Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ ТГУ
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

Топология

по направлению подготовки

01.03.01 Математика
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль) подготовки
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук
Основы научно-исследовательской деятельности в области механики и математического моделирования

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л.В.Гензе

Председатель УМК
Е.А.Тарасов

Томск – 2023

1. **Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля: индивидуальные задания.

Индивидуальное задание № 1. (ИОПК-1.1 и ИОПК-1.3**)**

1. Определяют ли приведенные ниже описания топологию на множестве X? Если да, то каким аксиомам отделимости она удовлетворяет?

а) $X = \mathbb{N}$. Открытыми объявляются $\emptyset, X$ и все множества в X, содержащие в себе множество $I_n = \{k \in X; k \geq n\}$ для некоторого n.

б) $X = \mathbb{R}$. Для $x \in \mathbb{R}$ ф.с.о. : $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (0, \varepsilon)$, $\forall \varepsilon > 0$.

в) $X = \mathbb{R}$. Для $x \in \mathbb{R}$ ф.с.о. : $(x-\varepsilon, x+\varepsilon]$, $\forall \varepsilon > 0$.

г) $X = \mathbb{R}$. Для $x \in \mathbb{R}$ ф.с.о. : $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (1/\varepsilon, \infty)$, $\forall \varepsilon > 0$.

д) $X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y \geq 0\}$. Для $(x_0, y_0) \in X$ ф.с.о. состоит из множества $\{(x_0, y_0)\}$, если $y_0 > 0$, и оно состоит из множеств $\{(x,y) \in X; (x-x_0)^2 + (y-\varepsilon)^2 \leq \varepsilon^2\}$, если $y_0 = 0$, где $\varepsilon > 0$.

2. Для точки $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ определим ф.с.о. : $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; |x - x_0| < \varepsilon, y = y_0\}, \varepsilon > 0$, при $x_0 \neq y_0$ и $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; |x-x_0| < \varepsilon, y = y_0\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ x > 1/\varepsilon,\ y = y_0\}$ при $x_0 = y_0$. Найти замыкание, внутренность и границу следующих множеств:

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; -1 < x < 1,\ -1 < y < 1\},$$

$$B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ y + 1 < x\},$$

$$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ y^2 < x < 2, |y| < 1/2\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2;\ y^2 < x,\ |y| \geq 1/2\}.$$

3. Пусть $\tau_{б}$ и $\tau_{г}$ – топологии на $\mathbb{R}$ из пунктов б и г задачи 1 соответственно. На каждом из следующих множеств

$$A = \mathbb{N}, \qquad B = \left\{\frac{1}{n};\ n \in \mathbb{N}\right\} \cup \{0\}, \qquad C = (0,1)$$

рассмотреть индуцированные топологии и сравнить их между собой.

4. Доказать, что если $A \cap \overline{B} = \emptyset = \overline{A} \cap B$, то $\operatorname{Fr}(A \cup B) = \operatorname{Fr} A \cup \operatorname{Fr} B$.

Индивидуальное задание № 2. (ИОПК-1.1 и ИОПК-1.3)

1. Определяют ли приведенные ниже описания топологию на множестве X? Если да, то каким аксиомам отделимости оно удовлетворяет?

а) $X = \mathbb{R}$. Замкнутыми множествами объявляются $\emptyset, \mathbb{R}$ и все множества вида $(-\infty, -a] \cup K \cup [a, \infty)$, где K – произвольное конечное множество и $a > 0$ – любое.

б) $X = \mathbb{R}$. Для $x \in \mathbb{R}$ ф.с.о. : $\{x\} \cup (0, \varepsilon)$, $\forall \varepsilon > 0$.

в) $X = \mathbb{R}$. Для $x \in \mathbb{R}$ ф.с.о. : $[x, x+\varepsilon) \cup (x-1, x-1+\varepsilon)$, если x – целое число, в противном случае $(x-\varepsilon, x+\varepsilon)$, $\forall \varepsilon > 0$.

г) $X = \mathbb{N}$. Для $n \in \mathbb{N}$ ф.с.о. : $\{n\} \cup \{$все числа, которые делятся на $k!\}$, где $k \in \mathbb{N}$ – любое.

