

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Факультет инновационных технологий

УТВЕРЖДЕНО:
Декан
С. В. Шидловский

Оценочные материалы по дисциплине

Математика

по направлению подготовки

09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленность (профиль) подготовки:

Программное и аппаратное обеспечение беспилотных авиационных систем

Форма обучения
Очная

Квалификация
Инженер - программист
Инженер - разработчик

Год приема
2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
С.В. Шидловский

Председатель УМК
О.В. Вусович

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

ОПК-8 Способен применять математические модели, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем.

Результатами освоения дисциплины являются:

ООПК-1.1 Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования.

ООПК-1.2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования

ООПК-8.1 Знает математику, методологию и основные методы математического моделирования, классификацию и условия применения моделей, методы и средства проектирования информационных и автоматизированных систем

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- контроль посещаемости;
- тесты по лекционному материалу;
- контрольная работа.

1 семестр обучения

Тест по лекционному материалу (выполняется дома, ограничение по времени 1,5 часа, автоматическая проверка ответов, 20 заданий, ООПК-1.1, ООПК-1.2, ООПК-8.1)

Требования по выполнению теста: тест считается пройденным, если студент верно сделал 11 заданий. Решения заданий должны быть кратко записаны в тетради.

Примеры заданий

1. Отметьте преобразования матриц, не являющиеся элементарными
 - 1) прибавление ко всем элементам какой-либо строки (столбца) матрицы числа, отличного от нуля
 - 2) перестановка двух любых строк (столбцов) матрицы
 - 3) умножение столбца (строки) на число, отличное от нуля
 - 4) транспонирование матрицы
 - 5) деление всех элементов какой-либо строки (столбца) матрицы на любое отличное от нуля число
 - 6) прибавление к столбцу (строке) линейной комбинации других столбцов (строк)
2. Выберите верное утверждение
 - 1) При перестановке двух строк (столбцов) матрицы ранг матрицы не меняется
 - 2) При умножении всех элементов какой-либо строки (столбца) матрицы на любое отличное от нуля число ранг матрицы умножается на это число
 - 3) При умножении всех элементов какой-либо строки (столбца) матрицы на любое отличное от нуля число ранг матрицы не изменится
 - 4) Если в матрице одна из строк (столбцов) является линейной комбинацией других строк (столбцов), то ее ранг равен нулю
 - 5) При перестановке двух строк (столбцов) матрицы ранг матрицы меняет знак

3. Найдите матрицу $C = A - 3B$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 \\ 7 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. В ответ введите сумму элементов первой строки матрицы.
4. Выберите уравнение линии, описывающее гиперболу
- 1) $y^2 - 2x^2 = 3x$
 - 2) $x^2 - y^2 = 2$
 - 3) $(y - 2)^2 = 5(x + 3)^2 + 10$
 - 4) $2x + 3y = 0$
 - 5) $y^2 + 3x = 9$

Ключи: 1 а), 2 а), в); 3) -18; 4 а), б), в).

Контрольная работа №1 (выполняется на практическом занятии, даются различные варианты, проверяются ОПК-1, ОПК-8)

Вариант 1

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$$

1. Найти обратную матрицу

2. Решить систему

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -5. \end{cases}$$

а) методом Крамера (записать формулы);

б) методом Гаусса.

3. Даны координаты вершин тетраэдра $A_1(1;3;6)$, $A_2(2;2;1)$, $A_3(-1;0;1)$, $A_4(-4;6;-3)$.
Найти:

а) объем тетраэдра,

б) длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Требования по выполнению заданий контрольной работы по номерам:

1. Должны быть верно записаны формулы для нахождения требуемого значения, верно проведены все вычисления.
2. Ко всем заданиям должно быть приведено решение, приводящее к верному ответу.
3. К заданиям должно быть приведено рассуждение, использующее определения и формулы и приводящее к верному ответу.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны решения всех задач контрольной, приведены все формулы и рассуждения, но допускается две незначительные вычислительные ошибки.

Оценка «хорошо» выставляется, если приведены все формулы и рассуждения, но допущено более двух вычислительных ошибок, либо не выполнено одно задание.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные решения 2 задач контрольной.

