Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан
А. Г. Коротаев

Оценочные материалы по дисциплине

Математический анализ

по направлению подготовки / специальности

03.03.03 Радиофизика

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:
Киберфизические системы, прикладная электроника и квантовые технологии

Форма обучения
Очная

Квалификация
Радиофизик-кибернетик, преподаватель. Разработчик киберфизических и квантовых систем

Год приема
2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
О.А, Доценко

Председатель УМК
А.П. Коханенко

Томск – 2025

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК 1.1 Обладает базовыми знаниями в области математики и физики, необходимыми для освоения специальных дисциплин.

РООПК 1.2 Обладает базовыми знаниями в области радиофизики, необходимыми для профессиональной деятельности

РООПК 1.3 Применяет базовые знания в области физики и радиофизики при осуществлении профессиональной деятельности.

РОУК 1.1 Знает основные направления зарубежной и отечественной философии, формально-логические законы и принципы и приемы системного и критического мышления, основы методологии научного познания, основы научной и общественной этики и её влияние на общество.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:
– индивидуальные задания;
– контрольная работа.

Индивидуальное задание 1 (РООПК 1.1, РООПК 1.2)

Задача 1. Изобразить множества A, B, C при помощи диаграммы Эйлера. Внести в таблицу результаты указанных операций.

	результат операции
$A\cap B$	
$A\cup C$	
$A\cap B\cap C$	
$A\setminus C$	
$B\setminus(A\cup C)$	
$C\setminus(A\cap B)$	
$C\times B$	

1) $A=\{2,4,5,7,9,12,13\}$, $B=\{4,12\}$, $C=\{2,7,13\}$.

Задача 2. Даны числовые множества A, B, C. Выразить каждое множество явно: записать списком точек или промежутками. Внести в таблицу указанные характеристики множеств.

	A	B	C
конечное (да/нет)			
связное (да/нет)			
дискретное (да/нет)			
замкнутое (да/нет)			
открытое (да/нет)			
ограниченное (да/нет)			
максимум множества			
супремум множества			
минимум множества			
инфимум множества			

1) $A=\left\{x\in\mathbb{R}:\ \sqrt{x+2}<x\right\}$

Задача 3. Даны множества A, B, C, состоящие из пар чисел (x,y) Є R^2. Изобразить каждое множество на плоскости с декартовой системой координат. Внести в таблицу указанные характеристики множеств.

	A	B	C
связное (да/нет)			
замкнутое (да/нет)			
открытое (да/нет)			
ограниченное (да/нет)			

1) $A=\left\{(x,\,y):\ y\geq 2x-2,\ y\leq \frac{x}{2}+4,\ y\geq 3-x\right\}$

Индивидуальное задание 2 (РООПК 1.1, РООПК 1.2**)**

Задача 1. Доказать, что $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$): $a_n=\frac{3n-2}{2n-1}, a=\frac{3}{2}$.

Задача 2. Вычислить пределы числовых последовательностей: $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2}$.

Задача 3. Вычислить пределы числовых последовательностей:
$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\sqrt{(n^4+1)(n^2-1)}-\sqrt{n^6-1}}{n}$.

Задача 5. Вычислить пределы числовых последовательностей: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{3n^2-6n+7}{3n^2+20n-1}\right)^{-n+1}$.

Индивидуальное задание 3 (РООПК 1.1, РООПК 1.2**)**

Задача 1 . Доказать (найти $\delta(\varepsilon)$), что: $\lim\limits_{x\to-3}\frac{2x^2+5x-3}{x+3}=-7$.

Задача 2 . Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 (найти $\delta(\varepsilon)$):
$f(x)=5x^2-1, x_0=6$.

Задача 3 . Вычислить пределы функций: $\lim\limits_{x\to-1}\frac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5}$.

Задача 4 . Вычислить пределы функций: $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$.

Индивидуальное задание 4 (РООПК 1.3**)**

Задача 1. Доказать, что функции являются бесконечно малыми одного порядка малости.

$f(x)=\operatorname{tg} 2x,\ \varphi(x)=\arcsin x.$

Задача 2. Найти пределы, используя эквивалентные бесконечно малые.

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x^2)}{x^3-5x^2}.$

Задача 3. Исследовать данные функции на непрерывность и построить их графики.

$$f(x)=\begin{cases} x+4, & x<-1,\\ x^2+2, & -1\leqslant x<1,\\ 2x, & x\geqslant 1.\end{cases}$$

Задача 4. Исследовать функции на непрерывность в указанных точка.

