

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан

А. Г. Коротаев

Рабочая программа дисциплины

Векторный и тензорный анализ

по направлению подготовки

12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии

Направленность (профиль) подготовки:

Квантовые приборы и системы

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

А.Г. Коротаев

Председатель УМК

А.П. Коханенко

Томск – 2025

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

УК-1 способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач;

ОПК-1 способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с фотонными технологиями обработки информации, проектированием, конструированием и технологиями производства элементов, приборов и систем фотоники и оптоинформатики.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИУК 1.1 осуществляет поиск информации, необходимой для решения задачи;

ИУК 1.3 выявляет соотношение части и целого, их взаимосвязь, а также взаимоподчиненность элементов системы в ходе решения поставленной задачи;

ИОПК 1.1 применяет знания математики в инженерной практике при моделировании.

2. Задачи освоения дисциплины

– Освоить математический аппарат анализа полей скалярных, векторных и тензорных величин;

– изучить классификацию векторных полей;

– научиться применять понятийный аппарат векторного анализа для выполнения теоретических расчетов и решения практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модуль)»; к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, является обязательной для изучения.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Третий семестр, зачет

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуется успешное изучение дисциплин "Математический анализ", "Физика", "Аналитическая геометрия", "Линейная алгебра".

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

– лекции – 34 ч.,

– практические занятия – 18 ч.,

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Введение

Цель и задачи, предмет и содержание курса, его связь с другими курсами. Краткие исторические сведения о развитии векторного анализа

Тема 2. Векторная функция скалярного аргумента.

Понятие векторной функции скалярного аргумента. Годограф векторной функции скалярного аргумента. Дифференцирование и интегрирование векторной функции скалярного аргумента.

Тема 3. Скалярное поле и его характеристики

Понятие скалярного поля. Поверхности и линии уровня скалярного поля. Производная скалярного поля по направлению. Градиент скалярного поля и его геометрическая интерпретация. Нормаль к поверхности уровня скалярного поля.

Тема 4. Анализ векторных полей.

Определение векторного поля. Дифференциальное уравнение векторных линий векторного поля. Векторы касательной, нормали, бинормали и вектор кручения пространственной кривой. Нахождение единичных векторов касательной, нормали и бинормали к пространственным и плоским кривым. Поверхностный интеграл и его свойства. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция векторного поля. Теорема Остроградского-Гаусса. Линейный интеграл и его свойства. Циркуляция векторного поля. Ротор векторного поля. Теорема Стокса. Дифференциальные операторы второго порядка в векторном анализе. Оператор Лапласа. Классификация векторных полей. Соленоидальные, потенциальные и гармонические поля. Потенциал векторного поля.

Тема 5. Векторные и скалярные поля в криволинейных координатах.

Ортогональные криволинейные координаты, координатные линии, координатные поверхности. Условие ортогональности координатных ортов. Коэффициенты Ламэ. Градиент, дивергенция, ротор и оператор Лапласа в криволинейной системе координат. Сферическая и цилиндрическая системы координат.

Тема 6. Тензорные величины.

Аффинная координатная система. Преобразование аффинного базиса. Понятие тензора. Примеры тензорных величин. Векторная алгебра в индексных обозначениях. Инвариантность. Закон преобразования координат. Матрицы преобразования. Тензорная алгебра. Операции с тензорными величинами (сложение, умножение, свертка, преобразование к новому базису). Определение координат вектора при переходе к другой системе координат.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости лекционных и практических занятий, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий по решению задач, составления конспектов самоподготовки к практическим занятиям и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр. Для успешного прохождения текущего контроля необходимо выполнить все контрольные задания. Проверка заданий осуществляется преподавателем или автоматически в системе MOODLE.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и два практических задания. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Первый вопрос в каждом билете сформулирован для проверки сформированности индикатора ИУК 1.1 компетенции УК–1, второй вопрос – индикатора ИУК 1.3; практические задания направлены на проверку сформированности навыков выполнения векторных операций, используемых при анализе скалярных и векторных полей (ИОПК 1.1 компетенции ОПК–1).

Примерный перечень теоретических вопросов

- Вопрос 1. Понятие скалярного поля. Поверхности и линии уровня скалярного поля.
- Вопрос 2. Производная скалярного поля по направлению.
- Вопрос 3. Градиент скалярного поля и его геометрическая интерпретация. Правила вычисления градиента.
- Вопрос 4. Нормаль к поверхности уровня скалярного поля.
- Вопрос 5. Понятие векторного поля. Векторные линии векторного поля.
- Вопрос 6. Дифференциальные уравнения векторных линий векторного поля.
- Вопрос 7. Поток векторного поля через поверхность.
- Вопрос 8. Дивергенция векторного поля и её физический смысл. Правила вычисления дивергенции.
- Вопрос 9. Поток векторного поля через замкнутую поверхность. Теорема Остроградского-Гаусса.
- Вопрос 10. Ротор (вихрь) векторного поля. Правила вычисления ротора.
- Вопрос 11. Циркуляция векторного поля. Теорема Стокса.
- Вопрос 12. Дифференциальные операции второго порядка. Оператор Гамильтона, его свойства. Оператор Лапласа.
- Вопрос 13. Классификация векторных полей. Признаки соленоидальных, потенциальных, вихревых и гармонических полей.
- Вопрос 14. Потенциал векторного поля.
- Вопрос 15. Ортогональные криволинейные координаты. Условие ортогональности координатных ортов криволинейной системы координат.
- Вопрос 16. Коэффициенты Ламэ. Переход от декартовой к криволинейной системе координат (на примере сферических и цилиндрических координат).
- Вопрос 17. Аффинная система координат. Преобразование аффинного базиса.
- Вопрос 18. Определение тензора в аффинном пространстве.
- Вопрос 19. Тензорная алгебра в евклидовых пространствах.
- Вопрос 20. Уравнения Максвелла в тензорной записи.

Примеры практических заданий

- Задание 1. Преобразуйте $\text{grad}(U + V)$
- Задание 2. Преобразуйте $\text{grad}(UV)$
- Задание 3. Преобразуйте выражение $\text{div}(U\vec{a})$
- Задание 4. Преобразуйте $\text{div}(p\vec{a} + q\vec{b})$
- Задание 5. Преобразуйте $\text{rot}(\vec{a} + \vec{b})$
- Задание 6. Преобразуйте $\text{rot}(U\vec{a})$
- Задание 7. Докажите, что $\text{grad}(\text{div}\vec{a}) = \nabla \cdot (\nabla, \vec{a})$
- Задание 8. Докажите, что $\text{div}(\text{rot}\vec{a}) = \nabla \cdot [\nabla, \vec{a}]$
- Задание 9. Докажите, что $\text{rot}(\text{rot}\vec{a}) = \text{grad}(\text{div}\vec{a}) - \Delta\vec{a}$
- Задание 10. Докажите, что $\text{div}(\text{grad}U) = \nabla \cdot \nabla U$
- Задание 11. Докажите, что $\text{rot}(\text{grad}U) = \nabla \times \nabla U$
- Задание 12. Докажите, что $\text{div}(U\vec{a}) = \vec{a} \cdot \text{grad}U + U\text{div}\vec{a}$

Компетенция	Индикатор компетенции ¹	Критерии оценивания результатов обучения	
		незачет	зачет
УК 1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК 1.1 Осуществляет поиск информации, необходимой для решения задачи	Обучающийся испытывает затруднения в определении вида поля физической величины и определении информативных характеристик полей скалярных и векторных величин; испытывает затруднения в выборе метода вычисления потока или циркуляции векторного поля или не может оценить эффективность метода в зависимости от условия задачи; испытывает затруднения в выборе системы координат для анализа характеристик векторного поля	Обучающийся легко ориентируется в многообразии методов вычисления потока и циркуляции векторного поля; применяет эти знания при решении поставленной задачи; может оценить трудоёмкость использования и выбрать оптимальный способ решения поставленной задачи; выбирает систему координат в зависимости от вида поверхности и векторного поля
	ИУК 1.3 Выявляет соотношение части и целого, их взаимосвязь, а также взаимоподчинённость элементов системы в ходе решения поставленной задачи	Студент не знает или испытывает затруднения в применении при вычислениях свойства аддитивности потока и циркуляции векторного поля	Обучающийся знает и применяет при вычислениях свойство аддитивности потока и циркуляции векторного поля
ОПК-1 способен применять естественно-	ИОПК 1.1 Применяет знания математики в	Обучающийся не владеет навыками вычислений	Обучающийся владеет навыками вычислений характеристик

¹ В случае реализации образовательной программы по ФГОС ВО 3+ графа не заполняется.

научные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с фотонными технологиями обработки информации, проектированием, конструированием и технологиями производства элементов, приборов и систем фотоники и оптоинформатики	инженерной практике при моделировании	характеристик скалярных и векторных полей, испытывает затруднения при анализе скалярных и векторных полей	скалярных и векторных полей, анализа скалярных и векторных полей
---	---------------------------------------	---	--

Результаты зачета определяются оценками «зачтено» или «не зачтено».

Для допуска к теоретическому зачёту необходимо выполнить следующие условия:

1. предоставлять на проверку преподавателю конспекты самоподготовки к практическим занятиям;
2. вовремя (согласно графика) выполнить все практические задания и получить за них не ниже 70% в системе MOODLE;
3. ответить на вопросы итогового теста (не менее 75%).

Для получения оценки "зачтено" необходимо ответить на вопросы билета и выполнить практические задания с оценкой не ниже "удовлетворительно".

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронные учебные курсы по дисциплине в электронном университете «Moodle»:

- «Векторный и тензорный анализ. Лекции 2 курс (РФФ.Б.С.1 сем.)», <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=35534>
- «Векторный и тензорный анализ. Практикум (РФФ.Б.С.1 сем.)», <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=35535>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План практических занятий по дисциплине, размещенные в электронном учебном курсе «Векторный и тензорный анализ. Практикум (РФФ.Б.С.1 сем.)».

г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов, размещенные в электронных учебных курсах «Векторный и тензорный анализ. Лекции 2 курс (РФФ.Б.С.1 сем.)» и «Векторный и тензорный анализ. Практикум (РФФ.Б.С.1 сем.)».

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

- Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт.: учебник для вузов: в 3 томах / Г. М. Фихтенгольц. — 12-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Том 3 — 2021. — 656 с. — ISBN 978-5-8114-8779-0. —

Текст: электронный// Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/180824> (дата обращения: 11.03.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

- Келлер, И. Э. Тензорное исчисление: учебное пособие / И. Э. Келлер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 176 с. — ISBN 978-5-8114-1352-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168427> (дата обращения: 11.03.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
- Горлач, Б. А. Тензорная алгебра и тензорный анализ : учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-1834-3. — Текст: электронный// Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168731> (дата обращения: 11.03.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
- Миносцев, В. Б. Курс математики для технических высших учебных заведений: учебное пособие / В. Б. Миносцев, В. А. Ляховский, А. И. Мартыненко. — 2-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2021 — Часть 2: Функции нескольких переменных. Интегральное исчисление. Теория поля — 2021. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-1559-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168571> (дата обращения: 12.03.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) дополнительная литература:

- Андреев, В. К. Математические модели механики сплошных сред: учебное пособие / В. К. Андреев. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 240 с. — ISBN 978-5-8114-1998-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168854> (дата обращения: 11.03.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
- Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Векторный анализ: Задачи и примеры с подробными решениями. — М.: Едиториал УРСС. 2011. — 155 с.
- Прошкин, С.С. Математика для решения физических задач. [Электронный ресурс]: Учебные пособия — Электрон. дан. — СПб.: Лань, 2014. — 384 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/53688> — Загл. с экрана.
- Павловский, В. А. Вычислительная гидродинамика. Теоретические основы : учебное пособие для вузов / В. А. Павловский, Д. В. Никущенко. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 368 с. — ISBN 978-5-8114-7054-9. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/154392> (дата обращения: 11.03.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) ресурсы сети Интернет:

- открытые онлайн-курсы;
- Малышев А.И., Максимова Г.М. Основы векторного и тензорного анализа для физиков. Электронное учебно-методическое пособие. - Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2012. - 101 с.- Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/324/79324/files/VTA4phys.pdf> — Загл. с экрана.
- Международный научно-образовательный сайт EqWorld - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm>;
- ЦИТМ "Экспонента" <https://exponenta.ru/>.

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office 2010 Russian Academic Open, Microsoft Windows Professional 7 Academic Open (Лицензия №47729022 от 26.11.2010)
- Пакет программного обеспечения MathWorks MATLAB Education (Договор поставки №7193 от 14.10.2015).
- Dr.Web Desktop Security Suite (Договор поставки №1095 от 21.10.2020);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Брюханова Валентина Владимировна, доцент, канд. физ.-мат. наук, доцент каф. оптико-электронных систем и дистанционного зондирования