Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ ТГУ
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Уравнения математической физики

по направлению подготовки

01.03.01 Математика
02.03.01 Математика и компьютерные науки
01.03.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль) подготовки
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук
Основы научно-исследовательской деятельности в области механики и математического моделирования

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л.В.Гензе

Председатель УМК
Е.А.Тарасов

Томск – 2023

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– эссе;

– индивидуальное домашнее задание (ИДЗ).

Пример темы эссе (ИОПК 1.1, ИОПК 1.3):

Постановка краевой задачи о распределении температуры в тонком однородном стержне с теплоизолированной боковой поверхностью, если один из концов теплоизолирован, а другой поддерживается при нулевой температуре.

Критерии оценивания: Оценка «зачтено» выставляется при наличии обоснованного вывода дифференциального уравнения теплопроводности на основе закона Фурье, а также обоснованного вывода граничных и начальных условий. В случае существенных пробелов в обосновании вывода, при неспособности студента их устранить выставляется оценка «не зачтено».

Пример ИДЗ-1 (ИОПК 1.2):

1. В области $x > 0,\ -0{,}25x^2 < y < 0$ решить краевую задачу $u_{xx} + yu_{yy} + 0{,}5u_y = 0$, $u(x,0) = 0$, $u(x,-0{,}25x^2) = x^2$.
2. В области $x > 0,\ t > 0$ решить краевую задачу $u_{tt} - u_{xx} = x$, $u(x,0) = 0$, $u_t(x,0) = x,\ u(0,t) = e^{-t}$.

Критерии оценивания: Оценка «зачтено» выставляется при наличии обоснованного решения, включающего приведение уравнения к каноническому виду (при необходимости), интегрирование полученного уравнения и корректного применения краевых условий. Дополнительно правильность ответа контролируется подстановкой найденной функции в дифференциальное уравнение и краевые условия (должны получиться тождества). При наличии существенных пробелов в обосновании, или необращении дифференциального уравнения, или краевого условия в тождество, выполненное задание возвращается студенту на доработку. При неспособности найти и исправить ошибки студенту выставляется оценка «не зачтено».

Пример ИДЗ-2 (ИОПК 1.2):

1. Решить методом Фурье задачу Коши (в области $t > 0$):
$u_{tt} = \Delta u + t(x + 2y)$, $u(x,y,0) = 0$, $u_t(x,y,0) = xe^{2y}$.
2. Решить методом Фурье стационарную задачу внутри круга радиуса R:
$\Delta \boldsymbol{u} = \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{R}, \varphi) = \varphi$, $(\varphi \in (-\pi; \pi))$.

Критерии оценивания: Оценка «зачтено» выставляется при наличии обоснованного решения, включающего разделение исходной задачи на простейшие, разделение переменных в этих задачах. Дополнительно правильность ответа контролируется подстановкой найденной функции в дифференциальное уравнение и краевые условия (должны получиться тождества). При наличии существенных пробелов в обосновании, или необращении дифференциального уравнения, или краевого условия в тождество, выполненное задание возвращается студенту на доработку. При неспособности найти и исправить ошибки студенту выставляется оценка «не зачтено».

Пример ИДЗ-3 (ИОПК 1.2):

1. Решить методом Фурье стационарную задачу № 16.20.1 из задачника под редакцией В.С. Владимирова.
2. Решить смешанную задачу, поставленную в Вашем эссе.

Критерии оценивания: см. ИДЗ-2.

Пример ИДЗ-4 (ИОПК 1.2):

1. Найдите указанные обобщённые производные.

1) $\dfrac{df}{dx}, \dfrac{d^2 f}{dx^2}$, где $f(x)= max\{0, x(1-x):\ x \in \mathbb{R}\}$, в $D'(R^1)$.

2) $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, где $f(x,y) = x \cdot \theta\left(1 - x^2 - y^2\right)$, в $D'(R^2)$.

Критерии оценивания: Оценка «зачтено» выставляется при наличии обоснованного решения, включающего правильное отыскание скачков с учётом ориентации границ, правильного определения косинуса угла между нормалью к границе и направлением дифференцирования, правильного построения регулярных и сингулярных частей производных. При наличии существенных пробелов в обосновании, выполненное задание возвращается студенту на доработку. При неспособности найти и исправить ошибки студенту выставляется оценка «не зачтено».

