

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Научно-образовательный центр «Высшая ИТ школа»

УТВЕРЖДЕНО:  
Исполнительный директор НОЦ ВИТШ

Т.С.Кетова

Рабочая программа дисциплины

**Математический анализ**

по направлению подготовки  
**09.03.04 Программная инженерия**

Направленность подготовки:  
**«Программная инженерия»**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2021**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
О.А.Змеев

Председатель УМК  
Д.О. Змеев

Томск – 2024

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины (модуля)**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Разрабатывает алгоритмы и прототипы информационных систем для проверки теоретических, технологических или экспериментальных гипотез в процессе решения задач профессиональной деятельности

ИОПК 1.2 Разрабатывает имитационные модели и алгоритмы, моделирующие процессы, протекающие в типовых естественнонаучных, общеинженерных или математических системах

## **2. Задачи освоения дисциплины**

–Знать основы математического анализа;

–Уметь применять основные математические методы при решении типовых профессиональных задач;

–Владеть навыками самостоятельного приобретения знаний, связанных с использованием математики в профессиональной исследовательской среде, владеть навыками математического мышления, использования математических методов и основ математического анализа в практической деятельности.

## **3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Семестр 1, Экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Алгебра и начала анализа» и «Геометрия».

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины (модуля)**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 з.е., 180 часов, из которых:

– лекции: 46.0 ч.;

– практические занятия: 44.0 ч.;

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам**

Тема 1. Последовательность, предел последовательности

Тема 2. Функция, предел функции, типы неопределенных выражений

Тема 3. Непрерывность функции

Тема 4. Определение непрерывности функции, разрывы функции, типы разрывов.

Свойства непрерывных функций, непрерывность сложной функции.

Тема 5. Обратная функция. Непрерывность элементарных функций Производная и ее применение

Тема 6. Формула Тейлора для полинома. Формула Тейлора для функции, свойства остаточного члена. Правило Лопитала для раскрытия неопределенностей.

Тема 7. Схема исследования графика функции.

Тема 8. Интегралы неопределенные, определенные, несобственные .

Тема 9. Первообразная, неопределенный интеграл его свойства. Замена переменных, интегрирование по частям. Интегрирование дробно-рациональных функций. Интегралы от тригонометрических функций. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей.

Тема 10. Определенный интеграл.

Тема 11. Формула Ньютона-Лейбница. Геометрические приложения определенного интеграла.

Тема 12. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода. Признаки сходимости.

Тема 13. Числовые ряды. Определение числового ряда, его сходимости и расходимости. Свойства сходящихся рядов. Сходимость рядов с положительными членами – Признаки Коши, Даламбера. Сходимость гармонического ряда.

Тема 14. Функции многих переменных. Частные производные, градиент. Полное приращение и дифференциал функции многих переменных.

### **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, опросов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки (коллоквиум и практическая контрольная работа) не менее одного раза в семестр (после каждого раздела).

### **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

**Экзамен в первом семестре** проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и 4 задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

*Примерный перечень теоретических вопросов*

1. Определение счетного множества и теорема Кантора.
2. Свойства счетных множеств.
3. Две теоремы о предельном переходе в неравенствах для последовательностей.
4. Теорема о пределе монотонной последовательности.
5. Бином Ньютона и число « $e$ ».
6. Лемма о вложенных отрезках.
7. Два определения предела функции и их эквивалентность.
8. Первый замечательный предел.
9. Второй замечательный предел.
10. Теорема о пределе монотонной функции.
11. Определение и свойства непрерывной функции. Классификация точек разрыва.
12. Теорема о разрывах монотонной функции.
13. Теорема о существовании обратной функции.
14. Свойства показательной функции.
15. Вывод производных функций
16. Теоремы Ферма и Ролля.

17. Вывод формул Коши и Лагранжа.
18. Связь существования производной функции с ее непрерывностью и дифференцируемостью.
19. Формула Тейлора для полинома и для произвольной функции.
20. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано.
21. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа.
22. Правило Лопиталья раскрытия неопределенности «0/0» .
23. Правило Лопиталья раскрытия неопределенности «inf/inf»
24. Критерии постоянства и монотонности функции через производную. Определение и необходимое условие локального экстремума функции.
25. Теорема о чередовании локальных максимумов и минимумов у непрерывной функции. Достаточные условия локального экстремума функции.
26. Определение и свойства выпуклой функции.
27. Условия выпуклости через определитель и первую производную.
28. Определение, необходимое и достаточные условия точки перегиба.
29. Свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования. Таблица простейших неопределенных интегралов.
30. Лемма и две теоремы о кратных корнях многочлена.
31. Теоремы о разложении правильной рациональной дроби на простейшие дроби.
32. Интегрирование рациональных дробей.
33. Интегрирование тригонометрических функций.
34. Интегрирование биномиальных дифференциалов.
35. Интегрирование дробно-линейных и квадратичных иррациональностей.
36. Определенный интеграл: определение, вычисление, замена переменной.
37. Свойства определенных интегралов.
38. Первая теорема о среднем. Два свойства интеграла с переменным верхним пределом.
39. Вторая теорема о среднем.
40. Определение и вычисление длины дуги плоской кривой (3 теоремы)
41. Определение объема тела. Вычисление объемов тел с известным поперечным сечением и тел вращения. Вычисление площади поверхности вращения.
42. Определение несобственного интеграла I рода. Признаки сходимости несобственных интегралов I рода от неотрицательных функций.
43. Признаки сходимости несобственных интегралов I рода от функций произвольного знака.
44. Признаки сходимости несобственных интегралов II рода.
45. Определение суммы числового ряда. Свойства сходящихся рядов.
46. Признаки сходимости положительных рядов.
47. Признаки Даламбера, Коши сходимости положительных рядов.
48. Интегральный признак Коши.

