

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:  
Декан  
Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины  
**Решение нестандартных математических задач**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Фундаментальная математика**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Магистр**

Год приема  
**2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
П.А. Крылов

Председатель УМК  
Е.А. Тарасов

Томск 2024

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ОПК-3 Способен использовать знания в сфере математики при осуществлении педагогической деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИОПК 3.1 Популярно и доступно излагает современные научные достижения в сфере математики для аудитории различного уровня

## **2. Задачи освоения дисциплины**

- Освоить особенности формулировок и методы решения нестандартных математических задач.
- Изучить методические особенности обучения решению нестандартных математических задач.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Первый семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

- лекции: 16 ч.
- практические занятия: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Общеразвивающие нестандартные задачи.

Нестандартные задачи повышенной сложности в школьном курсе математики, внеклассной деятельности и дополнительном образовании. Задачи на сообразительность. Головоломки. Переправы, разъезды, взвешивания, переливания. Математические игры, выигрышные стратегии.

Тема 2. Числовые нестандартные задачи.

Десятичная запись натуральных чисел, числовые ребусы и фокусы, поиск числовых

закономерностей.

Тема 3. Геометрические нестандартные задачи.

Разрезания, развертки, построения, перекладывание фигур (спички), замощение, раскраски.

Тема 4. Специальные методы решения нестандартных задач.

Эффект «плюс-минус один», подсчет двумя способами, метод «оценка + пример», принцип Дирихле, дискретная непрерывность.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проверки наличия выполненных домашних заданий и выступлений у доски с объяснением домашних заданий. Текущий контроль фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет с оценкой в первом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса. Все ответы на теоретические вопросы должны сопровождаться приведением примеров соответствующих нестандартных задач и рассмотрением методических приемов по обучению решению этих задач. Продолжительность зачета 1 часа.

Если студент не выполнил в течение семестра домашнее задание по какой-либо из тем, то он получает на зачете дополнительное задание в виде задачи на данную тему. При этом время зачета увеличивается на 30 минут для каждой дополнительной задачи.

Перечень теоретических вопросов

1. Задачи на сообразительность. Головоломки. Задачи-шутки.
2. Логические задачи.
3. Задачи на метод математической индукции.
4. Задачи на взвешивания и переливания.
5. Математические игры. Симметричные стратегии и задачи, решаемые с конца.
6. Задачи на вычеркивание и приписывание цифр, числовые ребусы.
7. Числовые закономерности.
8. Задачи на вероятности.
9. Задачи на развертки и построения. Флексагоны.
10. Эффект «плюс-минус один» при решении задач.
11. Подсчет двумя способами при решении задач.
12. Задачи, решаемые методом «оценка + пример».
13. Задачи на делимость и КТО.
14. Применение принципа Дирихле при решении задач.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» ставится за исчерпывающий, точный ответ, демонстрирующий хорошее знание и понимание теоретического материала, свободное владение математическим аппаратом и методическими приемами, умение излагать материал последовательно, делать необходимые обобщения и выводы.

Оценка «хорошо» ставится за ответ, обнаруживающий достаточное знание и понимание теоретического материала, владение методическими приемами, умение излагать материал последовательно и грамотно. В ответе может быть недостаточно полно развернута аргументация, возможны отдельные недостатки в формулировке выводов или

в методической обоснованности выбора формы подачи материала.

Оценка «удовлетворительно» ставится за ответ, в котором материал раскрыт в основном правильно, но недостаточно полно, с отклонениями от последовательности изложения или методически непродуманно. Математически строгие доказательства подменяются правдоподобными рассуждениями, нет полноценных обобщений и выводов, форма подачи материала не выверена.

Оценка «неудовлетворительно» ставится, если ответ обнаруживает незнание теоретического материала и неумение его анализировать, в ответе отсутствуют необходимые математические примеры; нарушены логика и методическая обоснованность в изложении материала, нет необходимых обобщений и выводов.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине \_\_\_\_\_ в электронном университете «ИДо» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=6750>

б) Оценочные материалы текущего контроля по дисциплине. Примеры задач для выполнения домашних заданий.