Пример ИДЗ-5 (ИОПК 1.2):

Найдите свёртки обобщённых функций:

1) $\theta(y - |x|) * \theta(x)\theta(y)$ в $D'(R^2)$.

2) $\left(1/\left(1+|x|^2\right)\right) * \delta_S$, где $S = \{(x_1; x_2; x_3) \in R^3\ : {x_1}^2 + {x_2}^2 + x_3^2 = R^2\}$ в $D'(R^3)$.

Критерии оценивания: Оценка «зачтено» выставляется при наличии обоснованного решения, включающего проверку условий существования свёртки, правильное применение теоремы о дифференцировании свёртки (при необходимости), правильное сведение свёрточного интеграла к повторному. При наличии существенных пробелов в обосновании, выполненное задание возвращается студенту на доработку. При неспособности найти и исправить ошибки студенту выставляется оценка «не зачтено».

Пример ИДЗ-6 (ИОПК 1.2):

Решите обобщённые задачи Коши: 1) № 12.53.3, 2) № 13.17.6. (из задачника под редакцией В.С. Владимирова).

Критерии оценивания: Оценка «зачтено» выставляется при наличии обоснованного решения, включающего верный выбор фундаментального решения, правильное применение теоремы о дифференцировании свёртки (при необходимости), правильное сведение свёрточного интеграла к повторному. Допускается также непосредственное применение формул Даламбера, Пуассона, или Кирхгофа. При наличии существенных пробелов в обосновании, выполненное задание возвращается студенту на доработку. При неспособности найти и исправить ошибки студенту выставляется оценка «не зачтено».

Пример ИДЗ-7 (ИОПК 1.2):
Решите смешанную задачу в области $t>0, \quad 0<x<\pi$ с помощью преобразования Лапласа.

$$u_{tt}=u_{xx}\,,\; u(x,0)=\cos 2x\,,\; u_x(0,t)=0\,,\; u_t(x,0)=0\,,\; u_x(\pi,t)=0\,.$$

Критерии оценивания: Оценка «зачтено» выставляется при наличии обоснованного решения, включающего переход к изображающей задаче, её решение, восстановление каким-либо способом решения исходной задачи по её изображению. При наличии существенных пробелов в обосновании, выполненное задание возвращается студенту на доработку. При неспособности найти и исправить ошибки студенту выставляется оценка «не зачтено».

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачёт в пятом семестре проводится в устной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Ответ на теоретический вопрос проверяет сформированность ИОПК 1.1, 1.3 на уровне понимания терминологии и формулировок теорем, относящихся к материалу пятого семестра, их взаимосвязей.

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. Примеры краевых задач для одномерного волнового уравнения (без вывода). Физический смысл типичных краевых условий. Тип одномерного волнового уравнения.
2. Примеры краевых задач для уравнения теплопроводности (без вывода). Физический смысл типичных краевых условий. Тип уравнения теплопроводности.
3. Примеры краевых задач для стационарного уравнения (без вывода). Физический смысл стационарного уравнения и типичных краевых условий. Тип стационарного уравнения.
4. Канонизирующая замена переменных для одномерного волнового уравнения. Его канонический вид и общее решение. Применение общего решения для решения краевых задач.
5. Задача Штурма – Лиувилля, её собственные функции и значения. Свойства собственных функций задачи Штурма – Лиувилля и их применение для решения краевых задач.
6. Основные функции из пространства $D(G)$. Примеры. «Шапочки» и их применение для построения основных функций.
7. Основные функции из пространства $S(R^n)$. Примеры. Сходимость последовательностей в пространствах $D(R^n)$ и $S(R^n)$. Связь этих пространств между собой.
8. Теорема об аппроксимации основными функциями. Способ построения аппроксимирующей последовательности.
9. Обобщённые функции из пространства $D'(R^n)$. Равенство нулю в области. Носитель.
10. Регулярные обобщённые функции. Примеры. Равенство нулю в области. Носитель. Теорема дю Буа Реймона.

11. Сингулярные обобщённые функции. Примеры. Функция Дирака, её основные свойства.
12. Понятие сходимости последовательности обобщённых функций. Примеры. Теорема о полноте пространства обобщённых функций.
13. Мультипликаторы в $D(R^n)$ и $S(R^n)$. Умножение обобщённой функции на мультипликатор. Примеры.
14. Производная от обобщённой функции. Примеры. Формула обобщённой производной от кусочно гладкой функции.
15. Определение прямого произведения и свёртки обобщённых функций. Условия существования свёртки. Основные свойства свёртки.

Решение задач проверяет сформированность ИОПК 1.2.

Примеры задач:

1. Найти стационарную температуру в точках (r,φ) круглой тонкой пластины радиуса $R=5$, если к её краю подводится тепловой поток $\cos\varphi+\sin 2\varphi$.

2. Решить краевую задачу $\begin{array}{l} u_{xx}+6u_{xy}+5u_{yy}=0,\ 0<x<y<5x, \\ u(x,x)=x+1,\ u(x,5x)=\cos x. \end{array}$.

При успешном выполнении всех четырёх ИДЗ по результатам текущего контроля студент освобождается от решения задач на зачёте. Если успешно выполнены только два или три ИДЗ, то студенту на зачёте предлагается одна задача. Аналогичным образом может быть поощрена систематическая активная работа студента на практических занятиях в течение семестра.

Если студент показывает знание основных понятий и фактов курса, в целом правильно описывает их взаимосвязи, умеет выбирать метод решения поставленной задачи и без существенных ошибок применяет его, то ему выставляется оценка «зачтено». В противном случае выставляется оценка «не зачтено».

При отсутствии попытки сдать зачёт, студенту выставляется отметка «не явился».

Экзамен в шестом семестре проводится в устной форме по билетам. Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и задачу. Ответ на первый вопрос проверяет сформированность ИОПК 1.1 и, частично, ИОПК 1.3. Ответ на второй вопрос проверяет сформированность ИОПК 1.3. Решение задачи проверяет сформированность ИОПК 1.2.

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. Классификация линейных дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка
2. Задача Штурма–Лиувилля и метод разделения переменных
3. Свёртка обобщённых функций и её применения
4. Преобразование Фурье обобщённых функций и его применения
5. Теорема о полноте пространства $D'(G)$ и её применения
6. Принцип максимума для гармонических функций и его применения
7. Дифференцирование обобщённых функций. Его связь с другими операциями
8. Фундаментальные решения волнового оператора и их основные свойства
9. Фундаментальные решения оператора теплопроводности и их основные свойства
10. Фундаментальные решения оператора Лапласа и их основные свойства
11. Волновые потенциалы и их основные свойства
12. Тепловые потенциалы и их основные свойства
13. Постановка основных краевых задач математической физики и их корректность
14. Теорема Рисса и её применение в теории краевых задач для уравнения Пуассона

15. Пространство основных функций $D(G)$ и его применения

16. Пространства основных функций $D\left(\mathbb{R}^n\right)$ и $S\left(\mathbb{R}^n\right)$. Сравнение их между собой. Применение пространства $S\left(\mathbb{R}^n\right)$.

17. Докажите лемму «О связи шапочек»: $\omega_a(x) = a^{-n} \cdot \omega\left(a^{-1} \cdot x\right)$.

18. Докажите, что «шляпа» $\eta_1(x) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \chi_2(y) \cdot \omega_1(x-y)dy$ – финитная функция.

19. Пусть $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ – интегрируемая функция с компактным носителем. Докажите, что функция $f_1(x) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(y) \cdot \omega_1(x-y)dy$ принадлежит пространству $D(\mathbb{R})$.

20. Докажите, что $D(\mathbb{R})$ – векторное пространство.

21. Докажите, что $D'(\mathbb{R})$ – векторное пространство.

22. Докажите, что функция Дирака линейна и непрерывна на пространстве $D(\mathbb{R})$.

23. Докажите, что функция Дирака сингулярна.

24. Докажите, что носитель функции Дирака состоит из единственной точки $x = 0$.

25. Докажите равенства $x \cdot \delta(x) = 0$ и $x \cdot \mathrm{P}\frac{1}{x} = 1$.

26. Докажите, что $\theta(n-x) \xrightarrow[n\to\infty]{} 1$ в $S'(\mathbb{R})$.

27. Докажите, что $\theta(x-n) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$ в $S'(\mathbb{R})$.

28. Докажите, что $\theta'(x) = \delta(x)$.

29. Пусть $f, g \in D'(\mathbb{R})$, функция a бесконечно дифференцируема на $\mathbb{R}$. Докажите равенство $\left(a(x) \cdot f(x)\right)' = a(x) \cdot f'(x) + a'(x) \cdot f(x)$ для обобщённой производной.

30. Пусть $\varphi = \varphi\left(x_1, x_2\right) \in D\left(\mathbb{R}^2\right)$, $f\left(x_1\right) \in D'(\mathbb{R})$. Докажите, что функция $\psi\left(x_2\right) = \left(f\left(x_1\right), \varphi\left(x_1, x_2\right)\right)$ имеет компактный носитель.

31. Докажите, что $\delta\left(x_1, ..., x_n\right) = \delta\left(x_1\right) \times ... \times \delta\left(x_n\right)$.

32. Пусть f – обобщённая функция с компактным носителем $K \subset \mathbb{R}^n$, η – основная функция – «шляпа над K». Докажите, что обобщённые функции $f(x)$ и $\eta(x) \cdot f(x)$ равны.

33. Докажите, что $\left(f_1(x) + f_2(x)\right) * g(x) = f_1(x) * g(x) + f_2(x) * g(x)$ (аддитивность свёртки).

34. Докажите, что $F[\varphi'(x)](\lambda) = -i\lambda \cdot F\left[\varphi(x)\right](\lambda)$. Здесь $x \in \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

35. Вычислите $F[\delta(x+1)](\lambda)$. Здесь $x \in \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

36. Докажите, что преобразование Лапласа линейно.

37. Докажите, что $L\left[\int\limits_0^t f(s)ds\right](p) = \frac{1}{p} \cdot L\left[f(t)\right](p)$.

38. Докажите, что $L\left[e^{\lambda t} \cdot f(t)\right](p) = L\left[f(t)\right](p-\lambda)$

39. Пусть D – линейный дифференциальный оператор с постоянными коэффициентами, $\mathcal{E}$ – его фундаментальное решение. Докажите, что $D\,(\mathcal{E} * f) = f$.

40. Пусть $\mathcal{E}_2(t,x)$ – фундаментальное решение оператора теплопроводности (в размерности 2). Докажите, что $\int\limits_{\mathbb{R}^2} \mathcal{E}_2(t,x)dx = 1$.

41. Докажите, что удлинением струны в процессе малых поперечных колебаний можно пренебречь.

Примеры задач:

1. Найдите свёртку $x \cdot \theta\left(1-|y|\right) * y \cdot \theta\left(1-|x|\right)$.

2. Решить обобщённую задачу Коши $u_t - u_{xx} - u_{yy} = y \cdot e^{-x^2} \cdot \delta(t)$.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Получение студентом одной из оценок «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», предполагает наличие у него оценки «зачтено» за пятый семестр.

При успешном и своевременном выполнении всех ИДЗ студент освобождается от решения задачи на экзамене. Аналогичным образом может быть поощрена систематическая активная работа студента на практических занятиях в течение года.

Успешное выполнение не менее 4/5 тестов на лекционный материал при выполнении всех ИДЗ и при постоянной результативной работе на занятиях может (но не обязательно) послужить основанием для выставления студенту оценки «отлично» или «хорошо» автоматически, без сдачи экзамена.

При выставлении оценки за ответ на экзамене соблюдаются следующие критерии:

«Отлично» – Правильное формулирование определений и теорем. Правильное объяснение связей между ними. Полное и правильное доказательство теоремы. Отсутствие долгов за практическую часть курса, или правильное решение случайной задачи по любой теме курса.

«Хорошо» – То же, но доказательство теоремы и решение задачи содержат некритичные пробелы/арифметические ошибки.

«Удовлетворительно» – В целом правильное формулирование определений и теорем при неспособности привести доказательство. При наличии задолженности за практическую часть курса – схематичный набросок решения задачи вместо полного решения.

