

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физико-технический факультет

УТВЕРЖДЕНО:

Декан

Ю.Н. Рыжих

Оценочные материалы по дисциплине

**Математический анализ**

по направлению подготовки / специальности

**15.03.03 Прикладная механика**

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:

**Компьютерный инжиниринг конструкций, биомеханических систем и материалов**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Инженер, инженер-разработчик**

Год приема

**2023**

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОПОП

В.А. Скрипняк

Е.С. Марченко

Председатель УМК

В.А. Скрипняк

Томск – 2023

## 1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2 Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-2.1 Знает методику выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерных технологий для их решения

РООПК-2.2 Умеет выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности и привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии

## 2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– контрольная работа

### Контрольная работа по теме «Пределы» (РООПК-2.1, РООПК-2.2)

#### Вариант №1

Вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - x - 2};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 5}{x^2 - 5} \right)^{x^2};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x^2};$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+11} - 2\sqrt{x-1}}{x^2 - 25}.$$

### Контрольная работа по теме «Производные функции одной переменной» (РООПК-2.1, РООПК-2.2)

#### Вариант 1

1. Найти производные

$$а) y = 3x^2 + \sqrt[3]{x} - \frac{1}{x^2} + 3,$$

$$б) y = \sin x \cdot \operatorname{arctg} x,$$

$$в) y = \frac{\cos x}{x - \sqrt[3]{x}},$$

$$\text{г) } y = \sqrt[3]{\frac{1}{x^2 + 1}},$$

$$\text{д) } y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x,$$

$$\text{е) } y = \arccos \frac{2x - 1}{\sqrt{3}},$$

$$\text{ж) } y = (1 + \ln \sin x)^2,$$

$$\text{з) } y = 2^{\frac{1}{\ln x}},$$

$$\text{и) } y = x \operatorname{arctg} \sqrt{x},$$

$$\text{к) } y = e^{\sin x},$$

$$\text{л) } y = \frac{e^x - e^{-x}}{2},$$

$$\text{м) } y = \operatorname{ctg} e^x.$$

**Контрольная работа по теме «Неопределенный интеграл» (РООПК-2.1, РООПК-2.2)**

ВАРИАНТ 1. Вычислить неопределённые интегралы:

$$1. \int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x} dx}{(1+x)\sqrt{x}}, 2. \int \frac{x^5 dx}{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}, 3. \int \frac{x^6 dx}{\sqrt{x^2 + 1}}, 4. \int \frac{dx}{\sqrt{2x-1} - \sqrt[4]{2x-1}}, 5. \int \operatorname{tg}^5 x dx,$$

$$6. \int \frac{1 + \sin x}{\sin 2x + 2 \sin x} dx$$

**Контрольная работа по теме «Ряды» (РООПК-2.1, РООПК-2.2)**

**Вариант 1.**

Исследовать на сходимость ряд с помощью признака Коши или Даламбера:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\sqrt{n} + 2}{\sqrt{n} + 3} \right)^{n^{3/2}}$$

**Контрольная работа по теме «Кратные интегралы» (РООПК-2.1, РООПК-2.2)**

**Вариант №1**

1) Найти массу кривой  $\{x = \cos t, y = -\sin t, z = t\}$ , где  $t \in [4\pi, 6\pi]$ , если линейная плотность в каждой точке кривой равна  $\rho = x^2 + y^2 + z^2$ .

$$M = \int_C \rho \cdot dS$$

(Масса кривой находится с помощью криволинейного интеграла 1 рода:

2) Вычислить  $\int_C x^2 \cdot dx$ , где  $C$  - дуга кривой  $y = \sin x$  от точки  $A(\pi; 0)$  до точки  $B(0; 0)$ .

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной следующими линиями (через двойной интеграл):

1)  $3x - 2y + 4 = 0$ ,  $3x - 2y + 1 = 0$ ,  $y = 2$ ,  $y = 5$

2)  $x + y + 2 = 0$ ,  $y = x^3$ ,  $x = 0$

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «зачтено», «незачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если все задачи решены без существенных ошибок.

Оценка «незачтено» выставляется, если при решении задач допущены существенные ошибки.

