

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:

Декан
Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

Теория множеств

по направлениям подготовки / специальностям

01.03.01 Математика

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленности (профили) подготовки/ специализации:

Современная математика и математическое моделирование

Вычислительная математика и компьютерное моделирование

Форма обучения

Очная

Квалификации

Математик. Преподаватель / Математик. Аналитик / Математик. Исследователь

Математик. Преподаватель / Математик. Вычислитель /

Исследователь в области математики и компьютерных наук

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП
Л.В. Гензе

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

Томск – 2024

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук и механики в профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-1.1 Знает типовые постановки задач математики и механики, классические методы решения, теоретические основы методов и границы их применимости

РООПК-1.2 Способен адаптировать известные математические методы для решения поставленной задачи в области математики и механики

РООПК-1.3 Способен провести решение поставленной задачи в области математики и механики с использованием полученных фундаментальных знаний и получить результат

2. Задачи освоения дисциплины

– Освоить понятийный аппарат теории множеств, разобраться с ее аксиоматическим построением, изучить возможности ее развития

– Научиться применять понятийный аппарат теории множеств для его дальнейшего использования в курсах математического анализа, алгебры, топологии и др.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, является обязательной для изучения.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Второй семестр, зачет

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

Поскольку курс предполагает изучение оснований математики, ее базовых понятий, то его можно успешно изучить и освоить без освоения каких-то других дисциплин.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часов, из которых:

-лекции: 16 ч.

-практические занятия: 16 ч.

в том числе практическая подготовка: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Множества и операции над ними. Отображения множеств.

Понятие множества, семейства множеств. Операции объединения, пересечения, дополнения, разности множеств и их свойства. Формулы двойственности. Декартово произведение множеств. Последовательности множеств, понятие верхнего и нижнего

предела. Предел последовательности множеств. Понятие отображения, виды отображений. Инъекция, сюръекция, биекция.

Тема 2. Счетные множества. Несчетные множества.

Определение счетного множества. Примеры счетных множеств. Теоремы о счетности конечного объединения счетных множеств, счетного объединения счетных множеств. Счетность декартова произведения конечного числа счетных множеств.

Несчетные множества: примеры и свойства. Несчетность отрезка $[0,1]$. Несчетность множества иррациональных чисел. Множество Кантора и его свойства. Несчетность множества Кантора.

Тема 3. Равномощные множества. Мощность множества.

Определение равномощных множеств. Примеры равномощных множеств. Понятие мощности множества. Некоторые свойства мощностей для конечных множеств. Отношение «мощность множества A не превосходит мощности множества B », свойства этого отношения. Теорема Кантора-Бернштейна и ее применение для доказательства равномощности. Равномощность полуинтервала $[0,1)$ и его квадрата. Теоремы об объединении и декартовом произведении континуальных семейств множеств мощности континуум. Булеан и его мощность. Теорема Кантора.

Тема 4. Отношения на множестве.

Понятие отношения. Примеры. Типы отношений: рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Теорема о разбиении множеств на классы эквивалентности с помощью отношения эквивалентности. Отношение порядка. Линейный порядок, полный порядок: определения и примеры. Вполне упорядоченные множества. Свойства вполне упорядоченных множеств. Трансфинитная индукция.

Тема 5. Изоморфные множества

Определение изоморфизма, примеры изоморфизмов. Понятие автоморфизма. Свойства автоморфизмов. Порядковый тип множества.

Тема 6. Парадоксы наивной теории множеств. Аксиоматика Цермело-Френкеля.

Парадоксальные рассуждения и причины их появления. Парадокс Кантора. Парадокс Рассела. Аксиома фундирования и другие аксиомы. Аксиоматика Цермело-Френкеля.

Тема 7. Аксиома выбора и равносильные ей утверждения.

Аксиома выбора: две различные формулировки и их равносильность. Теорема Цермело. Лемма Цорна. Равносильность условия Цермело и аксиомы выбора. Равносильность Леммы Цорна и аксиомы выбора. Существование множества, не имеющего длины – множества Витали – как следствие аксиомы выбора.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет во втором семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность зачета 1 час. Можно получить зачет автоматически при условии посещения лекций, наличия конспекта лекций, при суммарном количестве баллов не менее 7 по результатам проведения двух контрольных работ.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=37610>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

1. Операции над множествами. Семейства множеств. Верхний и нижний пределы последовательности множеств. Сходящиеся последовательности множеств.

2. Счетные множества. Несчетные множества. Счетность множества непересекающихся кругов на плоскости. Счетность множества алгебраических чисел.

3. Биективные отображения. Равномощные множества.

4. Теорема Кантора - Бернштейна и ее использование для доказательства равномощности множеств.

5. Свойства мощностей конечных множеств.

6. Отношения на множестве. Типы отношений. Отношение эквивалентности. Отношение порядка.

7. Изоморфные и неизоморфные множества. Автоморфизмы.

г) Самостоятельная работа направлена на выработку навыка самостоятельного поиска информации, закрепление лекционного материала, развитие необходимых практических навыков, установление связей с различными разделами дисциплины. В течение семестра студенты разбирают и решают задачи, указанные преподавателем к каждому семинару, разбирают и повторяют основные понятия и теоремы, доказанные на лекциях, выполняют индивидуальные задания.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Верещагин Н.К., Шень А. В31. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. — 4-е изд., доп. — М: МЦНМО, 2012, 112 с.

– Архангельский А.В. Канторовская теория множеств. Издательство Московского университета, 1988 г.

б) дополнительная литература:

– Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа, издание седьмое, Москва, Физматлит., 2004 г., 575 с.

– Куратовский К., Мостовский А., Теория множеств М.: Мир., 1970 г. 416 с.

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Емельянова Татьяна Вениаминовна, к.ф.-м.н., кафедра математического анализа и теории функций, доцент.