

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 31 » 06 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

Комплексный анализ

по направлениям подготовки

01.03.01 Математика,
02.03.01 Математика и компьютерные науки,
01.03.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль) подготовки :
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики,
в области математики и компьютерных наук,
в области механики и математического моделирования

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2022, 2023

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.2.03

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

Л. В. Гензе

Председатель УМК

Е. А. Тарасов

Томск – 2022

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Демонстрирует навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин

ИОПК 1.3 Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

2. Задачи освоения дисциплины

- Освоить аппарат комплексного анализа
- Научиться применять понятийный аппарат для решения практических задач комплексного анализа.
- Сформировать фундаментальные знания для возможности дальнейшего развития комплексного анализа и использования их в прикладных задачах.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Пятый семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: математический анализ, линейная алгебра, аналитическая геометрия.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 часов, из которых:

-лекции: 48 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Открытая и замкнутая комплексные плоскости. Топология Комплексной плоскости. Комплексное отображение.

- Тема 2. Голоморфность и конформность. Основные элементарные отображения.
 Тема 3. Теория Коши. Интеграл от комплексного отображения по гладкой кривой. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Интеграл Коши.
 Тема 4. Последовательности и ряды отображений. Ряд Лорана. Особые точки. Теория вычетов.
 Тема 5. Основные принципы комплексного анализа. Аналитическое продолжение.
 Тема 6. Конформные и гармонические отображения. Краевые задачи.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в пятом семестре проводится в устной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первые два вопроса экзаменационного билета - теоретические, проверяющие ИОПК 1.1 и ИОПК 1.3, включающие в себя подробные доказательства теорем. Третий вопрос - это практическая задача, проверяет ИОПК 1.2.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Множество комплексных чисел.
2. Топология открытой и замкнутой комплексной плоскости.
3. R-дифференцируемость. C-дифференцируемость и условия Коши-Римана. Производная по направлению.
4. Голоморфность. Конформность. Связь с голоморфностью.
5. Интеграл от комплексного отображения по кривой.
6. Лемма Гурса.
7. Интегральная теорема Коши (обзор).
8. Интегральная формула Коши.
9. Интеграл Коши. Голоморфность интеграла Коши.
10. Свойства голоморфного отображения (обзор).
11. Теорема Вейерштрасса. Степенной ряд. Ряд Тейлора. Ряд Лорана.
12. Теорема Лорана. Теорема о единственности разложения в ряд Лорана.
13. Изолированные особые точки однозначного характера. Теорема Сохоцкого.
14. Теорема о связи между полюсом и нулем.
15. Теорема о разности между числом нулей и полюсов.
16. Вычет. Вычисление вычетов.
17. Теорема Коши о вычетах. Следствие из нее (о сумме всех вычетов).
18. Вычисление несобственного интеграла с помощью теории вычетов (обзор).
19. Принцип максимума.
20. Принцип единственности.
21. Принцип аргумента.
22. Принцип симметрии.
23. Аналитическое продолжение. Примеры.
24. Теорема Римана, лемма Шварца.
25. Теорема о локальной однолиственности. Граничное условие единственности.
26. Элементарные отображения.
27. Отображения на многоугольники (обзор).

Примеры задач:

1. Для указанной функции найти действительную и мнимую части $w = \bar{z} - iz^2$;
2. Записать комплексные числа в показательной форме: $1+i$;
3. Вычислить: $\operatorname{Ln}(-i)$;
4. Вычислить: 3^{2+i} ;
5. Решить уравнение: $\sin z = \pi i$
6. Вычислить интеграл по дуге C от точки z_1 до точки z_2 (ответ дать в алгебраической форме). $\int_{\tilde{N}} \bar{z} \operatorname{Re} z dz$, $C: y = x^2; z_1 = 0; z_2 = -1+i$.
7. Вычислить интеграл от аналитической функции (ответ дать в алгебраической форме). $\int_1^{1+i} (3z^2 + z + 1) dz$.
8. Найти образ области $\{z: 0 < \operatorname{Im} z < 2\pi, \operatorname{Re} z > 0\}$ при отображении $\frac{1}{2} \left(e^z + \frac{1}{e^z} \right)$.
9. Найти интеграл $\int_L \frac{e^z dz}{(z+1)^2(z-2)}$ по контурам а) $L_1: |z-i|=1$, б) $L_2: |z+1|=2$,
в) $L_3: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, используя интегральную формулу Коши, теорему Коши.
10. Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{2 + \cos x}{2 - \sin x} dx$.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Итоги текущего контроля выражаются оценкой за работу в семестре и влияют на оценку за экзамен. Если за работу в семестре студент имеет оценку «отлично», то на экзамене он может не решать практическую задачу. Ответ на экзамене оценивается следующим образом. Студент получает «отлично», если он успешно, без ошибок отвечает на каждый вопрос билета. «Хорошо» ставится в случае, если ответ верен не менее, чем на 75%, «удовлетворительно» - если ответ верен не менее, чем на 50%. Если студент показывает знание менее 50% билета, то ставится оценка «неудовлетворительно».

11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=8326>
- б) Оценка материалов текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.
- в) План лекционных и практических занятий по дисциплине.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

- а) основная литература:
 1. Александров И.А. Комплексный анализ, ч.1 / И.А. Александров - Томск.: Изд-во Том. ун-та, 2012. - 204 с.
 2. Александров И.А. Комплексный анализ, ч.2 / И.А. Александров - Томск.: Изд-во Том. ун-та, 2012. - 184 с.
 3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного / Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. - СПб.: Лань, 2002. - 688 с.

4. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций. Т.1, 2, 3-е изд. / Маркушевич А.И. - СПб.: Лань, 2012.
5. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного, 15-е изд. / Привалов И.И. - М.: Лань, 2012 г.
6. Волковыский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Волковыский Л.И. [и др.]. – М.: Физматлит, 2004.

б) дополнительная литература:

1. Александров И.А. Теория функций комплексного переменного / Александров И.А. - Изд-во Том. ун-та, 2002. - 510 с.
2. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексного переменного / Свешников А.Г., Тихонов А.Н. - Физматлит, 2008. - 321 с. – URL: <http://read.newlibrary.ru/read.php/pdf=15234>
3. Евграфов М.А. Аналитические функции / Евграфов М.А. - СПб.: Лань, 2008. - 448 с. – URL: <https://koha.lib.tsu.ru/cgi-bin/koha/opac-search.pl?q=an:79278>
4. Леонтьева Т.А., Парфенов В.С., Серов В.С. Задачи по теории функций комплексного переменного / Леонтьева Т.А. [и др.]. – М.: Мир, 2005. - 360 с. – URL: <https://studizba.com/files/show/pdf/37909-1-t-a-leont-eva-v-s-panferov-v-s-serov-.html>

в) ресурсы сети Интернет:

- Архив научных журналов – <https://arch.neicon.ru/xmlui/>
- Национальная электронная библиотека – <https://rusneb.ru/>
- База учебных планов, учебно-методических комплексов, публикаций и конференций – <https://infoneeds.kubsu.ru/infoneeds/>
- Открытый образовательный видеопортал UniverTV.ru. Лекции в ведущих российских и зарубежных вузах – <http://univertv.ru/video/matematika/>
- Учебно-образовательная физико-математическая библиотека – <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Садритдинова Гулнора Долимджановна, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ

Колесников Иван Александрович, к.ф.-м.н., доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ

Копанев Сергей Анатольевич, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры матем. анализа и теории функций ММФ ТГУ