$f(x)=2^{1/(x-3)}+1;\ x_1=3,\ x_2=4.$

Индивидуальное задание 5 (РОУК 1.1, РООПК 1.3**)**

Задачи 1-14 к разделу «Дифференциальное исчисление» содержатся в [1, стр. 205].

Индивидуальное задание 6 (РОУК 1.1, РООПК 1.3**)**

Задачи 1-14 к разделу «Неопределенный интеграл» содержатся в [2, стр. 43].

Индивидуальное задание 7 (РОУК 1.1**,** РООПК 1.2**)**

Задачи 1-8 к разделу «Определенный интеграл и его приложения» содержатся в [2, стр. 164].

Индивидуальное задание 8 (РООПК 1.2**)**

Задачи 1-6 к разделу «Функции нескольких переменных» содержатся в [2, стр. 222].

Индивидуальное задание 9 (РОУК 1.1, РООПК 1.3**)**

Задачи 1-8 к разделу «Ряды» содержатся в [3, стр. 164].

Индивидуальное задание 10 (РОУК 1.1, РООПК 1.3**)**

Задачи 1-6 к разделу «Интегрирование» содержатся в [3, стр. 157].

Список литературы:

1. Индивидуальные задания по высшей математике : учебное пособие : в 4 частях / под общей редакцией А. П. Рябушко. — 7-е изд. — Минск : Вышэйшая школа, [б. г.]. — Часть 1 : Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной — 2013. — 304 с.
2. Индивидуальные задания по высшей математике : учебное пособие : в 4 частях / под общей редакцией А. П. Рябушко. — 6-е изд. — Минск : Вышэйшая школа, [б. г.]. — Часть 2 : Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения — 2014. — 396 с.
3. Индивидуальные задания по высшей математике : учебное пособие : в 4 частях / под общей редакцией А. П. Рябушко. — 6-е изд. — Минск : Вышэйшая школа, [б. г.]. — Часть 3 : Ряды. Кратные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля — 2013. — 367 с.

Индивидуальные задания выполняются в отдельной тетради, в которой описывается решение каждой задачи.

Критерии оценивания:

Результаты индивидуальных заданий определяются оценками «зачтено» или «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если решены все задачи с несущественными недочетами.

Оценка «не зачтено» выставляется, если решены не все задачи, либо решены все задачи, но допущены существенные ошибки.

Контрольная работа №1 (РООПК 1.1, РООПК 1.2)

1. Вычислить пределы числовых последовательностей:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(3-n)^2+(3+n)^2}{(3-n)^2-(3+n)^2},\ \lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n^5-8}-n\sqrt{n(n^2+5)})}{\sqrt{n}},\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2-3n+6}{n^2+5n+1}\right)^{n/2}.$$

2. Доказать, что функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 (найти $\delta(\varepsilon)$):

$$f(x)=5x^2-1, x_0=6.$$

3. Вычислить пределы функций:

$$\lim_{x\to-1}\frac{(x^3-2x-1)(x+1)}{x^4+4x^2-5},\ \lim_{x\to4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2},\ \lim_{x\to4}\frac{\cos 2x-\cos 4x}{3x^2},\ \lim_{x\to\infty}\left(\frac{3+x}{9x-4}\right)^{2x}.$$

4. Исследовать функцию на непрерывность в точках:

$$y=2^{1/(x-3)}+1,\ x_1=3,\ x_2=4.$$

Контрольная работа №2 (РООПК 1.1, РООПК 1.3)

1. Найти производные функций:

$$y=\left(2^{\cos 3x}+\sin 3x\right)^3,\ y=x\cdot\cos^2 x\cdot e^{x^2},\ y=\sqrt{\frac{\cos^2 x+1}{\sin 2x+1}}.$$

2. Найти производные функции:

$$y=\left(tg3x\right)^{x^4},\ e^{xy}-x^3-y^3=3, .$$

3. Найти производную второго порядка:

$$y=\left(x^2+1\right)\ln\left(1+x^2\right).$$

4. Найти дифференциал функции:

$$y=x\cdot tg^3x.$$

5. Провести исследование функции и построить график:

$$y=\ln\left(x^2+2x+2\right).$$

Контрольная работа №3 (РООПК 1.1, РООПК 1.2)

1. Вычислить неопределенный интеграл:

$$\int\frac{x+1}{x^2+2x-3}dx$$

$$\int\frac{\sin^3 x}{\cos x}dx$$

$$\int x^3\sqrt{4-3x^4}dx$$

$$\int x\cdot e^{-11x+1}dx$$

2. Вычислить определенный интеграл:

$$\int_4^9 \frac{xdx}{\left(1+x^2\right)^3}dx$$

3. Найти частные производные функции:

$u = 3x^2yz - e^{xyz} + \sqrt{xy}$.

