

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

САЕ Институт «Умные материалы и технологии»

УТВЕРЖДАЮ:

Директор

 И.А. Курзина

«05»  2024 г.

Оценочные материалы по дисциплине

Математика

по направлению подготовки

19.03.01 Биотехнология

Направленность (профиль) подготовки:

«Молекулярная инженерия»

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

 И.А. Курзина

Председатель УМК

 Г.А. Воронова

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

–УК-1– Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

–ОПК-1– Способен изучать, анализировать, использовать биологические объекты и процессы, основываясь на законах и закономерностях математических, физических, химических и биологических наук и их взаимосвязях.

–ОПК-7– Способен проводить экспериментальные исследования и испытания по заданной методике, наблюдения и измерения, обрабатывать и интерпретировать экспериментальные данные, применяя математические, физические физико-химические, химические, биологические, микробиологические методы.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИУК-1.3. Выявляет соотношение части и целого, их взаимосвязь, а также взаимоподчиненность элементов системы в ходе решения поставленной задачи.

ИОПК-1.1. Демонстрирует способность применять законы математических, физических, химических и биологических наук и их взаимосвязи при решении поставленной задачи.

ИОПК-7.2. Применяет математические, физические физико-химические, химические, биологические, микробиологические методы для наблюдения, измерения, обработки и интерпретации экспериментальных данных.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- Контрольные работы
- Практические задания

2.1. Контрольные работы (ИУК-1.3., ИОПК-1.1, ИОПК -7.2)

Контрольная работа №1.

Вариант №1

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + (n+2)!}{(n-1)! + (n+2)!}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt[4]{x}}{1 - \sqrt{x}}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{5x^2 + 1} - \frac{3x^2}{15x + 1} \right);$$
$$4. \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}; \quad 5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}; \quad 6. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2-x)}{\sqrt{2x-2}}.$$

Вариант №2

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+10}{2n-1} \right)^n; \quad 2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+6x+8}{x^2+5x+6};$$
$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2-x)}{\sqrt{x}-1}; \quad 5. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1+\cos 3x}{\sin^2 7x}; \quad 6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+\operatorname{tg} x}{1+\sin x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}.$$

Вариант №3

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!(n+2)}{(n+2)! - n!}; \quad 2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{2n^2+1} \cos \frac{n^2+1}{2n-1}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5x-9)}{x^2-4};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 0,5} \frac{8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}; \quad 5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+3} \right)^{3x-2}; \quad 6. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2-x)}{\sqrt{x}-1}.$$

Вариант №4

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos^2 x}{2x^2}; \quad 2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{3x-6} - 1}{x^2 - 4}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 - 4};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} (1 + x^2)^{\operatorname{ctg} x}; \quad 5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x - 4}; \quad 6. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}.$$

Контрольная работа №2.

Вариант №1

I. Найти производные следующих функций:

$$1. y = (e^{\cos x} + 3)^2; \quad 2. 3^x + 3^y = x - y;$$

II. Найти вторую производную $\frac{d^2y}{dx^2}$:

$$1. y = \frac{x}{x^2 - 1}; \quad 2. \begin{cases} x = \cos(t/2), \\ y = t - \sin t. \end{cases}$$

III. Найти производные, пользуясь правилом логарифмического дифференцирования:

$$1. y = \frac{x\sqrt{x+4}}{x^2-1} \quad 2. y = \sqrt{x^3 \sin(6x^2)} \sqrt[3]{x-4}$$

Вариант №2

I. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \operatorname{arctg}(e^{2x}); \quad 2. x - y + \operatorname{arcsin}(y) = 0;$$

II. Найти вторую производную $\frac{d^2y}{dx^2}$:

$$1. y = \ln \operatorname{ctg} 2x, \quad 2. \begin{cases} x = t^3 + 8t, \\ y = t^5 + 2t. \end{cases}$$

III. Найти производные, пользуясь правилом логарифмического дифференцирования:

$$1. y = \frac{x^4 \sin(x-5)}{x^3+1} \quad 2. y = \sqrt{x^2 \operatorname{tg}(4x^2)} \sqrt[3]{x+8}$$

Вариант №3

I. Найти производные следующих функций:

$$1. y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x}; \quad 2. y \sin x = \cos(x - y);$$

II. Найти вторую производную $\frac{d^2y}{dx^2}$:

1. $y = \ln \operatorname{ctg}(2x)$, 2. $\begin{cases} x = \cos t, \\ y = t \cos t - \sin t. \end{cases}$

III. Найти производные, пользуясь правилом логарифмического дифференцирования:

1. $y = \frac{\sin x \sqrt{x-8}}{\arccos(x^3)}$ 2. $y = \arcsin x^3 \operatorname{tg}(3x^2) \sqrt[3]{(x-3)^2}$

Вариант №4

I. Найти производные следующих функций:

1. $y = x^m \ln x$; 2. $y^2 x = e^{(y/x)}$;

II. Найти вторую производную $\frac{d^2y}{dx^2}$:

1. $y = x^3 \ln x$, 2. $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$

III. Найти производные, пользуясь правилом логарифмического дифференцирования:

1. $y = \frac{x\sqrt{x+6}}{x^3+1}$ 2. $y = \sqrt{x^4 \sin(6x^5) \sqrt[3]{\arcsin x}}$

Контрольная работа №3.

