

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДАЮ:  
Декан

\_\_А. Г. Коротаяев

« \_\_22\_\_ » 08 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

**Методы математической физики**

по направлению подготовки

**12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии**

Направленность (профиль) подготовки :

**Квантовые приборы и системы**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2023**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.25

СОГЛАСОВАНО:

Председатель УМК  
А.П. Коханенко

Томск – 2023

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с фотонными технологиями обработки информации, проектированием, конструированием и технологиями производства элементов, приборов и систем фотоники и оптоинформатики

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании

ИОПК-1.3 Применяет знания естественных наук в инженерной практике

ИУК-1.1 Осуществляет поиск информации, необходимой для решения задачи

ИУК-1.2 Проводит критический анализ различных источников информации (эмпирической, теоретической)

ИУК-1.3 Выявляет соотношение части и целого, их взаимосвязь, а также взаимоподчиненность элементов системы в ходе решения поставленной задачи

ИУК-1.4 Синтезирует новое содержание и рефлексивно интерпретирует результаты анализа

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить аппарат методов математической физики и сформировать целостную систему представлений о решении задач с использованием комплексных функций, интегральных преобразований, специальных функций математической физики.

– Научиться применять понятийный аппарат методов математической физики для правильного выбора и использования математического метода, который соответствует математической модели, для решения практических задач профессиональной деятельности в области радиофизики.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Третий семестр, экзамен

Четвертый семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Физика».

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 з. е., 324 часов, из которых:

-лекции: 64 ч.

-практические занятия: 64ч.

- в том числе практическая подготовка: 34 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Теория функций комплексной переменной: дифференциальное исчисление

Краткое содержание темы. Формы комплексного числа. Сфера Римана. Последовательности и ряды комплексных чисел. Функции, их непрерывность и дифференцируемость. Условия Коши–Римана. Свойства аналитических функций. Геометрический смысл производной. Конформные отображения. Дробно-линейная функция. Степенная, показательная, обратные им функции. Римановы поверхности. Точки ветвления многозначной функции. Разрезы.

Тема 2. Теория функций комплексной переменной: интегральное исчисление

Краткое содержание темы. Интеграл по комплексной переменной. Теорема Коши и следствия из неё. Интеграл Коши. Общая интегральная формула Коши. Ряды Тейлора и Лорана. Классификация особых точек. Целые, мероморфные функции. Вычеты. Вычисление интегралов по действительной переменной с помощью вычетов: определённые интегралы от рациональных функций; несобственные интегралы с двумя бесконечными пределами; лемма Жордана; главное значение интеграла по Коши; интеграл, сводящийся к интегралу от многозначной комплексной функции. Минимум модуля аналитической функции. Седловая точка. Метод перевала асимптотического вычисления интегралов.

Тема 3. Интегральные преобразования

Краткое содержание темы. Тригонометрический и экспоненциальный ряды Фурье. Интеграл Фурье, интегральная теорема Фурье. Равенство Парсеваля. Преобразование Лапласа. Вычисление интегралов Лапласа и Меллина. Свойства преобразования Лапласа. Обобщённое преобразование Фурье, его свойства. Формула Пуассона для суммирования рядов.

Тема 4. Специальные функции

Краткое содержание темы. Гамма-функция (интеграл Эйлера), пси-функция, их свойства. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя первого рода. Рекуррентные формулы. Вронскиан цилиндрических функций. Функции Неймана и Ханкеля. Асимптотики цилиндрических функций. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения Бесселя, ортогональность, норма собственных функций. Полиномы Лежандра: производящая функция, формула Родрига, рекуррентные формулы. Ортогональность полиномов Лежандра. Присоединённые полиномы и функции Лежандра.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационные билеты состоят из двух частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа. Первая часть представляет собой тест из 2 вопросов, проверяющих ИУК 1.1, ИУК 1.2, ИУК 1.3, ИОПК-1.1, ИОПК 1.3. Ответы на вопросы первой части даются путём выбора из списка предложенных контрольных вопросов (см. Раздел 11, п. б)).

Вторая часть содержит три вопроса, проверяющие ИОПК 1.3, ИУК 1.4. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Перечень теоретических вопросов – см. Раздел 11, Вопросы билетов к экзамену по дисциплине.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

### 1. Компетенции и результаты обучения, формируемые в результате освоения дисциплины

Компетенция	Индикатор компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
		Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
<b>УК-1</b> Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<b>ИУК 1.1</b> Осуществляет поиск информации, необходимой для решения задачи.	Не имеет представления об указанных вариантах информационного поиска.	Имеет общее представление об указанных вариантах информационного поиска, испытывает затруднения при формулировке поискового запроса.	Умеет осуществлять информационный поиск. Допускает отдельные неточности при формулировке поискового запроса.	Умеет осуществлять информационный поиск, грамотно корректируя при необходимости поисковый запрос.
	<b>ИУК 1.2</b> Проводит критический анализ различных источников информации (эмпирической, теоретической).	Не способен критически анализировать результаты информационного поиска с учётом указанных критериев	Понимает содержание поставленной проблемы, но испытывает затруднения при комплексной оценке результатов поиска.	Способен критически анализировать результаты информационного поиска, но допускает незначительные ошибки при оценке качества информации.	Способен критически анализировать результаты информационного поиска. Грамотно оценивает качество информации.
	<b>ИУК 1.3</b> Выявляет соотношение части и целого, их взаимосвязь, а также взаимоподчинённость элементов системы в ходе решения поставленной задачи.	Не знает способы решения типовых задач теории комплексных функций и интегральных преобразований.	Знает способы решения типовых задач теории комплексных функций и интегральных преобразований, но испытывает затруднения уже на стадии выбора способа.	Знает способы решения типовых задач теории комплексных функций и интегральных преобразований. Нечётко представляет взаимосвязь способов при решении уравнений.	Знает способы решения типовых задач теории комплексных функций и интегральных преобразований. Чётко представляет взаимосвязь способов при решении уравнений.
			Не способен предложить способ решения задачи повышенной сложности, во многом интуитивно, демонстрируя при этом пробелы в	Предлагает способ решения задачи повышенной сложности, привлекая имеющийся запас знаний и умений. Однако не	Предлагает способ решения задачи повышенной сложности, привлекая имеющийся запас знаний и умений. Однако не

		отсутствия должного уровня знаний и умений.	знаниях и умениях.	демонстрирует уверенности при решении задачи.	
	<b>ИУК-1.4</b> Синтезирует новое содержание и рефлексивно интерпретирует результаты анализа.	Не способен рефлексивно оценить содержание задачи, интерпретировать результаты, произвести корректировку процедуры решения в случае необходимости.	Способен рефлексивно оценить содержание задачи, интерпретировать результаты. Однако затрудняется произвести корректировку процедуры решения в случае необходимости.	Грамотно рефлексивно оценивает содержание задачи, интерпретирует результаты. Допускает погрешности не принципиального характера при корректировке процедуры решения в случае необходимости.	Грамотно рефлексивно оценивает содержание задачи. Демонстрирует уверенность при оценке результатов. При необходимости корректирует процедуру решения.
		Не способен рационально формализовать процедуру решения задачи, дать прогноз ожидаемым результатам, анализировать полученные результаты.	Неуверенно формализует процедуру решения задачи, испытывает затруднения при прогнозе ожидаемых результатов и анализе полученных результатов.	Уверенно формализует процедуру решения задачи. Допускает незначительные погрешности при прогнозе ожидаемых результатов и анализе полученных результатов.	Уверенно формализует процедуру решения задачи. Чётко прогнозирует ожидаемые результаты. Корректно анализирует полученные результаты.
<b>ОПК-1</b> Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической	<b>ИОПК-1.1</b> Обладает базовыми знаниями в области математики и физики, необходимыми для освоения специальных дисциплин.	Демонстрирует отсутствие знаний и умений минимального для освоения специальных дисциплин.	Демонстрирует только знания и умения минимально необходимые для освоения специальных дисциплин.	Показывает хорошие знания и умения, но имеет пробелы по некоторым вопросам, важным для освоения специальных дисциплин.	Показывает уверенные знания и умения в объёме, требуемом для последующего освоения специальных дисциплин.
		Не владеет навыками использования указанных базовых разделов	Демонстрирует слабое владение навыками использования указанных базовых разделов при решении конкретных	Показывает в целом грамотное владение навыками использования указанных базовых разделов при решении	Полностью владеет навыками использования указанных базовых разделов при решении конкретных задач.

деятельности		при решении конкретных задач.	задач.	конкретных задач. Допускаемые погрешности не носят принципиального характера.	
		Полное непонимание практики использования указанных методов даже применительно к простейшим задачам радиофизики из областей профессиональной деятельности.	Испытывает затруднения при использовании указанных методов применительно к простым задачам радиофизики из областей профессиональной деятельности.	Допускает незначительные ошибки при использовании указанных методов применительно к каноническим задачам радиофизики из областей профессиональной деятельности.	Полностью понимает возможности использования указанных методов применительно к каноническим задачам радиофизики из областей профессиональной деятельности.
	<b>ИОПК-1.3</b> Применяет базовые знания в области физики и радиофизики и при осуществлении профессиональной деятельности	Не владеет указанными понятиями и методами при решении даже простейших задач физики и радиофизики.	Слабо владеет указанными понятиями и методами. Решить задачу способен под руководством преподавателя.	Недостаточно уверенно владеет указанными понятиями и методами при решении задач физики и радиофизики.	Уверенно владеет указанными понятиями и методами при решении задач физики и радиофизики.
		Отсутствие указанных навыков для решения задач из области профессиональной деятельности.	Слабое владение указанными навыками для решения задач из области профессиональной деятельности.	Недостаточно уверенное владение указанными навыками для решения задач из области профессиональной деятельности.	Уверенное владение указанными навыками для решения задач из области профессиональной деятельности.