д) $X = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x^2 + y^2 < 1\}$. Если точка (x_0, y_0) отлична от нулевой, то ф.с.о. составляют множества $\{(x,y) \in X; (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 < \varepsilon\}, \forall \varepsilon > 0$, а для начала координат ф.с.о. : $\{(x,y) \in X; x^2 + y^2 < \varepsilon^2, |y| \geq |x|\}$.

2. Для точки $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$ определим ф.с.о. : $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x = x_0, |y - y_0| < \varepsilon\}, \forall \varepsilon > 0,$ если $y_0 \neq 0$, и $\{(x_0, 0)\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; 0 < |x - x_0| < \varepsilon\}, \forall \varepsilon > 0,$ – в противном случае. Найти замыкание, внутренность и границу следующих множеств:

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = x\}; \qquad B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; x = \operatorname{arctg} y\};$$
$$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2; y = e^x + 1\}.$$

3. Пусть $\tau_б$ и $\tau_в$ – топологии на $\mathbb{R}$ из пунктов б и в задачи 1 соответственно. На каждом из следующих множеств

$$A = \mathbb{N}, \qquad B = [0,1], \qquad C = (1/3, 2/3)$$

рассмотреть индуцированные топологии и сравнить их между собой.

4. Доказать, что для любого замкнутого множества $F \subset X$ в топологическом пространстве X и любого подмножества $A \subset X$ выполнено равенство $\operatorname{Int}(F \cup \operatorname{Int} A) = \operatorname{Int}(F \cup A)$.

Индивидуальное задание № 3. (ИОПК-1.1 и ИОПК-1.3)

Найти все точки непрерывности функций:

$$f(x) = \sin x : \mathbb{R}_6^+ \to \mathbb{R}_4^+ \ ; \quad f(x) = \operatorname{tg} \pi x : \mathbb{R}_4^- \to \mathbb{R}_6^-;$$
$$f(x) = x^2 + 1 : \mathbb{R}_7 \to \mathbb{R}_8.$$

- $\mathbb{R}_4^+$ – ф.с.о. $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (\Delta, \infty), \forall \Delta \in \mathbb{R}, \forall \varepsilon > 0$.
- $\mathbb{R}_4^-$ – ф.с.о. $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (-\infty, \Delta), \forall \Delta \in \mathbb{R}, \forall \varepsilon > 0$.
- $\mathbb{R}_6^+$ – ф.с.о. $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (0, \varepsilon), \forall \varepsilon > 0$.
- $\mathbb{R}_6^-$ – ф.с.о. $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (-\varepsilon, 0), \forall \varepsilon > 0$.
- $\mathbb{R}_7$ – ф.с.о. $\{x\}$, если x рационально и $(x-\varepsilon, x+\varepsilon), \forall \varepsilon > 0$, если x иррационально.
- $\mathbb{R}_8$ – ф.с.о. $\{x\}$, если x иррационально и $(x-\varepsilon, x+\varepsilon), \forall \varepsilon > 0$, если x – рационально.

.

Индивидуальное задание № 4. (ИОПК-1.1 и ИОПК-1.3)

Найти все точки непрерывности функций:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}, & x\neq 0,\\ 0, & x=0.\end{cases} : \mathbb{R}_3^+ \to \mathbb{R}_5^+,$$

$$f(x)=x^3:\mathbb{R}_5^- \to \mathbb{R}_-, \qquad f(x)=[x]:\mathbb{R}_4^+ \to \mathbb{R}_3^+.$$

- $\mathbb{R}_-$ — ф.с.о. $(x-\varepsilon,x],\forall\varepsilon>0.$
- $\mathbb{R}_3^+$ — ф.с.о. $\{x\}\cup(\Delta,\infty),\forall\Delta\in\mathbb{R}.$
- $\mathbb{R}_4^+$ — ф.с.о. $(x-\varepsilon,x+\varepsilon)\cup(\Delta,\infty),\forall\Delta\in\mathbb{R},\forall\varepsilon>0.$
- $\mathbb{R}_5^+$ — ф.с.о. $\{x\}\cup(0,\varepsilon),\forall\varepsilon>0.$
- $\mathbb{R}_5^-$ — ф.с.о. $\{x\}\cup(-\varepsilon,0),\forall\varepsilon>0.$

Индивидуальное задание № 5. (ИОПК-1.1 и ИОПК-1.3)

Найти все точки непрерывности функций:

$$f(x)=e^x:\mathbb{R}_{10}\to\mathbb{R}_4^+$$

$$f(x)=\sin x:\mathbb{R}_5^0\to\mathbb{R}_5^0, \qquad f(x)=[x]:\mathbb{R}_6^0\to\mathbb{R}_5^0.$$

- $\mathbb{R}_-^+$ — ф.с.о. $(x-\varepsilon,\infty),\forall\varepsilon>0.$
- $\mathbb{R}_4^-$ — ф.с.о. $(x-\varepsilon,x+\varepsilon)\cup(-\infty,\Delta),\forall\Delta\in\mathbb{R},\forall\varepsilon>0.$
- $\mathbb{R}_5^0$ — ф.с.о. $\{x\}\cup(-\varepsilon,0)\cup(0,\varepsilon),\forall\varepsilon>0.$
- $\mathbb{R}_6^+$ — ф.с.о. $(x-\varepsilon,x+\varepsilon)\cup(0,\varepsilon),\forall\varepsilon>0.$
- $\mathbb{R}_6^-$ — ф.с.о. $(x-\varepsilon,x+\varepsilon)\cup(-\varepsilon,0),\forall\varepsilon>0.$

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзаменационный билет состоит из трех частей.
Первая часть и вторая часть представляет собой теоретические вопросы, проверяющие ИОПК 1.1 и ИОПК 1.3. Ответы на вопросы первой части даются путем выбора из списка предложенных.
Третья часть содержит практическое задание, проверяющее ИОПК 1.2. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

Вопросы к экзамену:

1. ведение.
2. Базы и предбазы.
3. Аксиомы счетности.
4. Кардинальнозначные инварианты топологических пространств.

5. Непрерывные отображения.
6. Открытые и замкнутые отображения.
7. Гомеоморфизмы.
8. Аксиомы отделимости.
9. Тихоновские пространства.
10. Подпространства.
11. Произведения.
12. Теоремы Александрова, Урысона, Титце-Урысона, Тихонова.
13. Компактные пространства и операции над компактами.
14. Связные пространства.
15. Топологические свойства поверхностей.
16. Топологические свойства Канторова множества.

Задачи к экзамену:

Задача 1.

Найти замыкание множества $A = (0,2)$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.: $(x-\varepsilon, x]\ \forall\varepsilon > 0$.

Задача 2.

1. Найти внутренность множества $A = [0,2]$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.:$[x-\varepsilon, x), \forall\varepsilon > 0$.

Задача 3.

1. Найти границу множества $A = (0,2)$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.: $(x-\varepsilon, x]$, $\forall\varepsilon > 0$.

Задача 4.

1. Будет ли введена топология на прямой, если для $x \in \mathbb{R}$ определить фундаментальную систему окрестностей следующим образом: $[x, x+\varepsilon) \cup \{3x\};\ \forall\varepsilon > 0, \forall a > 0$.

Задача 5.

*Пусть пространство $\mathbb{R}$ наделено топологией, в которой ф.*с.о. *точки x составляют множества $\{x\} \cup (-\varepsilon, 0), \forall\varepsilon > 0$. Какие из следующих подпространств являются сепарабельными?*

1. $\mathbb{R}$.
2. [0,1].
3. $[-1,1]$.
4. $\mathbb{R}\backslash[-1,+\infty)$

Правильный ответ: 1,3.

Задача 6.

Пусть $f(x) = sinx$ будет обычная парабола, которую мы рассмотрим как отображение вещественной прямой с топологией с ф.с.о. $[x, x+\varepsilon), \forall\varepsilon > 0,$ в вещественную прямую с ф.с.о. $(x-\varepsilon, x], \forall\varepsilon > 0,$ Будет ли функция $f(x)$ непрерывной

1. в точке $x = 0$?
2. в точке $x = \frac{\pi}{2}$?
3. в точке $x = \pi$?
4. в точке $x = \frac{3\pi}{2}$?

Правильный ответ: в точках $x = \frac{\pi}{2}$ и $x = \pi$ функция непрерывна.

Задача 7.

Гомеоморфны ли между собой следующие подпространства вещественной прямой:

1. множества $\mathbb{R}\backslash\mathbb{N}$ и $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$?
2. множества $\mathbb{Q}$ и $\mathbb{Q} \cap (0,1)$?
3. множества $(0,1)$ и $(0,1) \cap \mathbb{Q}$?
4. множества $(0,1)$ и $(0,1) \cap \mathbb{R}\backslash\mathbb{N}$?

