

МИНОБРНАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук



УТВЕРЖДАЮ

Директор института прикладной  
математики и компьютерных наук

А.В. Замятин

« 04 » \_\_\_\_\_ 2024 г.

Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине  
(Оценочные средства по дисциплине)

**Алгебра и геометрия**

по направлению подготовки

**02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии**

Направленность (профиль) подготовки:

**Искусственный интеллект и разработка программных продуктов**

ОС составил(и):

д-р физ.-мат. наук, профессор

и.о. зав. кафедрой теории вероятностей и математической статистики



С.П. Моисеева

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, доцент,

профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики

С.В. Рожкова



Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии  
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН)

Протокол от 8 июня 2023 г. №2

Председатель УМК ИПМКН,

д-р техн. наук, профессор



С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе их формирования.

ОС разрабатываются в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

### 1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук;	ОР-1.1.1 Владеет: навыками работы с учебной литературой по дисциплине для получения и закрепления базовых знаний линейной алгебры и аналитической геометрии ОР-1.1.2 Умеет применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для решения практических задач.	Демонстрация высокого уровня владения навыками работы с учебной литературой по дисциплине для получения и закрепления базовых знаний линейной алгебры и аналитической геометрии. Демонстрация высокого уровня умений применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для решения практических задач.	Сформированные, но содержащие отдельные пробелы во владении навыками работы с учебной литературой по дисциплине для получения и закрепления базовых знаний линейной алгебры и аналитической геометрии. Сформированные, но содержащие отдельные пробелы в умении применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для решения практических задач.	Фрагментарное владение навыками работы с учебной литературой по дисциплине для получения и закрепления базовых знаний линейной алгебры и аналитической геометрии. Частично освоенное умение применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для решения практических задач.	Отсутствие владения навыками работы с учебной литературой по дисциплине для получения и закрепления базовых знаний линейной алгебры и аналитической геометрии. Отсутствие умений применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии для решения практических задач.

	<p>ИОПК-1.2. Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности;</p>	<p>ОР-1.2.1. Умеет выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины</p>	<p>Демонстрация высокого уровня умений выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины.</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы в умении выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины</p>	<p>Частично освоенное умение выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий, формулируемых в рамках дисциплины</p>	<p>Отсутствие умений выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках дисциплины</p>
	<p>ИОПК-1.3. Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент;</p>	<p>ОР-1.3.1. Знает: современный математический аппарат линейной алгебры и аналитической геометрии, основные понятия, приемы решений ОР-1.3.2. Умеет применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач алгебры и геометрии с использованием современных математических пакетов;</p>	<p>Демонстрация высокого уровня знаний современного математического аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии, основных понятий, приемов решений. Демонстрация высокого уровня умений применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач алгебры и геометрии с использованием современных математических пакетов</p>	<p>Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания современного математического аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии, основных понятий, приемов решений. Сформированные, но содержащие отдельные пробелы в умении применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач алгебры и геометрии с использованием современных математических пакетов</p>	<p>Фрагментарные знания современного математического аппарата линейной алгебры, основных понятий, приемов решений. Частично освоенное умение применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач алгебры и геометрии с использованием современных математических пакетов</p>	<p>Отсутствие знаний современного математического аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии, основных понятий, приемов решений. Отсутствие умений применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач алгебры и геометрии с использованием современных математических пакетов</p>

## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Раздел 1. Линейная алгебра	ОР-1.1.1, ОР -1.1.2	Тест, коллоквиум, контрольная работа №1
2.	Раздел 2. Векторная алгебра	ОР-1.1.1, ОР -1.1.2	Тест, контрольная работа №2
3.	Раздел 3. Аналитическая геометрия	ОР-1.2.1, ОР-1.3.1; ОР-1.3.2	Коллоквиум, контрольная работа №3, индивидуальные задания
4.	Раздел 4. Линейные пространства	ОР-1.2.1, ОР-1.3.1; ОР-1.3.2	Задания, вопросы

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

### Контрольная работа 1

1.  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 7 \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 5 & 3 & 7 \end{bmatrix}$ , найти  $4\mathbf{A} + 2\mathbf{B}$ .

2. Решить уравнение и сделать проверку  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & 26 \\ 6 & 16 \end{bmatrix}$ .

3. Вычислить определитель путем разложения или понижения его порядка:  $\begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 4 & 3 & 5 \\ 6 & 5 & 5 & 4 \end{vmatrix}$ .

4. Найти обратную матрицу  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ .

5. Найти ранг матрицы  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 & 2 & 1 \\ -5 & -5 & 5 & 1 & 7 \\ -2 & 1 & -1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ .

6. Решить систему  $\begin{cases} 12x_1 + 9x_2 + 3x_3 = 13, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 = 3, \\ 8x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 7. \end{cases}$

а) методом Крамера;

б) с помощью обратной матрица

7. Методом Гаусса найти общее решение системы  $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 1, \\ 4x_1 - 6x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - 11x_3 - 15x_4 = 1. \end{cases}$

$$\begin{cases} 6x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0, \\ 9x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 0, \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 7x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

8. Для системы уравнений

а) найти фундаментальную систему решений;

б) построить общее решение.

### Контрольная работа 2

- Начало вектора находится в точке  $M(4, -3, 5)$ , конец – в точке  $N(6, -2, 3)$ .  
Найти координаты вектора  $MN$  и его длину.
- При каких  $x$  и  $y$  вектор  $\mathbf{a} = xi + yj + 2k$  перпендикулярен вектору  $\mathbf{b} = i - j + k$  и скалярное произведение векторов  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{c}$  равно 4, где  $\mathbf{c} = i + 2j$ .  $i, j, k$  – орты.
- Составить уравнение прямых, проходящих через вершины треугольника  $A(5, -4)$ ,  $B(-1, 3)$ ,  $C(-3, -2)$  параллельно противоположным сторонам.
- Определить угол между прямыми  $5x - y + 7 = 0$ ,  $3x + 2y = 0$ .
- Вычислить расстояние  $\delta$  от точки  $A(2, -1)$  до прямой  $4x + 3y + 10 = 0$ .

### Контрольная работа 3

- Найти уравнение эллипса, если известно  $a + b = 9$  и расстояние между фокусами  $F_1F_2$ , равное 6. Построить эллипс.
- Найти уравнение гиперболы, если известен эксцентриситет  $e = 4/3$  и расстояние между фокусами  $F_1F_2$ , равное 16. Построить гиперболу.
- Составить уравнение параболы, проходящей через начало координат и точку  $M(2; -9)$  симметрично оси  $Ox$ .
- Составить уравнение окружности, проходящей через  $O(0; 0)$  и имеющей центр в точке  $A$  – вершина параболы  $y^2 = 3(x - 4)$ .
- Установить соответствие между уравнениями поверхностей и их названиями

$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{6} = 1$	а) эллиптический гиперболоид
$x^2 + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{6} = 1$	б) однополостный гиперболоид
$x^2 + \frac{z^2}{6} = 1$	с) эллипсоид
$2z = -\frac{x^2}{6}$	д) двуполостный гиперболоид
$-x^2 + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{6} = 1$	е) гиперболический параболоид круговой цилиндр
$2z = \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{6}$	б) гиперболический цилиндр
$2z = \frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{6}$	с) эллиптический цилиндр

6. Определить вид поверхности. Исследовать и построить поверхность, заданную уравнением.

$$\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{8} + \frac{z^2}{6} = 1; \quad \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = -1; \quad 2x^2 + y^2 = z; \quad x^2 + y^2 = 4;$$
$$y^2 = 2x + 4; \quad y^2 = 2xy; \quad x^2 + y^2 = 0; \quad x^2 - y^2 = 0$$

### 3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

#### Коллоквиум 1

1. Понятие матрицы. Равенство матриц. Виды матриц (вектор-столбец, вектор-строка, нулевая, диагональная, скалярная, симметричная).
2. Алгебраические операции над матрицами: сложение и разность матриц. Свойства с доказательством.
3. Алгебраические операции над матрицами: умножение матрицы на число. Свойства с доказательством. Транспонирование матриц.
4. Алгебраические операции над матрицами: Произведение матриц. Свойства (без доказательств)
5. Алгебраические операции над матрицами: умножение на число, сложение, умножение матриц. Свойства.
6. Определители. Определение, свойства, следствия.
7. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы. Доказать теорему: Если система вектор столбцов содержит нулевой столбец, то они линейно зависимы.
8. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы. Доказать теорему: Если какие-нибудь  $k$  из  $m$  вектор-столбцов линейно зависимы, то все вектор-столбцы линейно зависимы.
9. Определение линейной зависимости строк (столбцов) матрицы. Доказать теорему: Если столбцы линейно зависимы, то один из них равен линейной комбинации остальных.
10. Обратная матрица (определение). Доказать теорему: Если матрица  $A$  имеет обратную матрицу, то она единственная.
11. Обратная матрица (определение). Свойства.
12. Обратная матрица (определение). Способы вычисления обратной матрицы.
13. Ранг матрицы. Определение. Свойства. Методы вычисления.
14. Системы линейных алгебраических уравнений. Определения (однородной и неоднородной СЛАУ, совместной, определенной).
15. Теорема Кронекера-Капелли (с доказательством).
16. Системы линейных алгебраических уравнений. Формулы Крамера.
17. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса.
18. Общее решение однородной системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
19. Связь между решениями неоднородной и однородной систем уравнений. Общее решение линейной неоднородной системы

### **Коллоквиум 1**

20. Вывод уравнения плоскости, заданной точкой  $M_0$  и двумя направляющими векторами
  21. Вывод уравнения плоскости, заданной точкой  $M_0$  и нормальным вектором  $N$ .  
Общее уравнение плоскости.
  22. Вывод уравнения уравнение плоскости, заданной тремя точками
  23. Вывод уравнения уравнение плоскости в «отрезках».
  24. Вывод канонического и параметрического уравнения плоскости.
  25. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве с объяснениями и рисунками. Угол между плоскостями (с выводами и объяснением)
  26. Неполные уравнения плоскости (таблица + рисунки)
  27. Расстояние от точки до плоскости (вывод)
  28. Вывод уравнения прямой, проходящей через точку  $M_0$  в направлении вектора  $p$ .
  29. Вывод параметрического уравнения и канонического уравнения прямой в пространстве (вывод)
  30. Векторное и параметрическое уравнение прямой в пространстве (вывод)
  31. Уравнение прямой линии в пространстве, проходящей через две заданные точки (вывод)
  32. Общее уравнение прямой линии в пространстве. Преобразование общего уравнения прямой линии к каноническому и параметрическому виду
  33. Взаимное расположение двух прямых в пространстве, рисунки, условия с объяснением
  34. Вывод формулы расстояния точки до прямой линии в пространстве.
  35. Угол между прямой и плоскостью с объяснениями и рисунками.
  36. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве с объяснениями и рисунками.
  37. Расстояние от точки до прямой с объяснениями и рисунками. Вывод
  38. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей с объяснениями и рисунками. Угол между плоскостями
  39. Расстояние между скрещивающимися прямыми(вывод)
- Скалярное, векторное, смешанное произведение (определение, свойства)

### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения**

4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

Оценка за промежуточную аттестацию по дисциплине выставляется как среднеарифметическая по итогам текущего контроля успеваемости и семестрового экзамена. При условии сдачи мероприятий контрольных точек 1-3 на положительную оценку.

Для оценки промежуточной аттестации используется традиционная шкала оценивания.



Период текущей аттестации	Виды текущей/промежуточной аттестации	Влияние оценки текущей аттестации на оценку промежуточной аттестации
Контрольная точка 1 (5 неделя семестра)	Контрольная работа №1	Оценка должна быть не менее 3, иначе промежуточная аттестация оценивается на 2
	Коллоквиум 1	
Контрольная точка 2 (10 неделя семестра)	Контрольная работа №2	Оценка должна быть не менее 3, иначе промежуточная аттестация оценивается на 2
	Коллоквиум 2	
Контрольная точка 3 (15 неделя семестра)	Контрольная работа №3	Оценка должна быть не менее 3, иначе промежуточная аттестация оценивается на 2
	Коллоквиум 3	
Сессия (20-21 недели семестра)	Контрольная работа 4	Оценка должна быть не менее 3, иначе промежуточная аттестация оценивается на 2
	Экзамен	

Критерии оценивания контрольных работ:

Количество правильных заданий	Оценка
5	5
4	4
3	3
Менее 3	2

4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Итоговая оценка по предмету (экзамен) выставляется следующим образом:

Оценка	Критерий оценивания
Отлично	Демонстрация высокого уровня базовых знаний линейной алгебры и аналитической геометрии и умений выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий, выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач, владение навыками и приемами на высоком уровне. В частности, дано определение, доказаны свойства (или теоремы), приведены частные случаи. Правильно решен пример
Хорошо	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение базовыми знаниями линейной алгебры и аналитической геометрии и умениями выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий, выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач. В частности, дано определение, приведены свойства или формулировки теорем (доказательства содержат неточности), рассмотрены частные случаи. Правильно решен пример
Удовлетворительно	Частичное, фрагментарное владение базовыми знаниями линейной алгебры и аналитической геометрии и умениями выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий, выбирать наиболее эффективные методы решения основных типов задач. В

	частности, приведены свойства или формулировки теорем (доказательства с ошибками или не полные), рассмотрены частные случаи. Правильно решен пример
Неудовлетворительно	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам специальной дисциплины и демонстрирует низкий уровень владения базовыми знаниями линейной алгебры и аналитической геометрии и умениями выполнять стандартные действия, решать типовые задачи с учетом основных понятий. В частности, ответ не содержит теоретической части и/или не решен пример