Какой знак надо поставить между написанными рядом цифрами 2 и 3, чтобы получилось число, большее двух, но меньшее трёх?

У одного человека не было карманных часов, а были только настенные, которые однажды остановились. Он отправился к своему знакомому, часы которого шли безукоризненно, узнал время и, не задерживаясь долго, вернулся домой. Дома он быстро произвёл несложные вычисления и поставил стрелки настенных часов в положение, соответствующее точному времени. Как он действовал и рассуждал, если предварительно ему не было известно, сколько времени занимает дорога?

Пять землекопов за 5 часов выкапывают 5 м канавы. Сколько потребуется землекопов, для того чтобы выкопать 100 м канавы за 100 часов?

На острове живут два племени: рыцарей, которые всегда говорят правду, и лжецов, которые всегда обманывают. Как-то раз встретились два островитянина и один сказал другому: «По крайней мере один из нас – лжец». История умалчивает, ответил ли ему на это что-либо собеседник. Тем не менее определите, кем являются оба.

Пете и Коле купили по коробке конфет. В каждой коробке находится 12 конфет. Петя из своей коробки съел несколько конфет, а Коля из своей коробки съел столько конфет, сколько осталось в коробке у Пети. Сколько конфет осталось на двоих у Пети и Коли?

У стола отпилили один угол. Сколько углов у него теперь? А сколько углов будет, если отпилить два, три, четыре угла?

Отец с двумя сыновьями отправился в поход. На их пути встретилась река, у берега которой находился плот. Он выдерживает на воде или отца, или двух сыновей. Как переправиться на другой берег отцу и сыновьям?

К реке одновременно подошли три купца и три разбойника. Всем необходимо было переправиться на другой, противоположный берег. У берега стояла лодка, которая могла вместить только двух человек. Если во время переправы на том или ином берегу число купцов и разбойников будет одинаковым, то разбойники не тронут купцов; если же число разбойников превысит число купцов, то разбойники убьют купцов. Перед купцами стояла сложная задача, но она легко была ими решена — все перебрались на тот берег и жертв не было. Как сумели переправиться на тот берег купцы и разбойники, если при этом не было жертв?

Коле, Толе и их отцу нужно успеть добраться из деревни, где они живут, до железнодорожной станции за 3 часа, чтобы не опоздать на поезд. Расстояние до станции

33 км. У отца есть скутер, скорость которого без пассажира 25 км/ч, а с пассажиром – 20 км/ч (двух пассажиров на скутере перевозить нельзя). Каждый из мальчиков идет по дороге со скоростью 5 км/ч. Докажите, что все трое смогут добраться до станции за 3 часа.

Среди 101 одинаковых по виду монет одна фальшивая, отличающаяся по весу. Как с помощью чашечных весов без гирь за два взвешивания определить, легче или тяжелее фальшивая монета? Находить фальшивую монету не требуется.

Имеется 5 монет, среди которых есть по крайней мере одна настоящая и по крайней мере одна фальшивая. Каждая настоящая монета весит 2 грамма, каждая фальшивая – 1 грамм. Как за три взвешивания на чашечных весах без гирь определить, сколько среди данных пяти монет имеется настоящих (1, 2, 3 или 4)?

Разрежьте клетчатый прямоугольник размером  $2 \times 5$  на 4 **неравных** друг другу прямоугольников.

Разрежьте клетчатый прямоугольник размером  $4 \times 9$  на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.

В примере на сложение после замены одинаковых цифр одинаковыми буквами, а разных – разными, получилось РЕШИ + РЕБУС = СКОРЕЙ. Восстановите исходные цифры.

Найдите наибольшее натуральное число, вычёркиванием цифр которого нельзя получить число, кратное трём.

На доске написано 12. В течение каждой минуты число либо умножают, либо делят либо на 2, либо на 3, и результат записывают на доску вместо исходного числа. Покажите, как таким образом можно через час получить число 72. Докажите, что число, которое будет написано на доске ровно через час, не будет равно 54.

Незнайка очень внимательно умножил 111122223333 на 123 и получил 13666033469959. Найдите причину, по которой Знайка может, не пересчитывая сказать, что Незнайка умножать большие числа не умеет.

На тридцати карточках, лежащих на столе, написаны числа 1, 2, ..., 30 (на каждой карточке по одному числу, каждое число встречается ровно один раз). Петя и Вася по очереди берут по одной карточке со стола. Выигрывает тот, у кого первым найдётся несколько карточек (не обязательно использовать все имеющиеся), сумма чисел на которых равна 31. Первый ход делает Петя. Кто из игроков сможет обеспечить себе выигрыш независимо от ходов противника и как он должен для этого играть?

Перед Петей и Васей лежат две кучи конфет и коробка. Они играют в следующую игру. Каждый из них по очереди одну кучу конфет перекладывает в коробку, а другую делит на две меньшие кучки (в каждой из которых есть хотя бы одна конфета). Проигрывает тот, в свою очередь не сможет сделать ход по правилам. Первым ходит Петя. Кто из мальчиков выиграет при правильной игре, если в начале игры в одной из кучек было 2015 конфет, а в другой 2016?

в) План семинарских/практических занятий по дисциплине.

1. Введение. Нестандартные задачи повышенной сложности.
2. Задачи на сообразительность. Головоломки. Задачи-шутки.
3. Логические задачи.
4. Задачи на метод математической индукции.
5. Задачи на взвешивания и переливания.
6. Математические игры. Симметричные стратегии и задачи, решаемые с конца.
7. Задачи на вычёркивание и приписывание цифр, числовые ребусы.
8. Числовые закономерности.
9. Задачи на числовые последовательности.
10. Задачи на вероятности.
11. Задачи на развертки и построения. Флексагоны.
12. Эффект «плюс-минус один» при решении задач.

13. Подсчет двумя способами при решении задач.
14. Задачи, решаемые методом «оценка + пример».
15. Задачи на делимость и КТО.
16. Применение принципа Дирихле при решении задач.

г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

Успешное освоение курса невозможно без напряженной самостоятельной работы студенты. Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научно-методической литературе);
- решение задач, предложенных в качестве домашнего задания;
- подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения.

При выполнении домашних заданий рекомендуется сначала повторить соответствующий теоретический материал, просмотреть типовые опорные задачи, рассмотренные на лекциях, и примеры, решенные на практических занятиях.

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

- Бурого А. Дневник математического кружка: первый год занятий. – М.: МЦНМО, 2019. – 368 с.
- Генкин С.А., Итенберг И.В., Фомин Д.В. Ленинградские математические кружки. – М.: МЦНМО, 2022. – 304 с.
- Фарков А. В. Математические олимпиады: методика подготовки. – М. Вако, 2021. – 178 с.

б) дополнительная литература:

- Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. – М.: МЦНМО, 2022. – 96 с.
- Кордемский Б.А. 259 математических головоломок. Логические миниатюры, занимательные эссе, фантазии и задачи. – М.: Мир и образование, 2022. – 400 с.
- Перельман Я.С. Большая книга задач и головоломок для юного гения. – М.: Аванта, 2023. – 224 с.
- Толпыго А.К. Нестандартные задачи из запасников математических олимпиад. – М.: МЦНМО, 2019. – 208 с.
- Игнатъев Е.И. В царстве смекалки. – М.: Римис, 2017. – 228 с.

в) ресурсы сети Интернет:

- Малый мехмат МГУ. <http://mmmf.msu.ru/>
- Интернет-проект «Задачи». <http://www.problems.ru>
- Сайт подготовки к олимпиадам, ДВИ и ЕГЭ по математике <https://mathus.ru/math/>
- Архив материалов Кировской ЛМШ <http://cdoosh.ru/lmsh/archive.html>
- Страничка Александра Шаповалова. <http://ashap.info/indexrus.htm>
- Подготовка школьников Москвы к олимпиадам <https://math.mosolymp.ru/>
- Карусель-кружок <http://karusel.desc.ru/krugok>

## **13. Перечень информационных технологий**

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения:

MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);  
– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –  
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>  
– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –  
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>  
– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

#### **15. Информация о разработчиках**

1. Гриншпон Яков Самуилович, кандидат физико-математических наук, доцент, Томский государственный университет, доцент кафедры общей математики.
2. Королева Анастасия Максимовна, ассистент кафедры общей математики.