Правильный ответ: ответ положительный только в случае 2.

Задача 8.

Существует ли топология на вещественной прямой, для которой следующее семейство является в точности семейством замкнутых множеств?

1. $\emptyset, \mathbb{R}$ и все множества вида $(-\infty, a] \cup [a, +\infty), \forall a > 0$?
2. $\emptyset, \mathbb{R}$ и все множества вида $(-\infty, a) \cup (a, +\infty), \forall a > 0$?
3. $\emptyset, \mathbb{R}$ и все множества вида $(-\infty, a) \cup [a, +\infty), \forall a > 0$?
4. $\emptyset, \mathbb{R}$ и все множества вида $(-\infty, a] \cup (a, +\infty), \forall a > 0$?

Правильный ответ: 1.

Задача 9.

Будет ли в пространстве $\mathbb{R}$ выполнена аксиома T_1, если

1. ф.с.о.:$(-2\varepsilon, x-\varepsilon) \cup (x-\varepsilon, x], \forall\varepsilon > 0$?
2. ф.с.о.:$(-\infty, \frac{1}{\varepsilon}) \cup (x-\varepsilon, x], \forall\varepsilon > 0$?
3. ф.с.о.:$(-\infty, \frac{1}{\varepsilon}) \cup (x-\varepsilon, x+\varepsilon), \forall\varepsilon > 0$?
4. ф.с.о $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (x+\varepsilon, x+2\varepsilon), \forall\varepsilon > 0$?

Правильный ответ: 1,2,3,4

Задача 10.

*Пусть пространство $\mathbb{R}$ наделено топологией, в которой ф.*с.о. *точки x составляют множества $\{x\} \cup (-\varepsilon, 0) \cup (a, +\infty), \forall\varepsilon > 0, \forall a \in \mathbb{R}$. Какие из следующих подпространств имеет условию Суслина?*

1. $\mathbb{R}$.
2. [0,1].

3. $[-1,1]$.
4. $\mathbb{R}\backslash[-1,+\infty)$
Правильный ответ: 1,3.

Критерии оценивания:
Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».
Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные и развернутые ответы на два вопроса и задача решена верно.
Оценка «хорошо» выставляется, если дан правильный ответ на вопросы, но доказательства содержат неточности или не полностью изложены. Задача решена правильно или ход решения правильный, но содержит вычислительную ошибку.
Оценка «удовлетворительно» выставляется, если в целом дан правильный ответ, но изложен поверхностно и с нарушением логики изложения. Задача решена правильно или ход решения правильный, но содержит вычислительную ошибку
Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если ответ представлен очень поверхностно и с нарушением логики изложения. Студент плохо владеет основными понятиями и концепциями функционального анализа. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки. Задача решена неправильно

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Оценочные материалы для проверки остаточных знаний представлены в виде тестов, проверяющих ИОПК-1.1 и ИОПК-1.2.

Пояснение: Может быть несколько правильных ответов.

Вопрос 1
1. Будет ли введена топология на прямой, если для $x \in \mathbb{R}$ определить фундаментальную систему окрестностей следующим образом: $[x, x+\varepsilon) \cup (a, +\infty);\ \forall\varepsilon > 0, \forall a > 0$.
2. Будет ли введена топология на прямой, если для $x \in \mathbb{R}$ определить фундаментальную систему окрестностей следующим образом: $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (0, \varepsilon);\ \forall\varepsilon > 0$.
3. Будет ли введена топология на прямой, если для $x \in \mathbb{R}$ определить фундаментальную систему окрестностей следующим образом: $(x-\varepsilon, x+\varepsilon];\ \forall\varepsilon > 0$.
4. Будет ли введена топология на прямой, если для $x \in \mathbb{R}$ определить фундаментальную систему окрестностей следующим образом: $[x, x+\varepsilon)\backslash\{x+\frac{1}{2}, x+\frac{1}{3}, \dots\};\ \forall\varepsilon > 0$.
Правильный ответ: 1,2,4.

Вопрос 2

1. Будет ли выполнена аксиома отделимости T_0 на прямой $\mathbb{R}$ с топологией, которую задает ф.с.о.:$[x, x+\varepsilon) \cup [\frac{1}{\varepsilon}, \infty)$?.
2. Будет ли выполнена аксиома отделимости T_1 на прямой $\mathbb{R}$ с топологией, которую задает ф.с.о.:$[x, x+\varepsilon) \cup [\frac{1}{\varepsilon}, \infty)$?
3. Будет ли выполнена аксиома отделимости T_2 на прямой $\mathbb{R}$ с топологией, которую задает ф.с.о.:$[x, x+\varepsilon) \cup [\frac{1}{\varepsilon}, \infty)$?
4. Будет ли выполнена аксиома отделимости T_3 на прямой $\mathbb{R}$ с топологией, которую задает ф.с.о.:$[x, x+\varepsilon) \cup [\frac{1}{\varepsilon}, \infty)$?
Правильный ответ: 1, 2.

Вопрос 3

1. Найти замыкание множества $A = (0,2)$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.: $[x, x+\varepsilon), \forall\varepsilon > 0$.
2. Найти замыкание множества $A = (-1,2)$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.: $[x, x+\varepsilon), \forall\varepsilon > 0$.
3. Найти замыкание множества $A = (0,2]$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.: $[x, x+\varepsilon), \forall\varepsilon > 0$.
4. Найти замыкание множества $A = [0,3)$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.: $[x, x+\varepsilon), \forall\varepsilon > 0$.

Правильный ответ: 1) [0,2), 2) [−1,2), 3) [0,2], 4) [0,3).

Вопрос 4

1. Найти внутренность множества $A = [0,2]$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.:$(x-\varepsilon, x], \forall\varepsilon > 0$.
2. Найти внутренность множества $A = (-1,2]$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.:$(x-\varepsilon, x], \forall\varepsilon > 0$.
3. Найти внутренность множества $A = [0,2)$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.:$(x-\varepsilon, x], \forall\varepsilon > 0$.
4. Найти внутренность множества $A = (0,3)$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.:$(x-\varepsilon, x], \forall\varepsilon > 0$.

Правильный ответ: 1) (0,2], 2) (−1,2], 3) (0,2), 4) (0,3).

Вопрос 5

1. Найти границу множества $A = (0,2)$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.: $[x, x+\varepsilon), \forall\varepsilon > 0$.
2. Найти границу множества $A = (-1,2)$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.: $[x, x+\varepsilon), \forall\varepsilon > 0$.
3. Найти границу множества $A = (0,2]$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.: $[x, x+\varepsilon), \forall\varepsilon > 0$.
4. Найти границу множества $A = [0,3)$ на вещественной прямой с топологией, определяемой ф.с.о.: $[x, x+\varepsilon), \forall\varepsilon > 0$.

Правильный ответ: 1) $\{0\}$, 2)$\{-1\}$, 3) $\{0,2\}$, 4) $\{3\}$.

Вопрос 6

Пусть τ_1 – топология на $\mathbb{R}$, порожденная ф.с.о. вида $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (0,\varepsilon);\ \forall\varepsilon > 0$, для каждого $x \in \mathbb{R}$, τ_2 – топология на $\mathbb{R}$, порожденная ф.с.о. вида $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (\frac{1}{\varepsilon}, +\infty)$, $\forall\varepsilon > 0$, для каждого $x \in \mathbb{R}$. На множестве $A = \{-1, -2, \dots\}$ рассмотреть индуцированные топологии и сравнить их.

Выберите правильное утверждение:

1. τ_1 сильнее τ_2,
2. τ_2 сильнее τ_1,
3. $\tau_1 = \tau_2$,
4. τ_1 и τ_2 несравнимы.

Правильный ответ: 1.

Вопрос 7

Пусть пространство $\mathbb{R}$ *наделено топологией, в которой* ф.с.о. *точки* x *составляют множества* $\{x\} \cup (-\varepsilon, 0) \cup (a, +\infty), \forall \varepsilon > 0, \forall a \in \mathbb{R}$. *Какие из следующих подпространств являются сепарабельными?*

1. $\mathbb{R}$.
2. $[0,1]$.
3. $[-1,1]$.
4. $\mathbb{R} \backslash [-1, +\infty)$

Правильный ответ: 1,3.

