

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 31 » 06 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

**Математическая статистика**

по направлениям подготовки

**01.03.01 Математика**

**01.03.03 Механика и математическое моделирование**

**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленности (профили) подготовки :

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики**

**Основы научно-исследовательской деятельности в области механики и  
математического моделирования**

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и  
компьютерных наук**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

2022, 2023

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.2.12

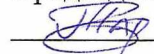
СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



Л. В. Гензе

Председатель УМК



Е. А. Тарасов

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

## **2. Задачи освоения дисциплины**

- Научиться выбирать учебные и научные источники информации по разделам дисциплины (ИОПК 1.1).

- Освоить основные понятия, теоремы и методы математической статистики (ИОПК 1.2-1.3).

- Научиться решать задачи вычислительного и теоретического характера в области математической статистики, устанавливать взаимосвязи между вводимыми понятиями, доказывать как известные утверждения, так и родственные им новые (ИОПК 1.2-1.3).

- Научиться подбирать сочетания различных статистических методов для описания и анализа стохастических моделей (ИОПК 1.2-1.3).

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Шестой семестр, зачет

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, линейная алгебра, функциональный анализ, теория вероятностей, компьютерные науки.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Оценивание параметров распределений (ИОПК 1.1-1.3)

Проблема статистического вывода. Выборочные характеристики. Достаточные статистики. Оценка параметров. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Эффективность оценок. Доверительные интервалы.

Тема 2. Статистическая проверка гипотез (ИОПК 1.1-1.3)

Проверка параметрических гипотез. Проверка непараметрических гипотез.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, коллоквиума по лекционному материалу, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет в шестом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и задачу. Продолжительность зачета 1 час.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Проблема статистического вывода. Задачи математической статистики. Схема статистического вывода.
2. Выборка. Статистическая структура. Статистика. Статистическое правило. Функции потерь и риска. Плотность распределения выборки.
3. Выборочные характеристики: порядковые статистики, эмпирическая функция распределения, выборочные моменты и квантили, гистограммная оценка плотности распределения.
4. Достаточные статистики. Теорема факторизации с доказательством.
5. Примеры построения достаточных статистик для статистических структур Бернулли, равномерной, нормальной и Коши.
6. Примеры построения достаточных статистик для статистических структур Пуассона, показательной, гамма и биномиальной.
7. Оценка неизвестного параметра распределения: определение, свойства. Формулировка основной задачи статистической теории оценивания. Метод моментов.
8. Примеры построения оценок по методу моментов.
9. Теорема о состоятельности оценок по методу моментов с доказательством.
10. Теорема об асимптотической нормальности оценок по методу моментов с доказательством.
11. Принцип и метод максимального правдоподобия для оценивания неизвестных параметров распределений. Функция правдоподобия. Уравнения правдоподобия. Примеры построения оценок ММП.
12. Теорема о состоятельности оценок ММП с доказательством.
13. Информация по Фишеру: определение и свойства.
14. Теорема об асимптотической нормальности оценок ММП с доказательством.
15. Оптимальная оценка. Неравенство Рао-Крамера с доказательством.
16. Неравенство Рао-Крамера для несмещенных оценок. Метод построения оптимальных несмещенных оценок.
17. Эффективность несмещенной оценки. Теорема об эффективности оценки ММП с доказательством. Примеры эффективных несмещенных оценок неизвестных параметров распределений.
18. Доверительные области (интервалы). Построение доверительных интервалов для

среднего и доверительных верхних границ для дисперсии нормального распределения.

19. Лемма Фишера с доказательством.
20. Асимптотически доверительные области. Построение асимптотически доверительных интервалов для вероятности успеха в схеме Бернулли и параметра интенсивности распределения Пуассона.
21. Статистическая проверка гипотез: основные понятия и определения.
22. Критерии на основе состоятельных оценок параметров распределений. Проверка гипотезы о величине среднего значения нормального распределения при известной и неизвестной дисперсии.
23. Критерии на основе состоятельных оценок параметров распределений. Проверка гипотезы о величине дисперсии нормального распределения при известном и неизвестном среднем значении.
24. Двухвыборочные критерии Стьюдента (сравнение средних) и Фишера (сравнение дисперсий).
25. Подходы к сравнению критериев. Наиболее мощные критерии.
26. Критерий отношения правдоподобия. Лемма Неймана-Пирсона с доказательством.
27. Рандомизированные критерии. Проверка гипотезы о вероятности успеха в схеме Бернулли.
28. Проверка надежности при показательном распределении долговечности.
29. Принцип двойственности между задачами проверки гипотез и доверительного оценивания. Оптимальность доверительных границ, соответствующих равномерно наиболее мощным критериям.
30. Критерии согласия хи-квадрат и Колмогорова.
31. Теорема Пирсона с доказательством.
32. Критерий проверки независимости хи-квадрат.
33. Критерий проверки однородности хи-квадрат.
34. Критерий Смирнова. Критерий Манна-Уитни.

