

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Химический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

И.о. декана химического факультета

А. С. Князев

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

по направлению подготовки / специальности

04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

Направленность (профиль) подготовки / специализация:

Фундаментальная и прикладная химия

Форма обучения

Очная

Квалификация

химик-специалист, преподаватель

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

В.В. Шелковников

Председатель УМК

Л.Н. Мишенина

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-3. Способен применять расчетно-теоретические методы для изучения свойств веществ и процессов с их участием, используя современное программное обеспечение и базы данных профессионального назначения.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК 3.1 Знает основы теоретической физики, математического анализа и квантовой химии; основные теоретические и полуэмпирические модели, применяемые при решении задач химической направленности

РООПК 3.2 Умеет решать расчетно-теоретические задачи химической направленности по разработанным методикам, использовать аппарат теоретической химии и физики для грамотной интерпретации полученных результатов

2. Задачи освоения дисциплины

- Освоить аппарат теории пределов и производных и методы интегрирования.
- Научиться применять понятийный аппарат дифференциальных уравнений для решения практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Первый семестр, экзамен

Второй семестр, экзамен

Третий семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 з.е., 432 часов, из которых:

-лекции: 96 ч.

-практические занятия: 96 ч.

в том числе практическая подготовка: 96 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Действительные числа, пределы числовых последовательностей и функций.

Объединение, пересечение, разность множеств. Действительные, рациональные, натуральные числа. Числовые последовательности и их пределы; свойства пределов последовательностей; понятие функции. Основные свойства предела функции, локальные свойства функции, имеющей предел. Непрерывные функции и их основные локальные свойства; элементарные функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.

Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций, эквивалентные функции. Точки разрыва, их классификация. Точки разрыва монотонной функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке: теоремы Вейерштрасса, Больцано-Коши, Кантора.

Тема 2. Производные и дифференциалы.

Производная, дифференцируемые функции и их свойства. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, формула Тейлора, правило Лопиталя. Признаки монотонности. Экстремумы, максимумы и минимумы. Направления вогнутости. Точки перегиба. Асимптоты. Построение графика функции с помощью производных.

Тема 3. Интегральное исчисление функций действительной переменной.

Первообразная. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Замена переменного. Интегрирование по частям. Суммы Дарбу и их свойства. Интеграл Римана-Стилтьеса относительно неубывающей функции. Классы интегрируемых функций. Интегральные суммы Римана-Стилтьеса, их связь с интегралом. Свойства определенного интеграла. Теоремы о среднем. Свойства интеграла Римана, как функции верхнего предела интегрирования. Существование первообразной у непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определенного интеграла. Замена переменного, интегрирование по частям. Спряжляемые кривые; длина кривой. Несобственные интегралы. Абсолютная сходимость. Признаки сходимости.

Тема 4. Числовые ряды.

Поле комплексных чисел, предел последовательности и его свойства. Числовой ряд, его сходимость и сумма. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость рядов. Основные признаки сходимости числовых рядов. Перестановка членов абсолютно и условно сходящихся рядов. Операции над рядами.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Дифференцируемые отображения. Производная, дифференциал, матрица Якоби, якобиан. Связь с дифференцируемостью координатных функций. Частные производные. Производная по направлению. Градиент. Достаточное условие дифференцируемости. Основные свойства дифференцируемых вектор-функций. Дифференцирование сложных вектор-функций. Инвариантность формы первого дифференциала. Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Необходимое условие существования локального экстремума, достаточное условие. Неявные функции, теоремы существования. Дифференцирование неявных функций. Условный экстремум.

Тема 6. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.

Кратные интегралы. Замена переменных. Методы вычисления кратных интегралов. Физические приложения. Теория поля.

Тема 7. Функциональные ряды и интегралы Фурье

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Теоремы о равномерно сходящихся последовательностях и рядах: непрерывность предельной функции и суммы ряда, почленное дифференцирование и интегрирование. Степенные ряды. Теоремы Абеля. Интервал и радиус сходимости. Ряды Тейлора и Маклорена, свойство единственности. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Фурье по тригонометрической системе функций.

Тема 8. Дифференциальные уравнения

Понятие математической модели физического процесса и примеры описания. Определение дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Существование и единственность решения задачи Коши. Зависимость решения задачи Коши от начальных условий и параметров. Линейные уравнения n -го порядка и их свойства. Общее решение однородного уравнения. Методы построения частного решения неоднородного уравнения. Метод Лагранжа. Система линейных уравнений. Фундаментальная система решений. Методы Эйлера, матричной экспоненты. Решение неоднородной системы линейных уравнений (метод вариации постоянной). Система уравнений с постоянными коэффициентами.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, опросов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий и тестов в системе Moodle, которые РООПК-3.2. Результаты текущего контроля фиксируются в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр в системе Moodle.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть представляет собой 2 теоретических вопроса, один из которых на знание определений, а второй на вывод теоремы, которые проверяют ИОПК-4.1., ИОПК-4.3. Ответы на вопросы первой части даются письменно с устной защитой.