Вопрос 8

Пусть $f(x) = x^2$ *будет обычная парабола, которую мы рассмотрим как отображение вещественной прямой с топологией с ф.с.о.* $[x, x+\varepsilon), \forall \varepsilon > 0,$ *в вещественную прямую с ф.с.о.* $(x-\varepsilon, x], \forall \varepsilon > 0,$ *Является ли следующее множество множеством точек непрерывности функции* $f(x)$*?*

1. $\mathbb{R}$.
2. $(-\infty, 0)$.
3. $(0, +\infty)$.
4. $(-\infty, 0]$.
5. $[0, +\infty)$.

Правильный ответ: 2

Вопрос 9

Какая из букв: б, в, г, д является гомеоморфной букве «е»?

1. б.
2. в.
3. г.
4. *д.*

Правильный ответ: 1,4.

Вопрос 10

Будет ли образовывать топологию на вещественной прямой следующее семейство множеств

1. $\emptyset, \mathbb{R}$ и все множества вида $(-\infty, a) \cup (a, +\infty), \forall a > 0$?
2. $\emptyset, \mathbb{R}$ и все множества вида $(-\infty, a] \cup [a, +\infty), \forall a > 0$?
3. $\emptyset, \mathbb{R}$ и все множества вида $(-\infty, a) \cup [a, +\infty), \forall a > 0$?
4. $\emptyset, \mathbb{R}$ и все множества вида $(-\infty, a] \cup (a, +\infty), \forall a > 0$?

Правильный ответ: 1.

Вопрос 11.

Являются ли гомеоморфными следующие подпространства вещественной прямой:

1. $X_1 = [0,1) \cup [2,3)$ и $X_2 = [-1,1] \backslash \{0\}$?
2. $X_1 = [0,1) \cup [2,3)$ и $X_2 = [0,1) \cup (1,2)$?
3. $X_1 = [0,1) \cup [2,3)$ и $X_2 = (0,1) \cup (1,2)$?
4. $X_1 = [0,1) \cup [2,3)$ и $X_2 = [0,1] \cup (1,2)$?

Правильный ответ: 1. да, 2-4. Нет.

Вопрос 12.

Будет ли хаусдорфовым пространство
1. в котором ф.с.о.:$(-2\varepsilon, x-\varepsilon) \cup (x-\varepsilon, x]$, $\forall\varepsilon > 0$?
2. в котором ф.с.о.:$(-\infty, \frac{1}{\varepsilon}) \cup (x-\varepsilon, x]$, $\forall\varepsilon > 0$?
3. в котором ф.с.о.:$(-\infty, \frac{1}{\varepsilon}) \cup (x-\varepsilon, x+\varepsilon)$, $\forall\varepsilon > 0$?
4. в котором ф.с.о $(x-\varepsilon, x+\varepsilon) \cup (x+\varepsilon, x+2\varepsilon)$, $\forall\varepsilon > 0$?
Правильный ответ: 1,4

Вопрос 13.

Будет ли регулярным пространство
1. в котором ф.с.о.:$[x, x+\varepsilon)\backslash\{x+\frac{1}{2}, x+\frac{1}{3}, \dots\}; \forall\varepsilon > 0$?
2. в котором ф.с.о.:$(x-\varepsilon, x+\varepsilon)\backslash\{x+\frac{1}{2}, x+\frac{1}{3}, \dots\}; \forall\varepsilon > 0, \forall\varepsilon > 0$?
3. в котором ф.с.о.:$(x-\varepsilon, x+\varepsilon)\backslash\{x-\frac{1}{2}, x-\frac{1}{3}, \dots\}, \forall\varepsilon > 0$?
4. в котором ф.с.о $(x-\varepsilon, x]\backslash\{x-\frac{1}{2}, x-\frac{1}{3}, \dots\}, , \forall\varepsilon > 0$?
Правильный ответ: не будут.

Вопрос 14

Какой поверхности соответствует слово:
1.$abca^{-1}b^{-1}c^{-1}$?
2. $abca^{-1}bc^{-1}$?
3. $abca^{-1}bc$?
4. $abcabc$?
Правильный ответ: 1. Сфера с одной ручкой. 2. Сфера с 3 листами Мебиуса. 3. Сфера с 2 листами Мебиуса. 4. Сфера с 1 листом Мебиуса.

Информация о разработчика

Гулько Сергей Порфирьевич, доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического анализа и теории функций