4. Вычислите градиент скалярного поля $z = x^2 + 2y^2 - 5$ в точке M(2, 1).
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

А) $y^2 = x+5,\ y^2 = -x+4$, б) $\rho = a\cos 2\varphi$.

6. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^2+4x+9}.$$

Контрольная работа №4 (РООПК 1.1, РООПК 1.3**)**

1. Вычислить площадь поверхности, образованной вращением дуги кривой L вокруг указанной оси:

$L: y = x^3/3\ \left(-1/2 \le x \le 1/2\right)$.

2. Вычислить объем тела, полученного вращением фигуры Ф вокруг указанной оси координат:

$y^2 = 4-x, x=0, Oy.$

3. Найти область сходимости ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\frac{x^n}{n^2+1}}.$$

4. Разложить функцию $y=\cos^2 x$ в ряд Тейлора в окрестности точки $x_0 = \pi/3$. Найти область сходимости полученного ряда.

Вычислить двойной интеграл $\iint\left(x-2y\right)dxdy$ по области D:

$x=0, y=7-x, y=\frac{1}{2}x+1.$

Контрольные работы состоят из нескольких задач: К/р №1 – 4 задачи, К/р №2 – 5 задач, К/р №3 – 6 задач, К/р №4 – 4 задачи.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если решены все задачи, студент четко и логично изложил решение задач.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент решил все задачи, но не в полном объеме, т.е. при решении применяется верная методика, но имеют место ошибки при решении.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент решил половину задач в полном объеме, с несущественными недочетами.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент решил менее половины задач с нарушением логики изложения. Студент очень плохо владеет основными методами решения. Допущены существенные ошибки.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзамен по результатам изучения дисциплины «Математический анализ» проводится в устной форме по экзаменационным билетам. Билет включает два теоретических вопроса и две задачи. Первый и второй теоретические вопросы проверяют компетенции РОУК 1.1, РООПК 1.1. Третий и четвертый вопросы проверяют компетенции РООПК 1.2, РООПК 1.3.

При подготовке к экзамену обучающемуся рекомендуется повторить весь теоретический материал по соответствующим темам с выявлением ключевых теоретических аспектов и проблем, проработкой дополнительного материала по темам. Лучшему пониманию теоретического материала дисциплины будет способствовать разбор деталей определений, вывода и доказательств утверждений, выявление взаимосвязей между определениями, утверждениями и свойствами объектов, изучаемых в дисциплине. Не рекомендуется в процессе подготовки использовать непроверенные источники информации.

По результатам текущей успеваемости студент может быть освобожден на экзамене от решения задач в билете (3, 4 вопросы), если у него стоит «зачтено» по всем индивидуальным заданиям, «отлично» за выполнение контрольных работ. Также студент имеет право проходить промежуточную аттестацию вне зависимости от результатов текущей успеваемости.

Оценка по результатам экзамена	Критерии соответствия
(отлично)	Дан полный и развернутый ответ на два теоретических вопроса. Решены все задачи. Студент четко и логично изложил решение задач.
(хорошо)	Дан неполный ответ на теоретические вопросы. Студент решил все задачи, но с арифметическими ошибками или мелкими недочетами.
(удовлетворительно)	Дан ответ на один теоретический вопрос. Студент решил одну задачу, есть арифметические ошибки.
(неудовлетворительно)	Не даны ответы на теоретические вопросы. Студент не решил две задачи, либо решил с нарушением логики изложения. Студент очень плохо владеет основными методами решения. Допущены существенные ошибки.