Вторая часть содержит три задачи, проверяющие ИОПК-3.1. Ответ на вопрос второй части дается письменно.

Примерный перечень теоретических вопросов.

1 семестр.

- 1) Множества. Операции над множествами.
- 2) Функции и их свойства. Способы задания функций.
- 3) Основные элементарные функции, их графики и простейшие свойства.
- 4) Многочлены и их простейшие свойства.
- 5) Последовательность и ее предел. Основные теоремы о сходящихся числовых последовательностях. Операции над сходящимися числовыми последовательностями.
- 6) Предел функции, свойства пределов функции. Первый замечательный предел.
- 7) Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Сравнение бесконечно малых величин. Эквивалентные бесконечно малые (примеры).
- 8) Непрерывность функции. Определение и свойства.
- 9) Односторонние пределы. Классификация точек разрыва. Примеры.
- 10) Дифференцируемость функции в точке. Связь понятий производной и дифференциала функции.
- 11) Геометрический и механический смысл производной. Связь между непрерывными и дифференцируемыми функциями.
- 12) Правила дифференцирования явно заданных функций (с доказательством). Производная обратной функции.
- 13) Производные степенной, показательной и логарифмической функции (с выводом).
- 14) Производные тригонометрических функций (с выводом).

- 15) Производные обратных тригонометрических функций (с выводом).
- 16) Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.
- 17) Производные и дифференциалы высших порядков явно заданных функций. Формула Лейбница.
- 18) Правило Лопиталья. Примеры.
- 19) Формула Тейлора для функций одного аргумента. Табличные разложения.
- 20) Исследование функций на экстремум. Необходимое и достаточное условие существования экстремума.
- 21) Промежутки монотонности функции. Задача отыскания наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.
- 22) Выпуклость функции. Точки перегиба.
- 23) Асимптоты графика. Вывод формул для параметров уравнения наклонных асимптот.
- 24) Схема полного исследования функции с пояснением по каждому пункту.
- 25) Функции многих переменных. Область определения ФМП, график, примеры.
- 26) Предел и непрерывность ФМП.
- 27) Частные производные ФМП. Геометрический смысл частных производных.
- 28) Дифференцируемость функции многих переменных. Полный дифференциал.
- 29) Производная сложной функции.
- 30) Вычисление производной неявно заданной функции с помощью частных производных.

2 семестр.

1. Определение первообразной и ее свойства. Неопределенный интеграл. Геометрическая интерпретация.
2. Свойства неопределенного интеграла с доказательством. Таблица интегралов.
3. Независимость неопределенного интеграла от выбора аргумента. Пример на использование данного свойства.
4. Непосредственное интегрирование и метод замены переменной.
5. Формула интегрирования по частям. Использование этой формулы на практике.
6. Интегрирование рациональных дробей.
7. Интегрирование иррациональных функций.
8. Интегрирование тригонометрических функций.
9. Понятие определенного интеграла. Теорема о существовании определенного интеграла.
10. Свойства определенного интеграла с доказательством.
11. Связь между понятиями определенного и неопределенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Геометрический смысл определенного интеграла. Методы вычисления определенных интегралов.
13. Вычисление площадей фигур с помощью определенных интегралов.
14. Вычисление длины дуги явно заданной кривой.
15. Вычисление длины дуги кривой, заданной параметрически и в полярной системе координат.
16. Несобственный интеграл первого рода. Признаки сравнения для несобственных интегралов первого рода в виде теорем.
17. Несобственный интеграл второго рода. Признаки сравнения для несобственных интегралов второго рода в виде теорем.
18. Определение двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла.
19. Физический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла.
20. Вычисление двойных интегралов.

21. Замена переменных в двойном интеграле в общем случае. Переход в полярную систему координат.
22. Определение: сходимость ряда, сумма ряда.
23. Необходимое условие сходимости ряда.
24. Обобщенный гармонический ряд. Доказательство сходимости/расходимости.
25. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами.
26. Признаки сравнения рядов.
27. Признаки ДАламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.
28. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды.
29. Абсолютная и условная сходимость.
30. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
31. Теорема Лейбница.
32. Степенной ряд. Область сходимости. Теорема Абеля.
33. Ряды Тейлора и Маклорена.
34. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена. Радиусы сходимости.

3 семестр.