Вариант №1

Вычислить интегралы

1. $\int x\sqrt{1-x^2} dx$; 2. $\int \sqrt[5]{(8-3x)^6} dx$;
3. $\int \cos \ln|x| dx$; 4. $\int (3+5x) \sin 2x dx$;
5. $\int \frac{x dx}{x^3-1}$; 6. $\int \frac{x dx}{(x+1)(x+3)}$;
7. $\int \frac{dx}{\cos^4 x}$; 8. $\int \frac{\sin^5 x}{\cos^4 x} dx$.

Вариант №2

Вычислить интегралы

1. $\int 2x\sqrt{x^2+1} dx$; 2. $\int \cos(8-5x) dx$;
3. $\int (2x+3)^2 \cos 5x dx$; 4. $\int x^2 \ln x dx$;

5. $\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)^2};$

6. $\int \frac{(2x-1)dx}{(x-1)(x-2)};$

7. $\int \frac{dx}{4+3\sin^2 x};$

8. $\int \operatorname{tg}^3 x dx.$

Вариант №3**Вычислить интегралы**

1. $\int x^2 \sqrt[5]{x^3 + 2} dx;$

2. $\int \frac{\ln^4 x}{x} dx;$

3. $\int (2 - 3x^2)3^{x+1} dx;$

4. $\int \sqrt{x} \ln x dx;$

5. $\int \frac{(x-8)dx}{x^3-2x^2+x};$

6. $\int \frac{dx}{x^3-x^2};$

7. $\int \frac{\cos^2 x dx}{\sin^4 x};$

8. $\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{1-\operatorname{ctg}^2 x}.$

Вариант №4**Вычислить интегралы**

1. $\int \frac{x^3}{\sqrt[3]{x^4+1}} dx;$

2. $\int \frac{\sin 4x}{2-3 \cos 4x} dx;$

3. $\int \operatorname{arctg} 2x dx;$

4. $\int \sqrt{x^5} \ln x dx;$

5. $\int \frac{(x+2)dx}{(x-1)x};$

6. $\int \frac{dx}{x^2(1+x)};$

7. $\int \frac{dx}{\cos^3 x};$

8. $\int \frac{\sin^7 x}{\cos^6 x} dx.$

Контрольная работа №4.**Вариант №1****1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:**

1) $\int_1^3 \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}};$

2) $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}.$

2. **Вычислить длину кривой:** $\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases} t \in [0, \pi].$

3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1) $y = e^x, y = e^{-x}$ и $x = 1;$

2) $\rho = \sqrt{2 \sin \varphi}.$

Вариант №2

1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$1) \int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^5}}; \quad 2) \int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+x^2)}$$

2. Вычислить длину кривой $\begin{cases} x = 8 \sin t + 6 \cos t, \\ y = 6 \sin t - 8 \cos t, \end{cases} \quad t \in [0, \frac{\pi}{2}];$

3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

$$1) y^2 = 3x, \quad x^2 = 3y;$$

$$2) \rho = 0,5 + \cos \varphi.$$

Вариант №3

1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$1) \int_1^2 \frac{dx}{x(\ln x)^2}; \quad 2) \int_1^{\infty} x^3 (\operatorname{arctg} \frac{\pi}{x})^5 dx.$$

2. Вычислить длину кривой: $\begin{cases} y^2 = (x+1)^3, \\ x \in [-1; 1]. \end{cases}$

3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

$$1) 4y = x^2, \quad y = \frac{8}{x^2 + 4};$$

$$2) \rho = 4 \cos 4\varphi.$$

Вариант №4

1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$1) \int_0^1 \frac{x^3 dx}{1-x^8} \quad 2) \int_0^{\infty} \frac{dx}{1+e^x}.$$

2. Вычислить длину кривой: $y = -\ln \cos x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}.$

3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

$$1) \begin{cases} y = \sqrt{e^x - 1}, \quad y = 0, \\ x = \ln 2. \end{cases}$$

$$2) \rho = 5 \sin 3\varphi.$$

Критерии оценивания.

Оценивается логика рассуждений, правильность выбора методов решения, но только при условии нахождения верного ответа.

№	Действие	Баллы
1	Получен правильный ответ	1
2	Логика рассуждений в ходе решения	1
3	Подбор и применение метода решения	1

При получении баллов итоговая оценка выставляется преподавателем, в соответствии с переводной шкалой – 1 балл=удовлетворительно, 2 балла=хорошо, 3 балла=отлично. Оценка за всю работу есть простое среднее суммы за отдельные примеры

2.2. Практические задания (ИУК-1.3., ИОПК-1.1, ИОПК -7.2)

пример №1

Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

- $(y + y \ln x)dx - (x - xy)dy = 0.$
- $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$
- $(xy^2 + \frac{x}{y^2})dx + (x^2y - \frac{x^2}{y^3})dy = 0.$

Найти частные решения уравнений:

- $xy' - y = x \operatorname{tg}\left(\frac{y}{x}\right), \quad y(1) = 1.$
- $e^y dx = (2y - xe^y)dy, \quad y(-1) = 0.$

пример №2

Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

- $x(y + 1)dx - (x^2 + 1)ydy = 0.$
- $xy' + y - 3 = 0.$
- $(x^2 + 2xy - y^2)dx = (y^2 + 2xy - x^2)dy.$

Найти частные решения уравнений:

- $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, \quad y(1) = 1 + e.$
- $(x - 2xy)dy = (y^2 - y)dx, \quad y(0) = 1.$

пример №3

Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

- $y' = 3x^2y - x^2.$
- $y' + xy = xy^3.$
- $(3x^2y + 2y + 3)dx + (x^3 + 2x + 3y^2)dy = 0.$

Найти частные решения уравнений:

- $x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx, \quad y(1) = 0.$
- $dy = 2x(x^2 + y)dx, \quad y(0) = 0.$

пример №4

Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

1. $ye^{2x}dx - (1 + e^{2x})dy = 0$.
2. $y' + \frac{y}{2x} = x^2$.
3. $(\sin 2x - 2 \cos(x + y))dx - 2 \cos(x + y)dy = 0$.

Найти частные решения уравнений:

4. $(x^2 + y^2)dx + xydy = 0, \quad y(1) = 0$.
5. $(y^2 + 4)dx - 2xydy = 2ydy, \quad y(1) = 1$.

Критерии оценивания.

Оценивается логика рассуждений, правильность выбора методов решения, но только при условии нахождения верного ответа.

№	Действие	Баллы
1	Получен правильный ответ	1
2	Логика рассуждений в ходе решения	1
3	Подбор и применение метода решения	1

При получении баллов итоговая оценка выставляется преподавателем, в соответствии с переводной шкалой – 1 балл=удовлетворительно, 2 балла=хорошо, 3 балла=отлично. Оценка за всю работу есть простое среднее суммы за отдельные примеры

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачет в первом семестре проводится в письменной форме по билетам, проверяющий ИУК-1.3., ИОПК-1.1, ИОПК -7.2. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. **Примеры теоретических вопросов для зачёта с оценкой в первом семестре.**

1. Понятие матрицы. Сложение и умножение матриц, их свойства. Транспонирование матриц.
2. Определители матриц и их свойства.
3. Теорема об обратной матрице. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
4. Теорема Крамера и формулы Крамера.
5. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
6. Понятие последовательности и её предела. Понятие предела функции.
7. Первый замечательный предел и его следствия.
8. Второй замечательный предел и его применение.
9. Понятия производной и дифференциала функции в точке. Вычисление производных по определению. Дифференцирование сложных функций.
10. Порядок исследования функций и построение их графиков.

Критерии оценивания:

Оценка «зачтено» выставляется если ответ студента логический, содержательный и аргументированный, подкрепленный знанием математических терминов и источников по теме вопроса. Если студент ответил на дополнительные вопросы. Если нарушение логики изложения материала незначительны

Оценка «не зачтено» выставляется в случае, когда студент обнаружил несостоятельность осветить вопрос, вопросы освещены неправильно, бессистемно, с

грубыми ошибками, отсутствуют понимания основной сути вопросов, выводы, обобщения, обнаружено неумение решать учебные задачи.

Зачет с оценкой во втором семестре проводится в письменной форме по билетам, проверяющий ИУК-1.3., ИОПК-1.1, ИОПК -7.2. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примеры теоретических вопросов для зачёта с оценкой во втором семестре.

1. Понятие частной производной для функции нескольких переменных. Дифференциал функции многих переменных. Примеры вычислений.
2. Понятие неопределённого интеграла. Свойства интегралов. Интегралы элементарных функций.
3. Интегрирование рациональных дробей.
4. Понятие определенного интеграла. Примеры его применения.
5. Определение вероятности события. Методы комбинаторики. Примеры.
6. Формула для вероятности объединения событий. Условная вероятность.
7. Случайная величина. Функция распределения случайной величины.
8. Закон распределения дискретной случайной величины. Примеры дискретных распределений.
9. Математическое ожидание случайной величины. Дисперсия случайной величины. Примеры.
10. Нормальное распределение. Свойства нормального распределения.

Примеры задач:

Вычислить интегралы:

$$\int (2 - 3x^2)3^{x+1} dx;$$

$$\int \sqrt{x} \ln x dx;$$

Критерии оценивания:

Оценка «зачтено» выставляется если ответ студента логический, содержательный и аргументированный, подкрепленный знанием математических терминов и источников по теме вопроса. Если студент ответил на дополнительные вопросы. Если нарушение логики изложения материала незначительны.

Оценка «не зачтено» выставляется в случае, когда студент обнаружил несостоятельность осветить вопрос, вопросы освещены неправильно, бессистемно, с грубыми ошибками, отсутствуют понимания основной сути вопросов, выводы, обобщения, обнаружено неумение решать учебные задачи.

Экзамен в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и две задачи, проверяющие ИУК-1.3., ИОПК-1.1, ИОПК -7.2. Продолжительность экзамена 2 часа.

Первая часть представляет собой теоретические вопросы. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Вторая часть содержит 2 вопроса и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

Примеры теоретических вопросов для экзамена в третьем семестре.

1. Понятие матрицы. Определители матриц и их свойства.
2. Теорема об обратной матрице. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
3. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.

4. Понятие последовательности и её предела. Понятие предела функции.
5. Первый замечательный предел и его следствия.
6. Второй замечательный предел и его применение.
7. Понятия производной и дифференциала функции в точке. Вычисление производных по определению. Дифференцирование сложных функций.
8. Понятие неопределённого интеграла. Свойства интегралов. Интегралы элементарных функций.
9. Интегрирование рациональных дробей.
10. Понятие определенного интеграла. Примеры его применения.
11. Определение вероятности события. Методы комбинаторики. Примеры.
12. Случайная величина. Функция распределения случайной величины.
13. Нормальное распределение. Свойства нормального распределения.
14. Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций.
15. Однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка.
16. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах.
17. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.
18. Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов.
19. Функциональные ряды. Степенные ряды.
20. Линии, плоскости и поверхности в трёхмерном пространстве.

Примеры задач:

Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

1. $(y + y \ln x)dx - (x - xy)dy = 0.$
2. $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$

Результаты аттестации определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «Отлично» выставляется в случае, если студент выполнил все контрольные работы на отлично, правильно ответил на все вопросы на экзамене и решил задачу.

Оценка «Хорошо» выставляется в случае, если студент хорошо выполнил все контрольные работы, ответил на все вопросы на экзамене с несущественными ошибками и решил экзаменационную задачу.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется в случае, если студент выполнил все контрольные работы и ответил на вопросы на экзамене, но лишь частично, решил экзаменационную задачу с ошибками.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не выполнил все контрольные работы и не ответил на вопросы на экзамене, не решил экзаменационную задачу.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Пример задания (ИУК-1.3., ИОПК-1.1., ИОПК-7.2.):

Укажите пару бесконечно малых при эквивалентными:

$x \rightarrow 0$ величин, не являющимися

- a) $\ln(1+x)$ и x ;
- b) $e^x - 1$ и x ;
- c) $\arcsin x$

и tg

x

;

5 5

d) $\sin 3x$ и .

2. Сколько точек разрыва имеет данная функция

a) 1;

b) 0;

c) 2;

d) 3.

$f(x) = 7$

$x^3 +$

$9x$

Ответ: 1 a); 2 d); 3 a); 4 a)

Пример теоретических вопросов (ИУК-1.3., ИОПК-1.1., ИОПК-7.2.):

1. Линейные операции над матрицами. Свойства линейных операций.
2. Умножение матриц (привести примеры).
3. Обратная матрица (определение, вычисление).
4. Определители 2 порядка (определение, свойства, вычисление).
5. Определители 3 порядка (определение, свойства, способы вычисления).
6. Определители n -го порядка (определение, свойства, вычисление).
7. Решение систем линейных неоднородных уравнений. Формулы Крамера.
8. Решение системы линейных неоднородных уравнений матричным способом.
9. Системы линейных уравнений. Решение СЛАУ. Совместная система. Определенная система.
10. Метод Гаусса решения систем линейных неоднородных уравнений.

Информация о разработчиках

Диль Денис Олегович – кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры теоретической механики, Механико-математический факультет, ТГУ.