Примеры задач:

1. Ниже приведены результаты измерения роста (в см) случайно отобранных студентов.

Рост	154-158	158-162	162-166	166-170	170-174	174-178	179-182
Число студентов	10	14	26	28	12	8	2

Считая, что измерения нормально распределены с параметрами  $(a, \sigma^2)$ . Найти наиболее правдоподобную оценку вектора  $(a, \sigma^2)$ , оценить эффективность полученной оценки. Каково будет решение этой задачи, когда

- а)  $\sigma^2$  - известно,  $a$  - неизвестно;
- б)  $\sigma^2$  - неизвестно,  $a$  - известно.

2. Согласуются ли приведенные выше данные с нормальным распределением?

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Коллоквиум и зачет может быть оценен «Зачтено» и «Не зачтено». Итоговая оценка – «Зачтено» выставляется, если зачтены индивидуальные задания, коллоквиум и зачет, иначе выставляется - «Не зачтено». При ответе на теоретический вопрос оценивается полнота и точность ответа, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический материал, знания основной и дополнительной литературы.

### Критерии оценивания Индивидуальных заданий и контрольных работ

Не зачтено	Зачтено
Работа не сдана или решено верно менее 60% заданий	Решено верно более 60% заданий

### Критерии оценивания коллоквиума и зачета

Не зачтено	Зачтено
Дан неправильный ответ, однозначно неправильная трактовка темы.	Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Знание основной и дополнительной литературы.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=12696>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Боровков А.А. Математическая статистика. СПб.: Лань, 2016, 703 с.
2. Ватутин В.А., Ивченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков В.П. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах, М.: Ленанд, 2015, 369 с.
3. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику, М.: Изд-во ЛКИ, 2015, 599 с.
4. Климов Г.П. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: изд-во МГУ, 2011, с. 365.
5. Крамер Г., Математические методы статистики, М.: РХД, 2003, 648 с.
6. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. М.: Ин-т компьютерных исследований, 2004, 271 с.

б) дополнительная литература:

1. Ван дер Варден Б.Л. Математическая статистика, М.: ИЛ, 1960.
2. Леман Э., Проверка статистических гипотез, М.: Наука, 1979.
3. Леман Э., Теория точечного оценивания, М.: Наука, 1991.
4. Прохоров Ю.В., Пономаренко Л.С. Лекции по теории вероятностей и математической статистике, Московский гос. ун-т им. М. В. Ломоносова, 2012, 252 с.
5. Исаева Н.А., Кривякова Э.Н. Оценивание параметров распределения. Методические указания. Томск, ТГУ, 1990.
6. Исаева Н.А., Кривякова Э.Н. Проверка статистических гипотез. Методические указания. Томск, ТГУ, 1990.
7. Исаева Н.А., Кривякова Э.Н. Метод наименьших квадратов. Линейная регрессия. Методические указания. Томск, ТГУ, 1991.
8. Коршунов Д.А., Чернова Н.И. Сборник задач и упражнений по математической статистике. Нов-ск, НГУ, 2004.

в) ресурсы сети Интернет:

- 1) <http://digest.ws/matlab.html>
- 2) Exponenta.ru: Образовательный математический сайт

- 3) [http://www-sbras.nsc.ru/win/mathpub/math\\_www.html](http://www-sbras.nsc.ru/win/mathpub/math_www.html)
- 4) [r-project.org](http://r-project.org)
- 5) <https://www.python.org>

### 13. Перечень информационных технологий

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:
- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
  - средства для статистической обработки данных (R, Python)
  - публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения практических занятий – компьютерные классы, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, включающие

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 10.
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX+ TeXstudio, Libre Office.
- средства разработки приложений и СУБД: python3 (anakonda3), Visual Studio Code, R-lang, node.js, Pycharm.
- математические пакеты: Matlab R2015.
- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

### 15. Информация о разработчиках

Пчелинцев Евгений Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ ТГУ.