

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Теория телетрафика

по направлению подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:
Информационная безопасность

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
А.Ю. Матророва

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ПК-5 Способен управлять получением, хранением, передачей, обработкой больших данных.

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИПК-5.1 Осуществляет мониторинг и оценку производительности обработки больших данных

ИПК-5.2 Использует методы и инструменты получения, хранения, передачи, обработки больших данных

ИПК-5.3 Разрабатывает предложения по повышению производительности обработки больших данных

ИУК-1.1 Выявляет проблемную ситуацию, на основе системного подхода осуществляет её многофакторный анализ и диагностику.

ИУК-1.2 Осуществляет поиск, отбор и систематизацию информации для определения альтернативных вариантов стратегических решений в проблемной ситуации.

ИУК-1.3 Предлагает и обосновывает стратегию действий с учетом ограничений, рисков и возможных последствий.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

–домашние задания, тесты;

– расчетные работы

Типовые вопросы для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

Контроль осуществляется в системе LMS IDO (ИПК-5.1, ИПК-5.2, ИУК-1.1, ИУК-

1.2.)

Пример теста (ИПК-5.1, ИПК-5.2)

1. Случайная величина $Y=3X+5$, при этом $D(x)=2$. Дисперсия случайной величины Y равна:

a. 18

b. 6

c. 11

d. 23

2. Дисперсия случайной величины является

a. 2-м моментом случайной величины X

b. начальным моментом 2-го порядка

c. центральным моментом 2-го порядка

d. абсолютным центральным 2-м моментом

3. В урне находится 6 красных и 8 синих шаров. Наугад без возвращения достают 7 шаров. Случайная величина – число красных шаров среди выбранных, имеет:

- a. **гипергеометрическое распределение**
- b. биномиальное распределение
- c. геометрическое распределение
- d. распределение Пуассона

4. Под функцией распределения непрерывной случайной величины x понимается функция, определяющая вероятность того, что случайная величина x в результате испытания примет значение:

- a. равное x
- b. **меньше x**
- c. больше x
- d. не равное x

5. Дисперсия характеризует:

- a. среднее значение случайной величины
- b. наиболее часто повторяющееся значение случайной величины
- c. **разброс значений случайной величины вокруг её математического ожидания**
- d. вероятность наступления события

6. В радиоаппаратуре за 10000 ч непрерывной работы происходит замена 10 элементов. Найдите вероятность выхода из строя радиоаппаратуры из-за выхода из строя элементов за 100 часов непрерывной работы.

- a. 0,9999
- b. 0,9050
- c. 0,0001
- d. **0,0905**

7. Интенсивность простейшего потока заявок равна 0.25с^{-1} . Определите средний интервал времени между соседними заявками в потоке:

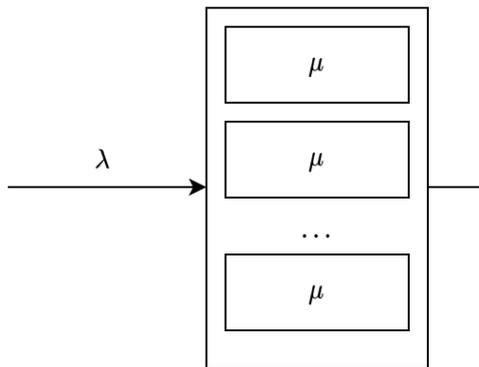
- a. 0,25 с
- b. 25 с

- c. 4 с
- d. 0,5 с

8. В течение одной минуты диспетчеру такси поступает в среднем 4 вызова. Найти вероятность того, что за 2 минуты поступит 5 вызовов.

- a. 0,038
- b. 0,092**
- c. 0,029
- d. 0,019

9. Дайте описание характеристикам системы



- a. μ – количество занятых приборов в СМО
- b. λ – параметр простейшего входящего потока**
- c. μ – параметр экспоненциального распределения длительности обслуживания**
- d. μ - длина очереди
- e. λ - параметр времени работы СМО

10. СМО с экспоненциальным распределением длин интервалов между вызовами, экспоненциальным распределением длительности обслуживания, одним обслуживающим прибором и N мест в очереди символично в виде A/B/N/N/f обозначается:

- a. G/G/1/D
- b. exp/exp/1/N
- c. M/M/1/N**
- d. $\lambda/\mu/1/N$

11. Для СМО M/M/1/∞ среднее число заявок в системе равно

a. $\frac{\rho}{1-\rho}$, где $\rho = \frac{\mu}{\lambda}$

b. $1-\rho$, где $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

c. $\frac{\rho^2}{1-\rho}$, где $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

d. $\frac{\rho}{1-\rho}$, где $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

12. Рассмотрим N-линейную СМО, на вход поступает простейший пуассоновский поток с параметром λ . Время обслуживания - экспоненциально распределенная случайная величина с параметром μ . В случае если для вновь прибывшей заявки нет свободного прибора - заявка теряется. Найти вероятность потери.

a. $\frac{\rho^N}{N!} \left(\sum_{j=0}^N \frac{\rho^j}{j!} \right)^{-1}$

b. $\lambda \frac{\rho^N}{N!} \sum_{j=2}^N \frac{\rho^j}{j!}$

c. $\frac{\rho^N}{N!} \sum_{j=0}^N \frac{\rho^j}{j!}$

d. $\prod_{n=0}^N \frac{\rho^n}{n!} \sum_{j=0}^n \frac{\rho^j}{j!}$

Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине (ИПК-5.3, ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3)

Задача

На любом алгоритмическом языке написать программу расчета основных показателей обслуживания заявок (вероятность потери и коэффициент загрузки). На основе программы):

- разработать модуль оценки показателей, по заданным параметрам и построить графики зависимость показателей обслуживания заявок от параметров системы;
- Найти распределение числа заявок, потерянных за время занятости всех каналов.

Пример оформления расчетной работы

$\lambda = 130$

Зададим функции распределения:

$$Bb(x) := \begin{cases} \frac{x-3}{5-3} & \text{if } 3 \leq x < 5 \\ 1 & \text{if } x \geq 5 \end{cases}$$

$$Gb(x) := \begin{cases} \frac{x-2}{4-2} & \text{if } 2 \leq x < 4 \\ 1 & \text{if } x \geq 4 \end{cases}$$

Найдем производные для функций распределения суммарного объема заявок

$$PrGa(x) := \frac{d}{dx} Ga(x) \rightarrow \frac{e^{-10x}}{3}$$

$$\frac{d}{dx} \frac{x-2}{4-2} \rightarrow \frac{1}{2}$$

Найдем параметры $a1, a2$ для функций распределения объемов заявок и b для функций распределения времени обслуживания

$$a1a := \int_0^{\infty} x \cdot PrGa(x) dx = 3$$

$$a1b := \int_0^4 x \cdot \frac{1}{2} dx + \int_4^{\infty} x \cdot 0 dx = 4$$

$$a2a := \int_0^{\infty} x^2 \cdot PrGa(x) dx = 18$$

$$a2b := \int_0^4 x^2 \cdot \frac{1}{2} dx + \int_4^{\infty} x^2 \cdot 0 dx = 10.667$$

$$ba := \int_0^{\infty} (1 - Ba(x)) dx = 0.1$$

$$bb := \int_0^5 \left(1 - \frac{x-3}{5-3}\right) dx + \int_5^{\infty} (1-1) dx = 6.25$$

Построим графики для распределения вероятностей числа заявок в системе (k) и суммарного объема занятого ресурса (v)

Число заявок в системе (не зависит от их объема):
 Экспоненциальное обл.: $\lambda = 0..1000$ Равномерное обл.:

$k1(i) := \text{Pois}(i, \lambda \cdot \frac{1}{10})$

$M1 := \sum_{i=0}^{100} (i \cdot k1(i)) = 13$

$D1 := \sum_{i=0}^{100} (i^2 \cdot k1(i)) - M1^2 = 13$

Эксп. обл. и эксп. объем:

$m11 := \lambda \cdot a1a \cdot ba = 39$

$d11 := \lambda \cdot a2a \cdot ba = 234$

$v1(i) := \text{dnorm}(i, m11, \sqrt{d11})$

Равном. обл. и экспон. объем:

$m21 := \lambda \cdot a1b \cdot ba = 52$

$d21 := \lambda \cdot a2b \cdot ba = 138.667$

$v3(i) := \text{dnorm}(i, m21, \sqrt{d21})$

$k2(i) := \text{Pois}(i, \lambda \cdot 4)$

$M2 := \sum_{i=0}^{1000} (i \cdot k2(i)) = 520$

$D2 := \sum_{i=0}^{1000} (i^2 \cdot k2(i)) - M2^2 = 520$

Эксп. обл. и равном. объем:

$m12 := \lambda \cdot a1a \cdot bb = 2.438 \cdot 10^3$

$d12 := \lambda \cdot a2a \cdot bb = 1.463 \cdot 10^4$

$v2(i) := \text{dnorm}(i, m12, \sqrt{d12})$

Равном. обл. и равном. объем:

$m22 := \lambda \cdot a1b \cdot bb = 3.25 \cdot 10^3$

$d22 := \lambda \cdot a2b \cdot bb = 8.667 \cdot 10^3$

$v4(i) := \text{dnorm}(i, m22, \sqrt{d22})$

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Оценка итогового контроля проводится на основе оценки компетенций, соответствующих текущему разделу дисциплины, согласно таблице:

Вид работы	Удельный вес	Критерии оценки
Расчетные-графические работы	50	от 0-10 баллов за выполнение работы (максимум 50 баллов)
Тест	25	от 0-25 баллов
Экзамен	25	от 0-25 баллов

Итоговая оценка по предмету (экзамен) выставляется следующим образом:

- «отлично» – студент выполнил набрал не менее 75 первичных баллов и выполнил все лабораторные работы, нет неудовлетворительных оценок за тесты;
- «хорошо» – студент выполнил от 65 до 80 первичных баллов и выполнил все лабораторные работы, нет неудовлетворительных оценок за контрольные работы;
- «удовлетворительно» – студент выполнил от 50 до 65 первичных баллов и выполнил все лабораторные работы, нет неудовлетворительных оценок за контрольные работы/тесты;
- «неудовлетворительно» – студент не сдал лабораторные работы, не выполнил набрал менее 50 первичных баллов или сдал контрольную работу/тест на «неудовлетворительно».

Во время экзамена студент может повысить свою оценку, сдав заново соответствующую тему.

Пример задач к итоговому контролю

ЗАДАЧА

Бесконечнолинейная полумарковская ресурсная СМО вида $M^{(v)}/GI/\infty$.

Пусть интенсивность входящего потока 130 с^{-1} ,

время обслуживания распределено:

а) по экспоненциальному закону с параметром 10 с^{-1} ;

б) равномерно на интервале $[3,5]$,

объемы заявок имеют:

а) экспоненциальное распределение со средним 3 ед.;

б) равномерное распределение на интервале $[2,4]$.

Записать законы распределения числа заявок в системе и суммарного объема занятого ресурса в стационарном режиме функционирования. Найти математическое ожидание, дисперсию.

Построить графики для распределения вероятностей числа занятых приборов и плотности распределения суммарного объема занятого ресурса.

Пример оформления расчетной работы

$$\lambda := 130$$

Зададим функции распределения:

$$Ba(x) := 1 - e^{-10x} \quad Bb(x) := \begin{cases} \frac{x-3}{5-3} & \text{if } 3 \leq x < 5 \\ 1 & \text{if } x \geq 5 \end{cases}$$

$$Ga(x) := 1 - e^{-\frac{1}{3}x} \quad Gb(x) := \begin{cases} \frac{x-2}{4-2} & \text{if } 2 \leq x < 4 \\ 1 & \text{if } x \geq 4 \end{cases}$$

Найдем производные для функций распределения суммарного объема заявок

$$\text{PrGa}(x) := \frac{d}{dx} Ga(x) \rightarrow \frac{e^{-\frac{x}{3}}}{3} \quad \frac{d}{dx} \frac{x-2}{4-2} \rightarrow \frac{1}{2}$$

Найдем параметры a_1, a_2 для функций распределения объемов заявок и b для функций распределения времени обслуживания

$$a_1a := \int_0^{\infty} x \cdot \text{PrGa}(x) dx = 3 \quad a_1b := \int_0^4 x \cdot \frac{1}{2} dx + \int_4^{\infty} x \cdot 0 dx = 4$$

$$a_2a := \int_0^{\infty} x^2 \cdot \text{PrGa}(x) dx = 18 \quad a_2b := \int_0^4 x^2 \cdot \frac{1}{2} dx + \int_4^{\infty} x^2 \cdot 0 dx = 10.667$$

$$ba := \int_0^{\infty} (1 - Ba(x)) dx = 0.1 \quad bb := \int_0^5 \left(1 - \frac{x-3}{5-3}\right) dx + \int_5^{\infty} (1 - 1) dx = 6.25$$

Построим графики для распределения вероятностей числа заявок в системе (k) и сумма объема занятого ресурса (v)

Число заявок в системе (не зависит от их объема):

$$i := 0..1000$$

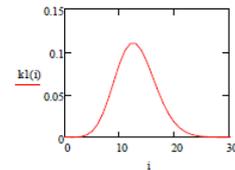
Экспоненциальное обл.:

Равномерное обл.:

$$k1(i) := \text{dpois}(i, \lambda \cdot \frac{1}{10})$$

$$M1 := \sum_{i=0}^{100} (i \cdot k1(i)) = 13$$

$$D1 := \sum_{i=0}^{100} (i^2 \cdot k1(i)) - M1^2 = 13$$

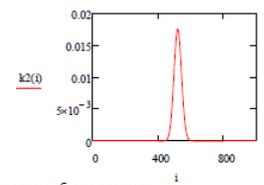


Распределение вероятностей суммарного объема ресурса:

$$k2(i) := \text{dpois}(i, \lambda \cdot 4)$$

$$M2 := \sum_{i=0}^{1000} (i \cdot k2(i)) = 520$$

$$D2 := \sum_{i=0}^{1000} (i^2 \cdot k2(i)) - M2^2 = 520$$

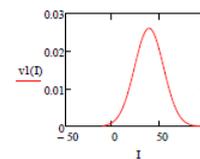


Эксп. обл. и эксп. объем:

$$m11 := \lambda \cdot a_1a \cdot ba = 39$$

$$d11 := \lambda \cdot a_2a \cdot ba = 234$$

$$v1(i) := \text{dnorm}(i, m11, \sqrt{d11})$$



Равном. обл. и эксп. объем:

$$m21 := \lambda \cdot a_1b \cdot ba = 52$$

$$d21 := \lambda \cdot a_2b \cdot ba = 138.667$$

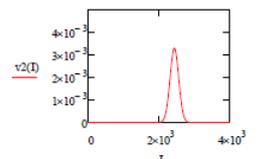
$$v3(i) := \text{dnorm}(i, m21, \sqrt{d21})$$

Эксп. обл. и равном. объем:

$$m12 := \lambda \cdot a_1a \cdot bb = 2.438 \times 10^3$$

$$d12 := \lambda \cdot a_2a \cdot bb = 1.463 \times 10^4$$

$$v2(i) := \text{dnorm}(i, m12, \sqrt{d12})$$



Равном. обл. и равном. объем:

$$m22 := \lambda \cdot a_1b \cdot bb = 3.25 \times 10^3$$

$$d22 := \lambda \cdot a_2b \cdot bb = 8.667 \times 10^3$$

$$v4(i) := \text{dnorm}(i, m22, \sqrt{d22})$$

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задача 1 (ИПК-5.1, ИПК-2.2)

Оператор базы данных обслуживает потоки заявок. Наблюдение показало, что число поступающих вызовов за любой промежуток времени не зависит от момента времени, с которого начинается отсчет, а зависит только от его продолжительности; требования в любые два не пересекающихся интервала времени поступают независимо; в достаточно малые промежутки поступает по одному требованию. Ожидаемое число требований равно 2 в минуту. Найти:

- вероятность того, что за 1 минуту поступит 3 требования?

Ответ: 0,180447044

- вероятность того, что за 10 минут поступит 7 требований?

Ответ: 0,000523468

- вероятность того, что за час поступит 120 требований?

Ответ: 0,036392999

- вероятность того, что за 5 минут поступит менее 3 требований?

Ответ: 0,002769

- вероятность того, что за 5 минут не поступит ни одного требования?

Ответ: 0,000045

- за 1 минуту поступит хотя бы 2?

Ответ: 0,593994

- интервал между двумя соседними требованиями будет меньше двух минут?

Ответ: 0,981684

- интервал между двумя соседними требованиями будет не менее двух минут?

- **Ответ:** 0,018315639

Задача 2 (ИПК-5.3, ИУК-1.1.)

Имеются две системы. У каждой из них по два прибора с одинаковой средней производительностью, равной двум заявкам в час. Входные потоки – пуассоновские, со средней интенсивностью – три заявки в час. Режим стационарный. Первая система – с отказами, без очереди, вторая – с неограниченной очередью. Найти:

- 1) вероятность занятости хотя бы одного прибора в каждой системе

Ответ: 0,724 и 0,857

- 2) вероятность, что в точности один прибор свободен в каждой системе

Ответ: 8/29 и 1/7

- 3) вероятность, что заявке не придется ждать (для второй системы)

Ответ: 0,357

- 4) вероятность, что заявка будет стоять в очереди (для второй системы)

Ответ: 0,64

Задача 3 (ИУК-1.2 , ИУК-1.3)

Система с двумя приборами одинаковой средней производительности, равной двум заявкам в час, с входным пуассоновским потоком со средней интенсивностью, равной одной заявке в час. Количество заявок в очереди не может быть больше двух. Найти следующие характеристики:

- 1) среднее время ожидания;
- 2) вероятность того, что вновь пришедшей заявке не придется ждать начала обслуживания (т. е. она сразу поступит на прибор).

Режим стационарный.

Ответы: 1) 0,028; 2) 0,9

Информация о разработчиках

Моисеева Светлана Петровна, доктор физико-математических, профессор, зав. кафедрой теории вероятностей и математической статистики ИПМКН ТГУ.