Вопросы для подготовки к экзамену по дисциплине «Математический анализ»
(РОУК 1.1, РООПК 1.1**)**
1 семестр

1. Множества. Действия над множествами.
2. Метод математической индукции.
3. Связные, дискретные, замкнутые, открытые множества.
4. Границы числовых множеств.
5. Функции. Область определения, область значений, свойства. График функции.
6. Свойства функций. Композиция функций.
7. Обратное отображение. Критерий обратимости отображения.
8. Элементарные функции, их свойства и графики.
9. Явно, неявно, параметрически заданные функции.
10. Последовательность, предел числовой последовательности.
11. Свойства сходящихся последовательностей.
12. Признаки существования предела. Предельный переход в неравенствах.
13. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности.
14. Теоремы о пределе монотонной последовательности.
15. Вычисление пределов последовательностей.
16. Первый и второй замечательные пределы (случай дискретного аргумента).
17. Определение предела функции вещественного аргумента по Гейне и по Коши. Геометрический смысл предела функции.

18. Односторонние пределы. Критерий существования предела функций через односторонние пределы. Свойства предела функций.
19. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Предел композиции функции. Теоремы о пределе функций. Первый и второй замечательные пределы (случай непрерывного аргумента).
20. Определение непрерывности функции. Свойства функций, непрерывных в точке. Непрерывность элементарных функций.
21. Функции, непрерывные на отрезке. Теорема Вейерштрасса. Теорема о промежуточном значении.
22. Эквивалентные бесконечно малые.
23. Производная и дифференциал. Геометрический и физический смысл.
24. Правила вычисления производной и дифференциала.
25. Таблица производных основных элементарных функций.
26. Производные и дифференциалы высших порядков.
27. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши.
28. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.
29. Возрастание, убывание функции. Экстремум функции. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба.
30. Асимптоты. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.

Практические задания к экзамену (1 семестр) (РООПК 1.2, РООПК 1.3**)**

№	**Практические задания к экзамену**
1	Вычислить предел последовательности: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(4-n)^3-(2-n)^3}{(1-n)^2-(2+n)^4}$.
2	Вычислить предел последовательности: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n-1}-\sqrt{2n^2+3}}{\sqrt[3]{n^3+3}+\sqrt[4]{n^5+2}}$.
3	Вычислить предел последовательности: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^n$.
4	Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to-3}\dfrac{x^2+2x-3}{x^3+5x^2+6x}$.
5	Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3x^2+6x}{\sin 3x}$.
6	Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos 6x}{x\sin 3x}$.
7	Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{\sqrt{x+2}-2}$.
8	Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$.
9	Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(x\left(\sqrt{x^2+4}-x\right)\right)$.
10	Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x}\right)^{3-2x}$.

11	Вычислить предел функции: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg\,2x}{tg\,3x}$.
12	Исследовать функцию на непрерывность в точках: $f(x)=5^{1/(x-3)}-1;\ x_1=3,\ x_2=4.$
13	Исследовать функцию на непрерывность в точках: $f(x)=\begin{cases}x^3, & x<-1,\\ x-1, & -1\le x\le 3,\\ -x+5, & x>3.\end{cases}$
14	Найти производные функций: $y=\left(x^5+3x-1\right)^4,\ y=\dfrac{\sin^2 x}{\left(x^3+1\right)},\ y=e^{2x}tg\,4x.$
15	Найти производные функций: $y=2^{-\cos^4 5x},\ y=\sin^2 x\cdot 2^{x^2},\ y=arctg\sqrt{1+x^2}.$
16	Найти производные функций: $y=\sin\left(x^5-tg^2x\right),\ y=\sqrt{\dfrac{\cos^2 x+1}{\sin 2x+1}},\ y=e^{-x^2}\cos 2x.$
17	Найти производные функций: $y=2^{\sqrt{tgx}},\ y=\ln\left(\arcsin\sqrt{x}\right),\ y=\ln\sin 3-\dfrac{\cos^2 x}{\sin x}.$
18	Найти производную функции: $y=\left(tgx\right)^{\ln x}.$
19	Найти производную функции: $y=\left(arctgx\right)^{x}.$
20	Найти производную функции: $\begin{cases}x=\ln\left(t^2+1\right)\\ y=\sqrt{t^2+1}.\end{cases}$,
21	Найти производную функции: $\begin{cases}x=\cos^3 t\\ y=\sin^3 t.\end{cases}$,
22	Найти вторую производную функции: $y=\left(1+4x^2\right)arctg\,2x.$
23	Найти вторую производную функции: $y=\left(1+x^2\right)\ln\left(1+x^2\right).$
24	Вычислить значение второй производной функции, заданной уравнением: $x^2+2y^2-xy+x+y=4$ в точке M(1,1).
25	Найти дифференциал функции: $y=\sqrt{arctgx}+\left(\arcsin x\right)^2.$
26	Найти дифференциал второго порядка функции: $y=e^{-x^3}.$
27	Найти дифференциалы первого и второго порядка функции: $y=\left(x^2+1\right)arctgx.$
28	Найти асимптоты кривой: $y=\dfrac{x^3}{2\left(x+1\right)^2}.$
29	Исследовать на экстремум функцию: $y=\sqrt[3]{\left(x^2-6x+5\right)^2}.$
30	Найти точки перегиба, интервалы выпуклости и вогнутости графика функции: $y=\ln\left(1+x^2\right).$