«Неудовлетворительно» – Грубые ошибки в формулировках определений и теорем. Неспособность решить задачу.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Во всех вариантах вопрос 1) предназначен для оценки сформированности индикаторов ИОПК 1.1, ИОПК 1.3, вопрос 2) предназначен для оценки сформированности индикатора ИОПК 1.2, вопрос 3) предназначен для оценки сформированности индикаторов ИОПК 1.2, ИОПК 1.3, вопрос 4) предназначен для оценки сформированности индикатора ИОПК 1.1.

Задания предусматривают выбор одного правильного ответа из нескольких предложенных вариантов. Перед выполнением задания внимательно прочитайте его формулировку и предлагаемые варианты ответа. Отвечайте только после того, как Вы поняли вопрос и проанализировали все варианты ответа. Тест считается пройденным, если Вы набрали хотя бы 5 баллов.

Вариант 1

1) В области $t>0$, $0<x<1$ дана краевая задача

$$u_t - 9\cdot u_{xx} = x\cdot t,\ u(0,t)=1,\ u_x(1,t)=1,\ u(x,0)=1.$$

Какая физическая величина задана в точке $x=0$?

а) Отклонение этой точки; б) Скорость этой точки;

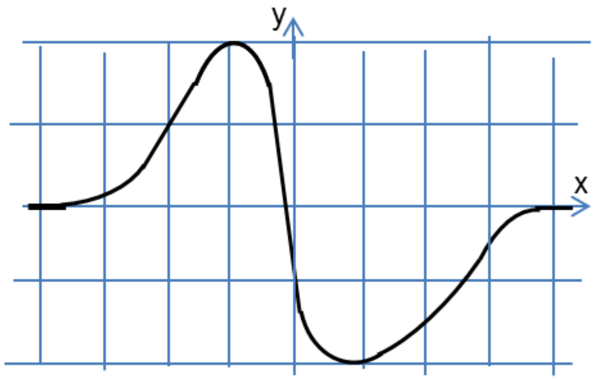
в) Температура в этой точке; г) Сила натяжения в этой точке;

д) Тепловой поток в этой точке;

2) На рисунке показан график основной функции $y=\varphi(x)$ (размер координатной клетки 1×1). Чему равно значение $\left(\delta(x+2),\varphi(x)\right)$?

а) –2; б) –1,5; в) –1; г) –0,5;

д) 0; е) 0,5; ж) 1; з) 1,5; и) 2.



3) Решение обобщённой задачи Коши $u_{tt} - \Delta u = y\cdot\theta(t) + xz\delta'(t)$ строится с помощью:

а) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=1$;

б) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=2$;

в) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=3$;

г) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=1$;

д) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=2$;

е) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=3$;

ж) Фундаментального решения **оператора Лапласа** в размерности $n=3$;

4) Краевая задача $\Delta u = r\cdot\sin\varphi,\quad u(R,\varphi)=\sin 2\varphi$ в области $r<R$ называется:

а) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

б) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

в) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

г) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

д) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

е) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

ж) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

з) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

Вариант 2

1) В области $t>0$, $0<x<1$ дана краевая задача

$$u_t - 9\cdot u_{xx} = x\cdot t,\ u(0,t)=1,\ u_x(1,t)=1,\ u(x,0)=1.$$

Какая физическая величина задана в точке $x=1$?

а) Отклонение этой точки; б) Скорость этой точки;

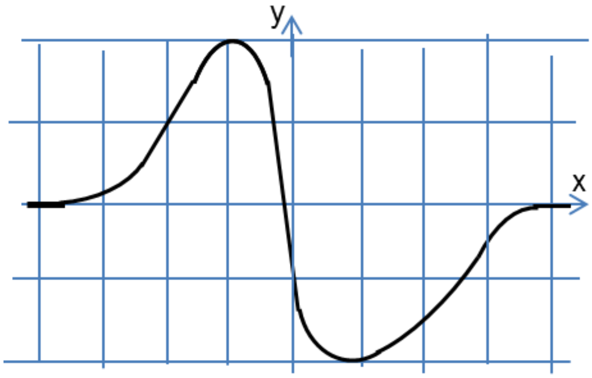
в) Температура в этой точке; г) Сила натяжения в этой точке;

д) Тепловой поток в этой точке;

2) На рисунке показан график основной функции $y = \varphi(x)$ (размер координатной клетки 1×1). Чему равно значение $\left(\delta(x+1), \varphi(x)\right)$?