Контрольная работа №2 (выполняется на практическом занятии, даются различные варианты, проверяются ОПК-1, ОПК-8)

Вариант 1

1. Запишите общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1, 2, 6)$ перпендикулярно вектору $\vec{N} = (2, 2, -1)$.
2. Запишите канонические уравнения прямой в пространстве, проходящей через точку $M(-3, -1, 2)$ параллельно вектору $\vec{s} = (1, -2, 0)$.

3. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{-1}$ и плоскости $x + 2y - z - 3 = 0$
4. Выяснить взаимное расположение прямых в пространстве

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-5}{4} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x = 7 + 3t, \\ y = 2 + 2t, \\ z = 1 - 2t. \end{cases}$$

5. Напишите названия поверхностей, уравнения которых имеют вид:

1) $3(x-1)^2 = 6 + 2(y+1)^2$	2) $\frac{(z-1)^2}{2} = x^2 + y^2$
3) $y^2 + z^2 = \frac{x^2}{3} + 1$	4) $(x-1)^2 + \frac{y^2}{2} = 2z$

Требования по выполнению заданий контрольной работы по номерам:

1. – 4. Должны быть верно записаны формулы для нахождения требуемого уравнения или для решения задачи, приведены необходимые рассуждения и выводы.
5. Должны быть верно даны ответы на поставленные вопросы.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны решения всех задач контрольной, приведены все формулы и рассуждения, но допускается не более двух незначительных вычислительных ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если приведены решения для всех задач, все формулы и рассуждения, но допущено более двух вычислительных ошибок, либо не выполнено одно задание.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные решения 3 задач контрольной.

2 семестр обучения

Тест по лекционному материалу (выполняется дома, ограничение по времени 1,5 часа, автоматическая проверка ответов, 20 заданий, РООПК-1.1, РООПК-1.2, РООПК-8.1)

Требования по выполнению теста: тест считается пройденным, если студент верно сделал 11 заданий. Решения заданий должны быть кратко записаны в тетради.

Примеры заданий

1. Говорят, что функция задана аналитически, если она задана с помощью
 - а) рисунка,
 - б) описания,
 - в) формулы,
 - г) графика,
 - д) уравнения.
2. Вставьте пропущенные слова в определение

Число A называется _____ $y = f(x)$ при $x \rightarrow x_0$, если для любого сколь угодно _____ положительного числа ε найдется такое _____ положительное число $\delta(\varepsilon)$, что для всех значений x , удовлетворяющих неравенству $0 < |x - x_0| < \delta$, будет выполняться неравенство $|f(x) - A| < \varepsilon$.

3. Соотнесите правильно предложенные слова и словосочетания и их место в определении.

Производной функции в точке x_0 называется _____ 1 _____ 2 _____ 3 _____ 4 _____ 5 _____ 6 _____ 7 _____ 8 _____, при $\Delta x \rightarrow 0$.

- а) отношения
 - б) функции
 - в) приращения
 - г) в этой точке
 - д) аргумента
 - е) предел
 - ж) к.
4. Вставьте пропущенное слово
Операцию нахождения производной называют _____.
 5. Вставьте пропущенные слова или знаки (равенства или неравенства) в определение

Функция имеет в точке $x = x_0$ _____, если значение функции в этой точке является наибольшим по сравнению со значениями функции в соседних точках, т.е. $f(x) \text{ _____ } f(x_0)$.

Ключи: 1 в), д); 2 пределом функции, малого, малое; 3) 1-е, 2-а, 3-в, 4-б, 5-ж, 6-в, 7-д, 8-г; 4 дифференцированием; 5 максимум, <.

Контрольная работа №1 (выполняется на практическом занятии, даются различные варианты, проверяются ОПК-1, ОПК-8)

Вариант 1

1. Вычислить пределы

$$1). \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x}{3x^2 + 1}, \quad 2). \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x}, \quad 3). \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$$

2. Вычислить производные функции

$$1). y = (\sin x)^{e^x}, \quad 2). \begin{cases} y = t - \sin t, \\ x = 1 - \cos t. \end{cases}$$

3. Пользуясь правилом Лопиталя, найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

Требования по выполнению заданий контрольной работы по номерам:

1. Должны быть верно записаны выводы и рассуждения для нахождения требуемого значения, верно проведены все вычисления.
2. Ко всем заданиям должно быть приведено решение, приводящее к верному ответу.
3. К заданиям должно быть приведено рассуждение, использующее определения и формулы и приводящее к верному ответу.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны решения всех задач контрольной, приведены все формулы и рассуждения, но допускается не более двух незначительных вычислительных ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если приведены решения для всех задач, все формулы и рассуждения, но допущено более двух вычислительных ошибок, либо не выполнено одно задание.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные решения 3 задач контрольной.

Контрольная работа №2 (выполняется на практическом занятии, даются различные варианты, проверяются ОПК-1.1)

Вариант 1

1. Исследовать функцию и построить ее график

$$y = \frac{x^3 + 3}{x^2}$$

2. Найти все частные производные первого порядка для функции

$$u = x^y + z \ln y$$

3. Запишите полный дифференциал функции $z = \arctg(2x - y)$

4. Запишите уравнение касательной плоскости к поверхности $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = \frac{z^2}{8}$ в точке $M(4, 3, 4)$.

5. Найдите точки экстремума функции $z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2$

Требования по выполнению заданий контрольной работы по номерам:

1. Должны быть верно записаны выводы и рассуждения для построения графика, верно проведены все вычисления.
- 2.- 4. Ко всем заданиям должно быть приведено решение, приводящее к верному ответу.
5. К заданиям должно быть приведено рассуждение, использующее определения и формулы и приводящее к верному ответу.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны решения всех задач контрольной, приведены все формулы и рассуждения, но допускается не более двух незначительных вычислительных ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если приведены решения для всех задач, все формулы и рассуждения, но допущено более двух вычислительных ошибок, либо не выполнено одно задание.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные решения 3 задач контрольной.

3 семестр обучения

Контрольная работа №1 (выполняется на практическом занятии, даются различные варианты, проверяются ОПК-1, ОПК-8)

Вариант 1

1. Найдите неопределенные интегралы

а) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$, б) $\int \frac{dx}{x(x+1)(x+2)}$.

2. Вычислите определенный интеграл

$$\int_1^{\ln 2} \frac{dx}{e^x + 1}.$$

3. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = 4x$.

4. Исследовать на сходимость несобственный интеграл

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}.$$

5. Вычислить двойной интеграл по указанной области

$$\iint_{(D)} (x + y) dx dy,$$

где область (D) ограничена линиями $x = 1$, $y = x^2$, $y = -\sqrt{x}$.

6. В тройном интеграле перейти к повторному

$$\iiint_{(V)} f(x, y, z) dx dy dz$$

, где область (V) ограничена поверхностями $2x + 3y + z = 6$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

Требования по выполнению заданий контрольной работы по номерам:

Ко всем заданиям должно быть приведено решение, содержащее необходимые формулы и приводящее к верному ответу. При необходимости должна быть сделана подходящая замена переменных.

Критерии оценивания: Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные решения 5 и более задач. Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные решения 4х задач. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные решения 3х задач.

Контрольная работа №2 (выполняется на практическом занятии, даются различные варианты, проверяются ОПК-1, ОПК-8)

Вариант 1

1. Определите тип уравнения

$$y' = \frac{2y^2 - xy}{x^2 - xy + y^2}$$

2. Найти решение задачи Коши

$$xy' + y - 3 = 0, \quad y(1) = 2$$

3. Найти общее решение уравнения

$$y' + y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$$

4. Записать вид общего решения уравнения (не находя неопределенных коэффициентов)

$$y''' - y' = x^2 + x$$

Требования по выполнению заданий контрольной работы по номерам:

Ко всем заданиям должно быть приведено решение, содержащее необходимые формулы и приводящее к верному ответу. При необходимости должна быть сделана подходящая замена переменных.

Критерии оценивания: Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные решения 4 задач. Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные решения 3 задач. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные решения 2 задач.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Промежуточная аттестация реализуется путем проведения экзаменов после каждого семестра. Вопросы по практике (задачи) направлены на оценку сформированности компетенции ОПК-1, ОПК-8 (решение типовых задач из курса высшей математики). Вопросы по теории проверяют результат обучения РООПК-1.1, РООПК-1.2, РООПК-8.1. Студенты, получившие по практике оценки удовлетворительно (3), хорошо (4), отлично (5), освобождаются от практической части билета со своей оценкой. Итоговая оценка за экзамен выводится как среднее арифметическое оценок за практику и теорию. В экзаменационном билете должны присутствовать вопросы по практике и теории по основным пройденным темам. Количество вопросов зависит от их трудоемкости, не более двух вопросов по практике и двух вопросов по теории. За каждый вопрос билета должна быть получена оценка не ниже тройки. Оценка за ответ по теории на экзамене находится как среднее арифметическое ответов по каждому вопросу.

Критерий оценивания ответа на экзамене (на подготовку и ответ на экзамене отводится 1,5 академического часа):

Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
означает неспособность студента математически верно сформулировать	означает способность студента привести частично верно сформулированные	означает способность студента верно сформулировать определения и	означает способность студента привести верно сформулированные

определения или результаты, требуемые в вопросе.	результаты и умение применить сформулированные определения и результаты к конкретной ситуации.	термины и привести отдельные части решения при не способности построить логическую цепочку решения задачи без дополнительных указаний.	термины и определения или умение применить сформулированные определения и результаты к конкретной ситуации, делать необходимые обобщения и выводы.
--	--	--	--

Примерный перечень теоретических вопросов, выносимых на экзамены:

Семестр 1.

Первый вопрос билета

1. Определение матрицы. Арифметические операции над матрицами.
2. Определитель и элементарные преобразования. Вычисление определителя разложением по строке или столбцу.
3. Обратная матрица. Построение обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений и элементарными преобразованиями.
4. Ранг матрицы: элементарные преобразования, ранг ступенчатой матрицы.
5. Определение системы алгебраических линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
6. Метод Крамера для решения систем линейных алгебраических уравнений.
7. Метод Гаусса для решения систем линейных алгебраических уравнений.
8. Системы однородных линейных алгебраических уравнений. Построение фундаментальной системы решений ОСЛУ.
9. Определение вектора как элемента линейного пространства. Линейные операции над векторами.
10. Скалярное, векторное, смешанное и двойное векторное произведения векторов, их основные свойства, геометрический и физический смысл.

Второй вопрос билета

1. Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Взаимное положение прямых на плоскости.
2. Вывод уравнения плоскости, заданной точкой M_0 и перпендикулярным вектором N . Общее уравнение плоскости.
3. Вывод уравнения плоскости, заданной точкой M_0 и двумя направляющими векторами.
4. Уравнение плоскости в «отрезках» (вывод).
5. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями.
6. Расстояние от точки до плоскости (вывод)
7. Вывод уравнения прямой линии l , проходящей через точку M_0 в направлении вектора p .
8. Вывод параметрического уравнения и канонического уравнения прямой линии в пространстве.
9. Уравнение прямой линии в пространстве, проходящей через две заданные точки (вывод).
10. Общее уравнение прямой линии в пространстве. Преобразование общего уравнения прямой линии к каноническому и параметрическому виду.
11. Взаимное расположение прямой и плоскости

12. Взаимное расположение двух прямых в пространстве
13. Кривые второго порядка. Основные типы и канонические уравнения.
14. Поверхности второго порядка. Основные типы и канонические уравнения.

Семестр 2.

Первый вопрос билета

1. Понятие функции: основные элементарные функции.
2. Предел функции. Записать все определения.
3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции: определение, свойства и их взаимная связь.
4. Основные свойства пределов.
5. Первый и второй замечательные пределы и следствия из них.
6. Сравнения бесконечно малых величин. Свойства, таблица эквивалентных бесконечно малых величин и ее применение для вычисления пределов.
7. Непрерывность функции: определение, геометрическая интерпретация.
8. Точки разрыва и их классификация.
9. Определение и геометрический смысл производной.
10. Уравнение касательной и нормали к кривой.
11. Определение и геометрический смысл дифференциала.
12. Правила дифференцирования и таблица производных.
13. Дифференцирование показательной-степенной, неявно и параметрически заданной функции.
14. Производные и дифференциалы высших порядков.
15. Правило Лопиталя, применение к раскрытию неопределенностей
16. Точки экстремума. Теоремы о необходимых и достаточных условиях существования экстремума.
17. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба. Теорема о достаточных условиях существования точки перегиба.
18. Асимптоты: определение, виды (наклонная, вертикальная).