*Примеры задач:*

$$1. \text{ Найти пределы } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 3n + 5}}{n + 7}, \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{2x^2 + 1} - \frac{x^2}{2x - 6} \right), \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^3 - 3x^2 - 28}{x^2 - 5x + 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x+3x^2} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1)(x^2+1)(x^3+1) \cdots (x^n+1)}{\left((nx)^n + 1\right)^{\frac{n+1}{2}}}$$

2. Найти производные следующих функций

$$x \arcsin x + \frac{\sqrt[3]{x}}{1 - \ln x}, \quad \sin(\cos^2 x), \quad 3. \quad x + \operatorname{ctg} x \cdot \ln(1 + \sin x) - \ln \operatorname{tg}(x/2), \quad (\sin x)^{\cos x}$$

3. Построить график и найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{при } |x| < 1, \\ |x|-1, & \text{при } |x| \geq 1. \end{cases}$$

4. Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = \frac{x^4}{(x+1)^3}, \quad f(x) = (x^2+1)e^x.$$

5. Найти неопределенный интеграл

$$\int \frac{3x^2 + x + 3}{x(x+1)^2} dx, \quad \int \frac{5x^2 + 8x + 6}{(x+1)(x^2+x+1)} dx, \quad \int \frac{\cos x}{\sin x + \cos x} dx, \quad \int \frac{dx}{\sin x \cos x}$$

6. Найти определенный интеграл

$$\int_0^1 (1-x)(1-3x) dx, \quad \int_1^2 \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx, \quad \int_0^1 \frac{x^2}{x^3+1} dx, \quad \int_0^{\pi/4} \frac{x^4}{x^4+5x^2+4} dx$$

7. Нарисовать и найти площадь области, заключенной между кривыми

$$y = 2x - x^2 \quad \text{и} \quad y = x$$

8. Вокруг оси ОХ вращается фигура, находящаяся между кривыми

$$y = 3x - x^2 \quad \text{и} \quad y = 2x^2$$

Найти объём получающегося тела вращения. Нарисовать его.

9. Исследовать на сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \sin\left(\frac{\pi}{2^{n+1}}\right), \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{3^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+2}{3^{n+1}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$$

10. Исследовать на сходимость  $\int_0^{\infty} \frac{5x^4}{1+x^5} dx, \quad \int_1^2 \frac{dx}{x \ln x}$

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Отлично	Обучающийся в совершенстве овладел всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки при решении практических задач по всем темам.
---------	--

Хорошо	Обучающийся частично овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки при решении практических задач по всем темам.
Удовлетворительно	Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки при решении практических задач.
Неудовлетворительно	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и при решении практических задач по всем темам, но с возможностью повторной передачи экзамена

### 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=29345#section-0>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине – контрольные вопросы и задачи.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине – темы практических занятий соответствуют темам лекционных занятий.

г) Для освоения образовательных результатов дисциплины обучающемуся необходимо сначала изучить основные понятия и определения. Для решения практических задач по определенной теме необходимо сначала изучить теоретический материал, понять ход решения и смысловую составляющую задач, формирующих уровень образовательного результата. Следующий этап – решение типовых задач на практике в аудитории или в виде самостоятельной работы, обязательно проверяя правильность ответа. Для проверки достижения образовательного результата проводится контрольная работа по теме. Самостоятельная работа студента включает чтение рекомендуемой литературы, решения задач в системе адаптивного обучения Plagio, подготовки к промежуточному и текущему контролю.

### 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа Ч.1./ Г.М. Фихтенгольц. – С-Пб: Лань, 2009. – 440с.

– Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа Ч.2./ Г.М. Фихтенгольц. – С-Пб: Лань, 2016. – 463с.

– Змеев О.А. Математический анализ Ч.1. / О.А. Змеев, А.Ф. Терпугов, Р.Т. Якупов. – Томск: Изд-во НТЛ, 2008. – 176с.

– Змеев О.А. Математический анализ Ч.2. / О.А. Змеев, А.Ф. Терпугов, Р.Т. Якупов. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 172с.

– Змеев О.А. Математический анализ Ч.3. / О.А. Змеев, А.Ф. Терпугов, Р.Т. Якупов. – Томск: Изд-во НТЛ, 2007. – 152с.

б) дополнительная литература:

– Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа, т1,2.-М:Физматлит, 2008, 2009

– Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу.- М.:АСТ, 2009

в) ресурсы сети Интернет:

1. [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru) (математический портал, обучающие материалы по работе

с математическими пакетами прикладных программ),

2. [www.pm298.ru](http://www.pm298.ru) (справочник математических формул),
3. [www.mathprofi.com](http://www.mathprofi.com) (методические материалы, задачи с разбором)

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.),

– Plario.ru цифровой репетитор

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –  
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru>[HYPERLINK](#)

["http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system"](http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system)[&HYPERLINK](#)

["http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system"](http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system)[theme=system](#)

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –

<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### 4. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

### 15. Информация о разработчиках

Даммер Диана Дамировна,

кандидат физико-математических наук,

доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики