

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт прикладной математики и компьютерных наук



Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине  
(Оценочные средства по дисциплине)

**Функциональный анализ**

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:

**Математическое моделирование и информационные системы**

ОС составил:

д-р физ.-мат. наук, профессор  
профессор кафедры системного анализа  
и математического моделирования

В.А. Васильев

Рецензент:

д-р физ.-мат. наук, профессор,  
профессор кафедры системного анализа  
и математического моделирования

Г.М. Кошкин

Оценочные средства одобрены на заседании учебно-методической комиссии  
института прикладной математики и компьютерных наук (УМК ИПМКН).

Протокол от 08.06.2023 г. № 02

Председатель УМК ИПМКН,  
д-р техн. наук, профессор

С.П. Сущенко

**Оценочные средства (ОС)** являются элементом системы оценивания сформированности компетенций у обучающихся в целом или на определенном этапе ее формирования.

ОС разрабатывается в соответствии с рабочей программой (РП) дисциплины.

### 1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Код и наименование результатов обучения (планируемые результаты обучения, характеризующие этапы формирования компетенций)	Критерии оценивания результатов обучения			
			Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.	ОР-1.1.1. Обучающийся сможет: анализировать и применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Сформированы систематические знания и способность анализировать и применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Сформированы, но содержащие отдельные пробелы в знаниях и анализировать и применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	Фрагментарные знания по анализу и применению фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук, и использование их в профессиональной деятельности	Отсутствие знаний по анализу и применению фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук. Использование их в профессиональной деятельности.

	<p>ИОПК-1.2. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.</p>	<p>ОП-1.2.1. Обучающийся сможет выполнять стандартные действия, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин.</p>	<p>Сформированы систематические знания и способность выполнять стандартные действия, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин.</p>	<p>Сформированы, но содержащие отдельные пробелы выполнять стандартные действия, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин</p>	<p>Фрагментарные знания по выполнению стандартных действий, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин</p>	<p>Отсутствуют знания по выполнению стандартных действий, при решении типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей базовых математических и естественнонаучных дисциплин</p>
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p>ОП-1.3.1. Обучающийся сможет использовать основные понятия, факты, концепции, принципы математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p>Сформированы систематические знания по использованию основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p>Сформированы , но содержащие отдельные пробелы в знаниях по использованию основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач.</p>	<p>Фрагментарны е знания по использованию основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p>Отсутствуют знания по использованию основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>
--	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<p>ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>ОР-3.1.1. Обучающийся умеет применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>Сформированы систематические знания по применению современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>Сформированы , но содержащие отдельные пробелы в знаниях по применению современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>Фрагментарны е знания по применению современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.</p>	<p>Отсутствуют знания по применению на современном математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области...</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

	<p>ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>ОР-3.2.1. Обучающийся умеет собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Сформированы систематические знания по сбору и обработке статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Сформированы, но содержащие отдельные пробелы в знаниях по сбору и обработке статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Фрагментарные знания по сбору и обработке статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>	<p>Отсутствуют знания по сбору и обработке статистических, экспериментальных, теоретических и т.п. данных для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.</p>
	<p>ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.</p>	<p>ОР-3.3.1. Обучающийся умеет критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.</p>	<p>Сформированы систематические знания по умению модификации разрабатываемой математической модели.</p>	<p>Сформированы, но содержащие отдельные пробелы в умении модифицировать разрабатываемые математические модели.</p>	<p>Фрагментарные знания по умению модификации разрабатываемой математической модели.</p>	<p>Отсутствуют знания по умению модификации разрабатываемой математической модели.</p>





## 2. Этапы формирования компетенций и виды оценочных средств

№	Этапы формирования компетенций (разделы дисциплины)	Код и наименование результатов обучения	Вид оценочного средства (тесты, задания, кейсы, вопросы и др.)
1.	Тема 1. Элементы теории функций	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1, ОР-3.2.1	Вопросы и задания
2.	Тема 2. Характеристики оценок функций.	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1, ОР-3.2.3, ОР-3.2.4, ОР-3.2.5	Вопросы и задания
3	Тема 3. Точечное оценивание параметров функций.	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1	Вопросы и задания
4	Тема 4. Методы точечной оценки параметров функций.	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1, ОР-3.2.3,	Вопросы и задания
5	Тема 5. Функциональные ряды..	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1, ОР-3.2.1	Вопросы и задания
6	Тема 6. Теория меры.	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1	Вопросы и задания
7	Тема 7. Теория поля.	ОП-1.1.1, ОП-1.2.1, ОП-1.3.1, ОП-3.1.1	Вопросы и задания

## 3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки образовательных результатов обучения

### 3.1. Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.

**Задача 1.** По реализации выборки  $X_1, \dots, X_n$  построить оценку методом максимального правдоподобия для параметра экспоненциального распределения.

**Задача 2.** По реализации выборки  $X_1, \dots, X_n$  построить оценку методом максимального правдоподобия для параметра закона Пуассона.

**Задача 3.** По реализации выборки  $X_1, \dots, X_n$  построить оценки методом максимального правдоподобия для параметров нормального распределения.

**Задача 4.** Доказать, что в пространстве  $C[0,1]$  нельзя ввести скалярное произведение, согласующееся с нормой этого пространства.

**Задача 5.** Доказать, что в пространстве  $l_p$  при  $p$  неравном 2 нельзя ввести скалярное произведение, согласующееся с нормой этого пространства.

**Задача 6.** Доказать полноту пространства  $L_2(a,b)$ .

**Задача 7.** Найти норму функционала в виде интеграла в постоянных пределах от функции из  $C(a,b)$ .

**Задача 8.** Привести пример интегрирования по измеримым множествам.

**Задача 9.** Привести пример вычисления интеграла Стильтьеса.

**Задача 10.** Найти норму функционала  $f(0)$  в  $C(a,b)$ .

**Задача 11.** Найти норму оператора  $Ax(t)$  из  $C(a,b)$  в  $C(a,b)$ .

**Задача 12.** В нормированном пространстве доказать неравенство треугольника.

**Задача 13.** Доказать неравенство Коши-Буняковского.

**Задача 14.** Доказать неравенство Минковского.

### **Вариант 1**

1. В чем отличие функционального анализа от математического анализа. Некоторые задачи функционального анализа.
2. Определение меры. Сигма-аддитивность.
3. Определение метрического пространства.

### **Вариант 2**

1. Определение вероятностного пространства;
2. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность.
3. Определение и примеры полных метрических пространств.

### **Вариант 3**

1. Принцип сжимающих отображений.
2. Определение и примеры линейных пространств и определение линейных подпространств.
3. Определение и примеры линейных функционалов.

### **Вариант 4**

1. Применения принципа сжимающих отображений..
2. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Привести формулировку теоремы Хана-Банаха..
3. Определение и примеры нормированных пространств.

### **Вариант 5**

1. Определение и примеры евклидовых пространств.
2. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация.
3. Теорема Рисса-Фишера..

### **Вариант 6**

1. Гильбертово пространство. Определение. Примеры.
2. Однородно выпуклые функционалы. Функционал Минковского.
3. Сумма и произведение операторов. Обратный оператор.

## **3.2. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине**

### **Экзаменационный билет № 1**

1. Вероятностное пространство. Определение сигма-алгебры и вероятностной меры.
2. Определение и примеры метрических пространств.
3. Принцип сжимающих отображений.
4. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность.
5. Определение меры. Сигма-аддитивность.

### **Экзаменационный билет № 2**

1. Определение и примеры полных метрических пространств.
2. Принцип сжимающих отображений.
3. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация.
4. Определение и примеры евклидовых пространств.

5. Определение метрического пространства.

Экзаменационный билет № 3

1. Определение и примеры линейных функционалов.
2. Применения принципа сжимающих отображений..
3. Определение и примеры линейных пространств и определение линейных подпространств.
4. Выпуклые множества и выпуклые функционалы.
5. Построить оценку методом максимального правдоподобия для параметра закона Пуассона.

Экзаменационный билет № 4

1. Определение и примеры евклидовых пространств.
2. Доказать неравенство Коши-Буняковского.
3. Определение и примеры линейных функционалов.
4. Найти норму функционала  $f(0)$  в  $C(a,b)$ .
5. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность.

Экзаменационный билет № 5

1. Однородно выпуклые функционалы. Функционал Минковского.
2. Определение и примеры операторов.
3. Определение и примеры нормированных пространств.
4. Найти норму функционала  $f(0)$  в  $C(a,b)$ .
5. Доказать, что в пространстве  $C[0,1]$  нельзя ввести скалярное произведение, согласующееся с нормой этого пространства.

**4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания образовательных результатов обучения**

**4.1. Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.**

Основой для оценки текущего контроля являются Критерии оценивания результатов обучения. Задания формулируются по билетам

Билет № 1

1. В чем отличие функционального анализа от математического анализа. Некоторые задачи функционального анализа.
2. Определение меры. Сигма-аддитивность.
3. Определение метрического пространства.
4. Определение вероятностного пространства;
5. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность.

Билет № 2

1. Определение и примеры полных метрических пространств.

2. Принцип сжимающих отображений.
3. Определение и примеры линейных пространств и определение линейных подпространств.
4. Определение и примеры линейных функционалов.
5. Выпуклые множества и выпуклые функционалы. Привести формулировку теоремы Хана-Банаха..

#### Билет № 3

1. Применения принципа сжимающих отображений..
2. Определение и примеры нормированных пространств.
3. Определение и примеры евклидовых пространств.
4. Существование ортогональных базисов. Ортогонализация.
5. Теорема Рисса-Фишера..

#### Билет № 4

1. Доказать неравенство Минковского.
- 2.. Применения принципа сжимающих отображений..
3. Определение и примеры линейных пространств и определение линейных подпространств.
4. Выпуклые множества и выпуклые функционалы.
5. Найти норму функционала  $f(0)$  в  $C(a,b)$ .

#### Билет № 5

1. Доказать полноту пространства  $L_2(a,b)$ .
2. Найти норму функционала в виде интеграла в постоянных пределах от функции из  $C(a,b)$ .
3. Привести пример интегрирования по измеримым множествам.
4. Действия над измеримыми функциями. Эквивалентность.
5. Определение и примеры полных метрических пространств.

Оценка «Отлично» ставится, если студент ответил правильно на все пять вопросов билета.

Оценка «Хорошо» - студент ответил правильно на четыре вопроса билета.

Оценка «Удовлетворительно» - студент ответил правильно на три вопроса билета

Оценка «Неудовлетворительно» – ответ студента на менее трех вопросов билета.

#### **4.2. Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.**

Основой для промежуточной аттестации являются Критерии оценивания результатов обучения. Задания берутся из экзаменационных билетов п.3.2.

Оценка «Отлично» ставится, если студент ответил правильно на все пять вопросов экзаменационного билета.

Оценка «Хорошо» - студент ответил правильно на четыре вопроса экзаменационного билета.

Оценка «Удовлетворительно» - студент ответил правильно на три вопроса экзаменационного билета

Оценка «Неудовлетворительно» – ответ студента на менее трех вопросов экзаменационного билета.