Второй вопрос билета.

1. Определение функции нескольких переменных. Область определения.
2. Частные производные функций нескольких переменных.
3. Производная сложной функции и функции заданной неявно.
4. Полный дифференциал ФНП, инвариантность формы первого дифференциала
5. Частные и полное приращение функции (геометрическая иллюстрация).
6. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
7. Градиент и производная по направлению. Свойства градиента.
8. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
9. Экстремум функции нескольких переменных (необходимые и достаточные условия).
10. Наименьшее и наибольшее значение функции в замкнутой области.

Семестр 3.

Первый вопрос билета

1. Понятие первообразной функции и неопределенного интеграла.
2. Метод замены переменной и метод интегрирования по частям.
3. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.
4. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции.
5. Интегрирование иррациональных функций.
6. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
7. Определение интегральной суммы Римана.

8. Понятие определенного интеграла, его геометрический и физический смысл.
9. Свойства определенного интеграла.
10. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление определенного интеграла.
11. Геометрические приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоских фигур в декартовой и полярной системах координат.
12. Определение и вычисление длины дуги плоской кривой.
13. Вычисление объемов тел.
14. Общая схема применения определенного интеграла к решению прикладных задач.
15. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Определение, свойства.
16. Признаки сходимости интегралов от неотрицательных функций. Абсолютная и условная сходимость.
17. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
18. Теорема сравнения для несобственных интегралов.
19. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
20. Определение двойного интеграла, геометрический и физический смысл.
21. Сведение двойного интеграла от непрерывной функции к повторному интегралу.
22. Теорема о замене переменных в двойном интеграле.
23. Задачи, приводящие к понятию тройного интеграла.
24. Тройной интеграл, определение, свойства, вычисление в декартовой системе координат.
25. Формулировка теоремы о замене переменных в тройном интеграле. Цилиндрические и сферические координаты.
26. Приложение кратных интегралов: вычисление объемов тел и площадей фигур, решение задач механики и физики.

Второй вопрос билета.

1. Дифференциальные уравнения первого порядка: основные определения и понятия.
2. Уравнения с разделяющимися переменными и уравнения, приводящиеся к ним. Однородные уравнения. Способ решения.
3. Методы решения: метод Лагранжа, метод Бернулли.
4. Уравнение Бернулли и методы решения.
5. Уравнения в полных дифференциалах.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия и определения.
7. Уравнения, допускающие понижение порядка.
8. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, построение фундаментальной системы решений.
9. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с произвольной правой частью. Метод Лагранжа (вариации постоянных).
10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью.

Примеры задач на экзамене.

Первый семестр.

1. Решить систему уравнений по формулам Крамера и методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = -5. \end{cases}$$

2. Даны координаты вершин тетраэдра $A_1(1;3;6)$, $A_2(2;2;1)$, $A_3(-1;0;1)$, $A_4(-4;6;-3)$. Найти объем тетраэдра и длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

3. Напишите названия поверхностей, уравнения которых имеют вид:

$$1) 3x^2 = 6 + 2y^2 \quad 2) \frac{z^2}{2} = x^2 + y^2 \quad 3) \\ y^2 + z^2 = \frac{x^2}{3} + 1$$

Второй семестр.

1. Вычислить пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x}{3x^2 + 1}, \quad 2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 2x}, \\ 3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$$

2. Вычислить производные функции

$$1) y = (\sin x)^{e^x}, \quad 2) \begin{cases} y = t - \sin t, \\ x = 1 - \cos t. \end{cases}$$

3. Пользуясь правилом Лопиталя, найти предел

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

4. Исследовать функцию и построить ее график

$$y = xe^{\frac{x}{2}}$$

5. Исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 - 2xy + 3y^2 + 2x - 4y + 5$$

Третий семестр.