2 семестр (РОУК 1.1, РООПК 1.1**)**

1. Неопределенный интеграл. Его свойства.
2. Методы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной, интегрирование по частям.
3. Интегрирование рациональных дробей.

4. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций. Интегралы от дифференциальных биномов.
5. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка.
6. Определение и условия существования определенного интеграла. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла.
7. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
8. Формула замены переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
9. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление длины дуги кривой.
10. Вычисление объемов тел. Вычисление площади поверхности тела вращения.
11. Функции m переменных. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
12. Частные производные. Производные сложных функций.
13. Полный дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала.
14. Производная по направлению. Градиент.
15. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы о смешанных производных.
16. Дифференцирование сложных и неявных функций.
17. Экстремумы функции нескольких переменных. Локальный экстремум.
18. Понятие числового ряда. Основные определения и свойства. Необходимый признак сходимости.
19. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения. Достаточные признаки сходимости.
20. Функциональные ряды. Равномерная и неравномерная сходимость. Условия равномерной сходимости.
21. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область и радиус сходимости степенного ряда
22. Разложение элементарных функций в степенные ряды. Ряд Тейлора.
23. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.
24. Двойной интеграл. Случай прямоугольной области. Случай криволинейной области.
25. Замена переменных в двойном интеграле.
26. Криволинейные интегралы. Формула Грина.

Практические задания к экзамену (2 семестр) (РООПК 1.2, РООПК 1.3**)**

№	**Практические задания к экзамену**
1	Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{xdx}{\sqrt{7-3x^2}}$.
2	Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{\ln^3(1-x)\,dx}{x-1}$.
3	Найти неопределенный интеграл: $\int \sin^4 2x \cos 2x dx.$

4	Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{\cos 6x}{\sin^4 6x} dx.$
5	Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{tg^4 7x}{\cos^2 7x} dx.$
6	Найти неопределенный интеграл: $\int e^{1-6x^2} x dx.$
7	Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{3x+9}{x^2-6x+12} dx.$
8	Найти неопределенный интеграл: $\int x \cos\left(\frac{x}{2}+1\right) dx.$
9	Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{dx}{x\left(x^2-1\right)}.$
10	Найти неопределенный интеграл: $\int \frac{x^2+2x+x}{(x-1)(x-2)(x-4)} dx.$
11	Вычислить определенный интеграл: $\int_0^1 \frac{x}{\left(x^2+1\right)^2} dx$.
12	Вычислить определенный интеграл: $\int_1^2 x \ln^2 x dx$.
13	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией: $y^2 = x+5,\ y^2 = -x+4.$
14	Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией: $4y = 8x - x^2,\ 4y = x+6.$
15	Найти частные производные первого и второго порядка функции: $y = e^{xy}.$
16	Найти частные производные первого и второго порядка функции: $y = x \ln\left(\frac{x}{y}\right).$
17	Найти градиент функции $u = x + \ln\left(z^2+y^2\right)$ в точке M(2,1,1).
18	Найти градиент функции $u = x^3 + \sqrt{z^2+y^2}$ в точке M(1,1,0).
19	Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности: $x^2+y^2+z^2-16=0, M\left(2,2,2\sqrt{2}\right).$
20	Найти экстремум функции $z = x^2 - xy + y^2$.
21	Найти полный дифференциал функции $y = e^{x^3-y^3}$.
22	Исследовать ряд на сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2n^3-1}$.
23	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)\cdot 2^n}$.
24	Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n\cdot 9^n}$.
25	Разложить функцию в ряд Тейлора $y = \frac{3}{2-x-x^2}$.
26	Найти полный дифференциал функции $u = z \cdot arctg\left(x/y\right).$
27	Найти полный дифференциал второго порядка функции $z = x^3 + y^3 + x^2 y^2$.

28	Изменить порядок интегрирования $\int\limits_0^1 dx \int\limits_1^{2^x} f(x,y)\,dy + \int\limits_1^2 dx \int\limits_1^{2/x} f(x,y)\,dy$.
29	Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной линиями: $\iint\limits_D (x^2+y)\,dxdy,\ y=x^2,\ x=y^2$.
30	Вычислить двойной интеграл по области D, ограниченной линиями: $\iint\limits_D (2x-y)\,dxdy,\ y=x^2,\ y=\sqrt{x}$.

5. **Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)**

Тест (РОУК 1.1, РООПК 1.1, РООПК 1.2, РООПК 1.3**)**

1. На числовой прямой дана точка $x=5{,}1$. Тогда ее «ε-окрестностью» может являться интервал…

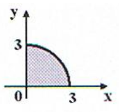
а) (4,9; 5,3), б) (4,8; 5,1), в) (5,1; 5,4), г) (4,9; 5,5).

2. Число 2,5 принадлежит множеству …

а) $C=\{c\, c\in R, -3<c\le 2{,}6\}$**,** б) $A=\{a\, a\in N, 1\le a<10\}$, в) $D=\{d\, d\in Q, d<2\}$,

г) $B=\{b\, b\in H, -2\le b<3\}$.

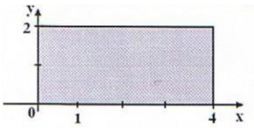
3. Мера множества, изображенного на рисунке, равна



…

а) $\frac{9\pi}{4}$, б) $\frac{9\pi}{2}$, в) $\frac{3\pi}{4}$, г) $\frac{\pi}{4}$.

4. Мера множества, заданного на координатной плоскости, равна



а) 8, б) 12, в) 4, г) 16.

5. Образом отрезка $[0;1]$ при отображении $f=3x+2$ является…

а) $[2;5]$**,** б) $[0;3]$, в) $(2;5)$, г) $[2;3]$.

6. Объединением множеств $A=\{a,b,c,d,e,f\}$ и $B=\{b,g,f\}$ является множество…

а) $\{a,b,c,d,e,f,g\}$**,** б) $\{b,f\}$, в) $\{a,c,d,e\}$, г) $\{a,b,c,d,e,f\}$.

7. Дана функция $y=\sqrt{5-4x-x^2}+\lg(x+3)$. Тогда ее область определения является множество…

а) $(-3;1]$**,** б) $[-3;1]$, в) $(-3;-5]\cup[1;+\infty)$, г) $(-3;1)$.

8. Общий член последовательности $1, \frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{7}{16}, \ldots$ имеет вид…

а) $a_n=\frac{2n-1}{n^2}$**,** б) $a_n=\frac{2n+1}{n^2}$, в) $a_n=(-1)^n\frac{2n-1}{n^2}$,г) $a_n=(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{n^2}$.

9. Укажите правильное утверждение относительно сходимости числовых рядов

1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$ и 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}}$:

а) 1– сходится, 2 – расходится, б) 1 – расходится, 2 – сходится , в) 1 и 2 сходятся , г) 1 и 2 расходятся.

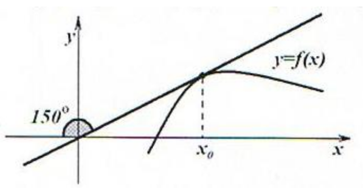
10. Если $f(x)=x^3-1$, то коэффициент a_4 разложения данной функции в ряд Тейлора по степеням $(x-1)$ равен…

а) 0, б) 1, в) 3, г) 0,25.

11. Производная функции $y=\sin\left(x^2+1\right)$ имеет вид…

а) $2x\cos\left(x^2+1\right)$**,** б) $-2x\cos\left(x^2+1\right)$, в) $x\cos\left(x^2+1\right)$, г) $\cos\left(x^2+1\right)$.

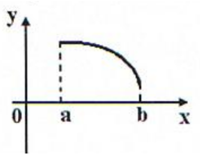
12. График функции $y=f(x)$ изображен на рисунке.