### **3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

Экзамен в первом, во втором и третьих семестрах проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет содержит два вопроса. Продолжительность экзамена 1 час.

Экзаменационные вопросы предполагают развернутые ответы и проверяют усвоение студентами компетенций РООПК-2.1, РООПК-2.2.

Примерный перечень теоретических вопросов на экзамен в 1 семестре:

1. Понятие множества. Операции со множествами
2. Рациональные и иррациональные числа. Понятие сечения. Определение вещественного числа как результат сечения.
3. Определение предела функции (в терминах последовательности и в терминах  $\varepsilon$ - $\delta$ )
4. Первый замечательный предел
5. Теоремы о пределах функции
6. Теоремы о сравнении пределов функций
7. Монотонные функции. Определение монотонной функции. Существование предела монотонной функции
8. Определение дифференциала функции и дифференциала независимой переменной. Геометрический смысл дифференциала функций.
9. Производные и дифференциалы высших порядков. Правила вычисления старших производных и дифференциалов. Формула Лейбница.
10. Теоремы о дифференцируемых функциях: Теорема Ферма. Теорема Ролля.
11. Теоремы о дифференцируемых функциях: Теорема Лагранжа. Теорема Коши.
12. Формула Тейлора.
13. Возрастание и убывание функции. Связь со знаком производной. Понятие экстремума функции.
14. Необходимый признак экстремума функции
15. Достаточные признаки существования экстремума функции.
16. Выпуклость, вогнутость и точки перегиба графика функции.
17. Понятие многомерного пространства Граница пространства. Понятие функции многих переменных.
18. Предел функции многих переменных
19. Экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
20. Достаточное условие экстремума функции многих переменных.

21. Понятие неявной функции. . Теоремы существования неявных функций, определяемых одним уравнением и системой уравнений.
22. Условный экстремум функции многих переменных.

Примерный перечень теоретических вопросов на экзамен в 2 семестре

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл.
2. Геометрическое истолкование первообразной.
3. Интегрирование путем замены переменной. Интегрирование по частям.
4. Разложение рациональных дробей на простейшие дроби.
5. Вычисление интегралов от рациональных дробей общим методом
6. Метод Остроградского.
7. Интегрирование биномиальных дифференциалов (подстановки Чебышева).
8. Подстановки Эйлера
9. Интегрирование некоторых иррациональностей. Интегрирование тригонометрических функций.
10. Определение определенного интеграла Римана. Примеры интегрируемых и неинтегрируемых функций.
11. Суммы Дарбу. Свойства суммы Дарбу.
12. Необходимое и достаточное условие существования определенного интеграла.
13. Интегрируемость непрерывных функций. Интегрируемость монотонных функций
14. Интегрируемость разрывных функций.
15. Простейшие свойства определенных интегралов: интеграл по ориентированному промежутку.
16. интеграл от суммы и от произведения функций, интегрирование неравенств, оценка интеграла по абсолютной величине.
17. Основная формула интегрального исчисления (теорема о среднем значении интеграла, свойства интеграла с переменным верхним пределом, основная формула интегрального исчисления).
18. Замена переменной в определенном интервале. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
19. Площадь плоской фигуры. Понятие площади плоской фигуры. Площадь на классе многоугольных фигур. Площадь произвольной ограниченной замкнутой области.
20. Необходимое и достаточное условие существования площади произвольной ограниченной замкнутой области. Классы кривых, имеющих нулевую площадь.
21. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенных интегралов.
22. Вычисление объема тела.
23. Длина кривой линии. Определение длины гладкой кривой линии, вычисление ее длины с помощью определенного интеграла
24. Статические моменты и координаты центра тяжести конечной системы материальных точек, материальной пластинки. Две теоремы Паппа-Гульдина.
25. Понятие многомерного пространства. Граница пространства. Понятие функции многих переменных.
26. Предел функции многих переменных
27. Непрерывность функции многих переменных. Свойства непрерывных функций.
28. Частные производные функции многих переменных. Геометрический смысл.
29. Полное приращение и дифференциал функции многих переменных.
30. Полная производная функции многих переменных
31. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.

32. Экстремум функции многих переменных. Необходимое условие экстремума функции многих переменных.
33. Понятие якобиана.
34. Понятие однородного многочлена, свойства. Понятие квадратичной формы, виды квадратичных форм.
35. Достаточное условие экстремума функции многих переменных.
36. Понятие неявной функции. Теоремы существования неявных функций, определяемых одним уравнением и системой уравнений.
37. Условный экстремум функции многих переменных. Способ вычисления.
38. Понятие числового ряда, сходимость ряда, абсолютная и условная сходимость, простейшие свойства рядов,
39. Необходимое условие сходимости числового ряда. Положительные ряды, признак сравнения
40. Признаки Коши, Даламбера и интегральный признак сходимости положительных рядов.
41. Необходимое и достаточное условие сходимости произвольного числового ряда. Признак Лейбница сходимости знакопеременного ряда.
42. Функциональные ряды. Равномерная сходимость функционального ряда,
43. Необходимое и достаточное условие равномерной сходимости функционального ряда. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функциональных рядов
44. Простейшие свойства функциональных рядов: непрерывность суммы ряда, почленное интегрирование и почленное дифференцирование функционального ряда.
45. Понятие степенного ряда. Простейшие свойства степенных рядов: равномерная сходимость степенного ряда внутри промежутка сходимости, непрерывность суммы степенного ряда, почленное интегрирование степенного ряда: степенный ряд, как ряд Тейлора.
46. Формулы для радиуса сходимости ( Теорема Абеля). Арифметические действия над степенными рядами.
47. Разложения в степенные ряды некоторых элементарных функций. Применение при вычислении приближенных значений функций и интегралов. Решение уравнений.

Примерный перечень теоретических вопросов на экзамен в 3 семестре

1. Понятие степенного ряда
2. Интегрирование рациональных выражений.
3. Определение криволинейных интегралов 1 и 2 типа
4. Понятие определенного интеграла
5. Понятие кратных интегралов
6. Признаки сходимости ряда
7. Ряды Фурье
8. Площадь поверхности. Длина дуги.

### 10.1. Балльные оценки для элементов контроля

Таблица 10.1 – Балльные оценки для элементов контроля

Элементы учебной деятельности	Максимальный балл на 1-ую КТ с начала семестра	Максимальный балл за период между 1КТ и 2КТ	Максимальный балл за период между 2КТ и на конец семестра	Всего за семестр
1 и 2 семестр				
Экзамен				60
Отчет по практическому занятию	10		10	20
Итого максимум за период	10		30	100
Нарастающим итогом	10	10	40	100

### 10.2. Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Пересчет баллов в оценки за контрольные точки представлен в таблице 10.2.

Таблица 10.2 – Пересчет баллов в оценки за контрольные точки

Баллы на дату контрольной точки	Оценка
≥ 90% от максимальной суммы баллов на дату КТ	5
От 70% до 89% от максимальной суммы баллов на дату КТ	4
От 60% до 69% от максимальной суммы баллов на дату КТ	3
< 60% от максимальной суммы баллов на дату КТ	2

### 10.3. Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку представлен в таблице 10.3.

Таблица 10.3 – Пересчет суммы баллов в традиционную и международную оценку

Оценка (ГОС)	Итоговая сумма баллов, учитывает успешно сданный экзамен	Оценка (ECTS)
5 (отлично) (зачтено)	90 - 100	A (отлично)
4 (хорошо) (зачтено)	85 - 89	B (очень хорошо)
	75 - 84	C (хорошо)
	70 - 74	D (удовлетворительно)
3 (удовлетворительно) (зачтено)	65 - 69	
	60 - 64	E (посредственно)
2 (неудовлетворительно) (не зачтено)	Ниже 60 баллов	F (неудовлетворительно)

**4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)**

Найти производную функции:

$$y = (1 + \ln \sin x)^2,$$

Вычислить неопределенный интеграл:

$$\int \frac{x^5 dx}{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}$$

Найти массу кривой  $\{x = \cos t, y = -\sin t, z = t\}$ , где  $t \in [4\pi, 6\pi]$ , если линейная плотность в каждой точке кривой равна  $\rho = x^2 + y^2 + z^2$ .

**Информация о разработчиках**

Нариманов Ринат Казбекович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной аэромеханики