1. Найти неопределенные интегралы

$$1) \int \frac{x dx}{\sqrt{2x^2 + 3}}, \quad 2) \int (x+1) \sin 2x dx, \quad 3) \int \frac{2x+3}{x^3 + 2x^2 + x} dx$$

2. Вычислить определенный интеграл

$$1) \int_1^4 \frac{x dx}{x^2 + 3}, \quad 2) \int_0^2 (x+2)e^x dx, \quad 3) \int_1^3 \frac{dx}{x^2 + x}$$

3. Исследовать на сходимость интегралы

$$1) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 1}, \quad 2) \int_0^1 \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x^3}} dx.$$

4. Расставить границы интегрирования

$$\iint_{(D)} f(x, y) dx dy$$

, где область (D) ограничена линиями $y = x$, $y = 2x$, $x + y = 6$.

5. Найти частное решение уравнения

$$xy' - y = x \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right), \quad y(1) = 1.$$

6. Запишите общий вид решения уравнения (не вычисляя неопределенных коэффициентов)

$$y'' - y' = e^{-x} + 2x.$$

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Данный тест может быть предложен студентам 3 или 4 курса после получения оценок за 1, 2, 3 семестр по дисциплине «Математика». Предлагается один вариант теста. Для успешного выполнения теста все задания должны быть решены верно, кроме того, решение каждого задания должно быть снабжено определением основных математических понятий, встретившихся в его формулировке.

Вариант 1

1. Укажите размерность матрицы В, которую можно умножить на матрицу А как слева так и справа, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- 1) 2×3 ; 2) 3×2 ; 3) 3×3 ; 4) 3×1 ; 5) 1×3 .

2. Дан треугольник с вершинами в точках А(-3; 0), В(-5; -3), С(3; 0). Тогда уравнение стороны АВ имеет вид:

- 1) $2x - 3y + 8 = 0$,
2) $3x + 2y - 9 = 0$,
3) $2x - 3y - 9 = 0$,
4) $3x - 2y + 9 = 0$,
5) $3x - 2y - 9 = 0$.

3. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{x+9}-3}$ равен

- 1) -4; 2) -24; 3) 0; 4) 4; 5) 24.

4. Производная функции $y = \frac{2x+3}{5-3x}$ имеет вид

- 1) $\frac{1}{(5-3x)^2}$; 2) $\frac{-12x+1}{(5-3x)^2}$; 3) $\frac{19}{(5-3x)^2}$; 4) другой ответ.

5. Наклонной асимптотой графика функции $y = \frac{2x^2 - 2}{3x}$ является прямая

- 1) $y = 2$; 2) $y = 3x - 2$; 3) $y = 2x$; 4) $y = \frac{2}{3}x$; 5) $x = \frac{2}{3}$.

6. Частная производная по переменной x функции $z = 2 \ln(3x + 4y)$ равна

- 1) $\frac{1}{3x + 4y}$; 2) $\frac{2}{3x + 4y}$; 3) $\frac{3}{3x + 4y}$; 4) $\frac{6}{3x + 4y}$.

7. Какой из интегралов является несобственным второго рода

- 1) $\int \frac{dx}{x^2 - 1}$; 2) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 1}$; 3) $\int_3^5 \frac{dx}{x^2 - 1}$; 4) $\int_3^\infty \frac{dx}{x^2 - 1}$.

8. Какой из интегралов используется для вычисления площади фигуры

- 1) $\iint_{(D)} dx dy$; 2) $\iint_{(D)} xy dx dy$; 3) $\int_a^b S(x) dx$; 4) верного ответа нет.

9. Дифференциальное уравнение $(1 + x^2)dy + xy \ln y dx = 0$ является

- 1) уравнением с разделяющимися переменными;
2) однородным уравнением;
3) уравнением Бернулли;
4) верного ответа нет.

10. Характеристическое уравнение для дифференциального однородного уравнения с постоянными коэффициентами $y''' - 2y'' + y' = 0$ будет иметь вид

- 1) $k^2 - 2k + 1 = 0$;
2) $k^3 - 2k^2 + k = 0$;
3) $k^2 + 1 = 0$;
4) $k^2 - 2k = 0$.

Ключ к тесту

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	1	4	5	3	4	4	2	1	1	2

5. Информация о разработчиках

Шкленник Мария Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики Института прикладной математики и компьютерных наук.