1. Тригонометрический ряд Фурье для функции с периодом 2π .
2. Тригонометрический ряд Фурье для функций с периодом $2L$.
3. Тригонометрический ряд Фурье для чётной и нечётной функций.
4. Ряд Фурье в комплексной форме.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка. Понятия решения, интегральной кривой, семейства кривых, задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными. Формулировки теорем существования и единственности. Примеры.
6. Дифференциальные уравнения в полных дифференциалах.
7. Дифференциальные уравнения, интегрируемые с помощью интегрирующего множителя.
8. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка с переменными коэффициентами.
9. Дифференциальные уравнения, не разрешённые относительно производной.
10. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения.
11. Уравнение Бернулли.
12. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
13. Дифференциальные уравнения высших порядков. Методы понижения порядка.
14. Линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами. Свойства решений. Структура общего решения.
15. Определитель Вронского. Теорема о линейной независимости решений.
16. Линейные неоднородные уравнения. Структура общего решения.
17. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольной постоянной.
18. Линейные неоднородные уравнения. Метод вариации произвольной постоянной.
19. Линейная однородная система. Структура общего решения.

Примеры задач:

- 1) Исследовать функцию и сделать чертеж:

$$y = \frac{x + 2}{x^2 - 25}.$$

2. Вычислить производные:

a) $y = \frac{3x-4}{\sqrt{x^3+3x-2}}$;

б) $y = (3^{\sin x} - e^{2x})^5$;

в) $y = 5 \ln \arcsin \sqrt{1+10x^2}$;

3. Найти пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 + 2x + 1)$

2. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{x + 5}$

3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + x^2}{x^2 + 5x + 6}$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 8x}$

4. Вычислить неопределенные интегралы:

1) $\int \frac{x e^{\arctg x}}{(1+x^2)^{3/2}} dx$.

2) $\int x \sqrt{1+x^2} dx$

5. Вычислить определенные интегралы:

1. $\int_0^1 (5x-2)^4 dx$. 2. $\int_0^{\pi/2} \sin 3x dx$.

6. Исследовать числовые ряды на сходимость

1). $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}$.

2). $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+1}{4n+3} \right)^{2n}$.

7. Решить уравнение:

$$y' + 2xy = x e^{-x^2}, \quad y(0) = 2.$$

8. Решить уравнение:

$$y''' + 4y' = x - 3 \sin 2x.$$

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Студенту ставится оценка

- «удовлетворительно» ставится, если студент справился со всеми задачами;
- «хорошо», если решены все задачи и ответил хотя бы на один из теоретических вопросов полностью, либо на два вопроса, но ответы неполные;

«отлично» ставится, если студент решил все задачи и ответил на оба вопроса по теории полностью.

11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle»
- <https://moodle.tsu.ru/enrol/index.php?id=21459> (1 семестр)
<https://moodle.tsu.ru/enrol/index.php?id=303711> (2 семестр)
<https://moodle.tsu.ru/enrol/index.php?id=28493> (3 семестр)
- б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (примеры заданий приведены выше).
- в) План практических занятий по дисциплине.
- г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов. Самостоятельная работа подразумевает подготовку к практическим занятиям в форме разбора лекций, а также выполнение тренировочных заданий в системе «Plagio» для отработки тем и подготовки к контрольным работам.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

- а) основная литература:
- Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие : [для студентов технических вузов] / Б. П. Демидович, В. П. Моденов: Лань, 2016. – 275 с.
 - Шершнева, В. Г. Математический анализ : учебное пособие / В. Г. Шершнева. – Москва : ИНФРА-М, 2023. – 288 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005488-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1911157>
 - Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. – 6-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 280 с. – ISBN 978-5-8114-9441-5. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/195426>
 - Карташев, А. П. Математический анализ : учебное пособие / А. П. Карташев, Б. Л. Рождественский. – 2-е изд. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 448 с. – ISBN 978-5-8114-0700-2. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/210116>
 - Берман Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. – 10-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 492 с. – ISBN 978-5-8114-9878-9. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/200084>
- б) дополнительная литература:
- Сборник задач по математике для ВТУЗов. Ч.1. Линейная алгебра и основы математического анализа: учебное пособие / В. А. Болгов и др. – 3 изд. – М.: Наука, 1993. – 480 с.
 - Сборник задач по математике для ВТУЗов. Ч.2. Линейная алгебра и основы математического анализа: учебное пособие / В. А. Болгов и др. – 2 изд. – М.: Наука, 1986. – 368 с.
 - Гусак А. А. Высшая математика : учебник для студентов вузов. В 2-х т. Т. 1, 2 / А. А. Гусак. - 6-е изд. - Минск : ТетраСистемс, 2007. – 448 с.
 - Гусак А. А., Гусак Г. М., Бричикова Е. А. Справочник по высшей математике. - Минск : ТетраСистемс, 1999. – 940 с.
- в) ресурсы сети Интернет:
- открытые онлайн-курсы на базе ТГУ;
 - <https://exponenta.ru/>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ.
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

в) профессиональные базы данных:

- Общероссийский портал <http://www.mathnet.ru/>
- Открытые лекции ученых МГУ – <https://teach-in.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»).

15. Информация о разработчиках

Губин Владимир Николаевич, канд. физ.-мат. наук, кафедра системного анализа и математического моделирования Национального исследовательского Томского государственного университета, доцент.