а) –2; б) –1,5; в) –1; г) –0,5;

д) 0; е) 0,5; ж) 1; з) 1,5; и) 2.



3) Решение обобщённой задачи Коши $u_{tt} - \Delta u = y \cdot \theta(t) + xy\delta'(t)$ строится с помощью:

а) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 1$;

б) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 2$;

в) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 3$;

г) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 1$;

д) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 2$;

е) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 3$;

ж) Фундаментального решения **оператора Лапласа** в размерности $n = 3$;

4) Краевая задача $\Delta u = r \cdot \sin\varphi, \quad u(R, \varphi) = \sin 2\varphi$ в области $r > R$ называется:

а) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

б) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

в) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

г) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

д) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

е) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

ж) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

з) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

Вариант 3

1) В области $t > 0$, $0 < x < 1$ дана краевая задача

$$u_t - 9 \cdot u_{xx} = x \cdot t, \; u_x(0,t) = 1, \; u_x(1,t) = 1, \; u(x,0) = 1.$$

Какая физическая величина задана в точке $x = 0$?

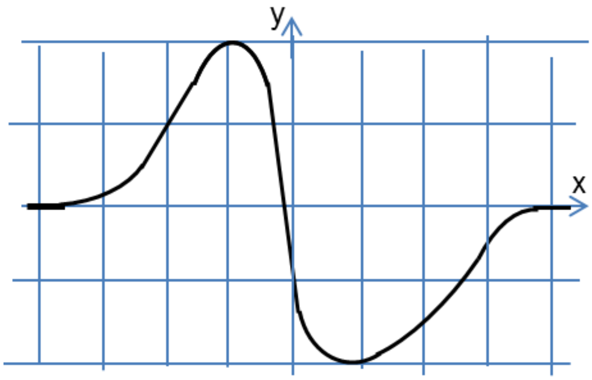
а) Отклонение этой точки; б) Скорость этой точки;

в) Температура в этой точке; г) Сила натяжения в этой точке;

д) Тепловой поток в этой точке;

2) На рисунке показан график основной функции $y = \varphi(x)$ (размер координатной клетки 1×1). Чему равно значение $\left(\delta(x), \varphi(x)\right)$?

а) –2; б) –1,5; в) –1; г) –0,5;
д) 0; е) 0,5; ж) 1; з) 1,5; и) 2.



3) Решение обобщённой задачи Коши $u_{tt} - u_{xx} = \theta(t) + x\delta'(t)$ строится с помощью:

а) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 1$;

б) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 2$;

в) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n = 3$;

г) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 1$;

д) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 2$;

е) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n = 3$;

ж) Фундаментального решения **оператора Лапласа** в размерности $n = 3$;

4) Краевая задача $\Delta u = r \cdot \sin\varphi, \quad u_r(R, \varphi) = \sin 2\varphi$ в области $r < R$ называется:

а) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

б) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

в) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

г) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

д) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

е) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

ж) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

з) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

Вариант 4

1) В области $t > 0$, $0 < x < 1$ дана краевая задача

$$u_{tt} - 9 \cdot u_{xx} = x \cdot t, \ u(0,t) = 1, \ u_x(1,t) = 1, \ u(x,0) = 1.$$

Какая физическая величина задана в точке $x = 0$?

а) Отклонение этой точки; б) Скорость этой точки;

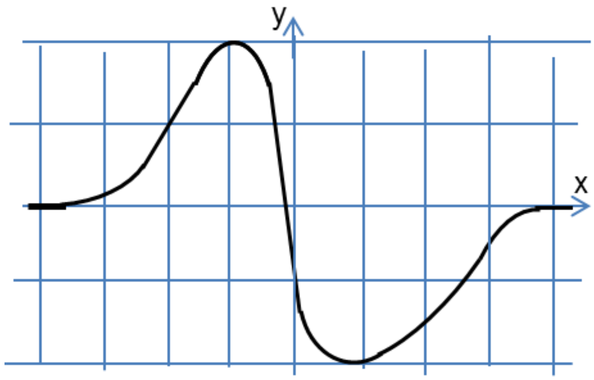
в) Температура в этой точке; г) Сила натяжения в этой точке;

д) Тепловой поток в этой точке;

2) На рисунке показан график основной функции $y=\varphi(x)$ (размер координатной клетки 1×1). Чему равно значение $\left(\delta(x-1),\varphi(x)\right)$?

а) –2; б) –1,5; в) –1; г) –0,5;

д) 0; е) 0,5; ж) 1; з) 1,5; и) 2.



3) Решение обобщённой задачи Коши $u_t-\Delta u = y\cdot\theta(t)+xz\delta(t)$ строится с помощью:

а) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=1$;

б) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=2$;

в) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=3$;

г) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=1$;

д) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=2$;

е) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=3$;

ж) Фундаментального решения **оператора Лапласа** в размерности $n=3$;

4) Краевая задача $\Delta u = r\cdot\sin\varphi,\quad u_r(R,\varphi)=\sin2\varphi$ в области $r>R$ называется:

а) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

б) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

в) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

г) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

д) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

е) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

ж) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

з) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

Вариант 5

1) В области $t>0$, $0<x<1$ дана краевая задача

$$u_{tt}-9\cdot u_{xx}=x\cdot t,\ u(0,t)=1,\ u_x(1,t)=1,\ u(x,0)=1.$$

Какая физическая величина задана в точке $x=1$?

а) Отклонение этой точки; б) Скорость этой точки;

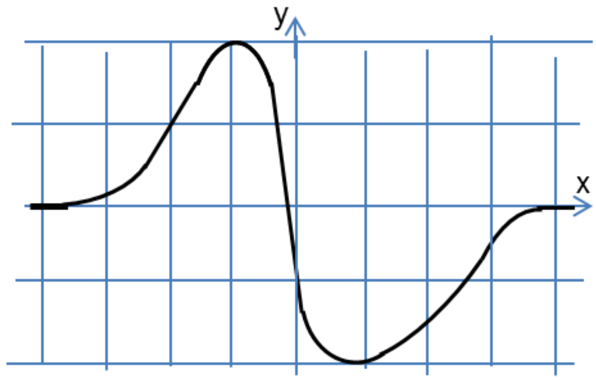
в) Температура в этой точке; г) Сила натяжения в этой точке;

д) Тепловой поток в этой точке;

2) На рисунке показан график основной функции $y=\varphi(x)$ (размер координатной клетки 1×1). Чему равно значение $\left(\delta(x-2),\varphi(x)\right)$?

а) –2; б) –1,5; в) –1; г) –0,5;

д) 0; е) 0,5; ж) 1; з) 1,5; и) 2.



3) Решение обобщённой задачи Коши $u_t-\Delta u=y\cdot\theta(t)+x\delta(t)$ строится с помощью:

а) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=1$;

б) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=2$;

в) Фундаментального решения **волнового оператора** в размерности $n=3$;

г) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=1$;

д) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=2$;

е) Фундаментального решения **оператора теплопроводности** в размерности $n=3$;

ж) Фундаментального решения **оператора Лапласа** в размерности $n=3$;

4) Краевая задача $\Delta u=0,\quad u_r(R,\varphi)=\sin 2\varphi$ в области $r>R$ называется:

а) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

б) **Внутренней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

в) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

г) **Внутренней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

д) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Лапласа**.

е) **Внешней** задачей **Дирихле** для уравнения **Пуассона**.

ж) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Лапласа**.

з) **Внешней** задачей **Неймана** для уравнения **Пуассона**.

Ответы

№ вопроса	№ варианта				
	1	2	3	4	5
1)	в)	д)	д)	а)	г)
2)	ж)	и)	в)	а)	б)
3)	в)	б)	а)	е)	д)
4)	б)	е)	г)	з)	ж)

За правильный ответ на каждый из вопросов 1) – 3) выставляется по 2 балла, на вопрос 4) – 1 балл.

Информация о разработчиках

Лазарев Вадим Ремирович, кандидат ф.-м. н., кафедра математического анализа и теории функций, доцент.