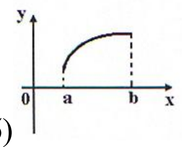


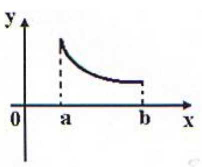
Тогда значение производной этой функции в точке x_0 равно…

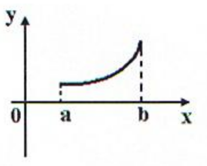
а) $\frac{\sqrt{3}}{3}$**,** б) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$, в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, г) $-\sqrt{3}$.

13. Укажите вид графика функции, для которой на всем отрезке $[a;b]$ одновременно выполняются условия y >0, y'<0, y''<0.

а) 

, б) 

, в) 

, г) 

14. Производная функции $y=2x^4+\sqrt{x}+3$ имеет вид…

а) $8x^3+\frac{1}{2\sqrt{x}}$**,** б) $x^3+\frac{1}{\sqrt{x}}$, в) $4x^3+\frac{1}{2\sqrt{x}}$, г) $8x^3+\frac{1}{2\sqrt{x}}+3$.

15. Частная производная функции $z=x^4\cos y$ по переменной y в точке $M\left(1;\frac{1}{2}\right)$ равна…

а) -1**,** б) 4, в) 0, г) 1.

16. На рисунке изображен график производной функции $y=f(x)$, заданной на отрезке $[-1;8]$.

Тогда точкой максимума этой функции является ...

а) 3, б) 7, в) 1, г) 8.

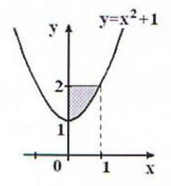
17. Множеством первообразных функции $f(x)=e^{2x+1}$ имеет вид…

а) $\frac{1}{2}e^{2x+1}+C$**,** б) $2e^{2x+1}+C$, в) $-2e^{2x+1}+C$, г) $e^{2x+1}+C$.

18. Множество первообразных для функции $f(x) = \cos 4x$ имеет вид…

а) $0{,}25\sin 4x + C$, б) $-4\sin 4x + C$, в) $-0{,}25\sin 4x + C$, г) $4\sin 4x + C$.

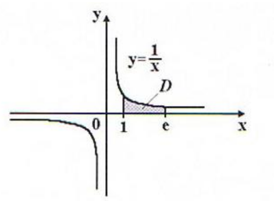
19. Площадь фигуры, изображенной на рисунке, определяется интегралом



…

а) $\int_0^1 (1 - x^2)dx$**,** б) $\int_0^1 (2 - x^2)dx$, в) $\int_0^2 (1 - x^2)dx$, г) $\int_0^1 (x^2 + 1)dx$.

20. Площадь криволинейной трапеции **D** равна



…

а) 1, б) e, в) 2, г) $2e$.

21. Дан радиус-вектор, движущийся в пространстве точки $\overline{R(t)} = t^3 \cdot \bar{i} + t^2 \cdot \bar{j} + t \cdot \bar{k}$, тогда вектор ускорения точки в момент времени $t = 1$ имеет вид…

а) $6\bar{i} + 2\bar{j}$**,** б) $6\bar{i} + 2\bar{j} + \bar{k}$, в) $2\bar{i} + 2\bar{j}$, г) $\bar{i} + \bar{j} + \bar{k}$.

22. Градиент скалярного поля $u = xy + 2z - z^2$ в точке $M(1;1;0)$ имеет вид…

а) $\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$**,** б) $\bar{i} + \bar{j} + 3\bar{k}$, в) $\bar{i} + \bar{j}$, г) $\bar{i} + \bar{k}$.

23. Производная скалярного поля $u = x^2 + 3xy^2$ в точке $M(1;1)$ в направлении единичного вектора $\bar{e} = (0;1)$ равна…

а) 6, б) 11, в) 5, г) 1.

Ключи: 1а), 2 а), 3а), 4а), 5а), 6а), 7а), 8а), 9а), 10а), 11а), 12а), 13а), 14а), 15а), 16а), 17а), 18а), 19а), 20а), 21а), 22а), 23а).

Критерии оценивания: тест считается пройденным, если обучающий ответил правильно как минимум на половину вопросов.

Информация о разработчиках

Лобода Юлия Анатольевна, кандидат технических наук, кафедра Общей математики Механико-математического факультета ТГУ, доцент.