грея по ДНФ, построение ДНФ по матрице Грея, построение ДНФ по формуле.

6. Импликанта булевой функции. Сокращенная, кратчайшая, минимальная ДНФ. Кратчайшие ДНФ элементарных функций.

Ответ должен содержать определения понятий: импликанта булевой функции, простые импликанты и сокращенная ДНФ, минимальная и кратчайшая ДНФ, кратчайшие ДНФ элементарных функций.

7. Первый этап минимизации булевой функции: построение сокращенной ДНФ. Алгоритм Блейка-Порецкого.

Ответ должен содержать: получение сокращенной ДНФ, теорема Блейка и алгоритм Блейка-Порецкого.

8. Второй этап минимизации булевой функции: построение кратчайших и минимальных ДНФ. Таблица Квайна.

Ответ должен содержать определения понятий: таблица Квайна, покрытия таблицы Квайна и ДНФ, поиск всех безызбыточных покрытий, поиск минимальных и кратчайших покрытий.

9. Двоичные диаграммы решений (BDD).

Ответ должен содержать определения понятий: двоичные диаграммы решений (BDD); сокращённые BDD; каноническая форма представления Булевой функции.

### **Информация о разработчиках**

Широкова Екатерина Владимировна, радиофизический факультет, кафедра информационных технологий в исследовании дискретных структур, старший преподаватель.