Текущий контроль влияет на промежуточную аттестацию следующим образом: оценка («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно») выставляется исходя из средней оценки написанных к моменту аттестации контрольных работ и с учётом посещаемости лекций и практических занятий.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» – <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=9274>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине

1. Контрольные вопросы по дисциплине

1. Записать формулы для нахождения модуля и аргумента комплексного числа, заданного в алгебраической форме  $z = x + iy$ .
2. Понятие аналитической функции. Условия Коши–Римана.
3. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции.
4. Основные свойства аналитической функции.
5. Какое отображение называется конформным?
6. Свойства дробно-линейной функции.
7. Интегральная теорема Коши.
8. Выделение однозначной ветви многозначной функции.
9. Интеграл Коши для аналитической функции  $f(z)$  и для её производных.
10. Интеграл в смысле главного значения по Коши.
11. Классификация особых точек функции: полюс, существенно особая, ветвления.
12. Определение вычета. Способы вычисления вычета в особых точках различного типа.
13. Теорема о вычетах.
14. Ряды Тейлора и Лорана.
15. Лемма Жордана и её применение при вычислении несобственных интегралов.
16. Характеристика точки ветвления многозначной функции.
17. Основные идеи метода перевала.
18. Теорема об аналитической функции, определяемой интегралом, зависящим от параметра.
19. Тригонометрический ряд Фурье. Ряд Фурье в экспоненциальной форме.
20. Преобразование Фурье. Условия применимости.
21. Преобразование Лапласа. Условия применимости.
22. Основные свойства преобразования Лапласа.
23. Понятие свёртки двух функций. Изображение свёртки двух функций. Изображение произведения двух функций.
24. Гамма-функция. Определение и свойства.
25. Уравнение Бесселя и свойства его частных решений.
26. Уравнение Лежандра. Условие ортогональности для полиномов Лежандра
27. Ряд Фурье в экспоненциальной форме.
28. Сформулировать интегральную теорему Фурье и пояснить суть условий Дирихле.
29. Свойства дельта-функции.
30. Записать общее решение уравнения Бесселя и пояснить характер поведения его частных решений при аргументе, стремящемся к нулю или неограниченно возрастающему.
31. Соотношения, связывающие цилиндрические функции.

2. Примеры задач для практических занятий

Задачи для практических занятий по дисциплине содержатся в учебном пособии:

**Кравцов А.В. Теория функций комплексной переменной: методы решения задач: [около 200 задач с подробными решениями] / А.В. Кравцов, А.Р. Майков; под ред. А.Г. Свешникова. – Изд. 2-е. – Москва: Ленанд, 2017. – 242 с.** Помимо наборов задач по различным разделам дисциплины, данное пособие содержит примеры решений типовых задач и ответы к задачам.

Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине

1. Вопросы билетов к экзамену по дисциплине

1. Непрерывные и дифференцируемые функции комплексного переменного.

2. Условия Коши–Римана.
3. Аналитические функции и их свойства.
4. Конформные отображения.
5. Дробно-линейная функция. Свойства дробно-линейного отображения.
6. Степенная и обратная ей функции. Риманова поверхность.
7. Показательная и логарифмическая функции.
8. Интеграл от функции комплексного переменного. Интегральная теорема Коши.
9. Интегралы Коши для аналитической функции и для её производных.
10. Ряд Тейлора, коэффициенты и область сходимости.
11. Ряд Лорана, главная и правильная части, область сходимости.
12. Изолированные особые точки однозначной аналитической функции. Примеры функций, имеющих особые точки различного типа.
13. Вычеты. Вычет в полюсе первого порядка, в полюсе  $n$ -го порядка.
14. Преобразование Фурье для абсолютно интегрируемых функций.
15. Лемма Жордана для интегралов вида  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{iux} dx$ .
16. Принцип максимума модуля аналитической функции. Точки перевала.
17. Метод перевала асимптотической оценки интегралов вида  $\int_C \varphi(z)e^{\lambda f(z)} dz, \lambda \gg 1$ .
18. Интегральная теорема Фурье.
19. Интегральная теорема о преобразовании Фурье от произведения двух функций.
20. Преобразование Лапласа. Определение и свойства.
21. Преобразование Лапласа свёртки двух функций.
22. Формула Пуассона для суммирования рядов.
23. Гамма-функция. Определение и свойства.
24. Уравнение Бесселя. Решение уравнения в виде бесконечного ряда.
25. Асимптотики цилиндрических функций.
26. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения Бесселя. Постановка задачи. Собственные значения. Собственные функции. Теорема о разложении произвольной функции в ряд по собственным функциям.
27. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения Бесселя. Норма собственных функций.
28. Задача Штурма–Лиувилля для уравнения Бесселя. Ортогональность собственных функций.
29. Полиномы Лежандра. Определяющее дифференциальное уравнение. Производящая функция.
30. Полиномы Лежандра. Формула Родрига.
31. Ортогональность полиномов Лежандра.
32. Выражение для нормы полиномов Лежандра. Теорема о разложении произвольной функции в ряд по полиномам Лежандра.
33. Присоединённые функции и полиномы Лежандра.

2. Вопросы теста для оценки остаточных знаний по дисциплине

Вопрос	Варианты ответа
Сколько листов имеет риманова поверхность для функции $f(z) = \text{Ln } z$ ?	а) один лист. б) два листа. в) бесконечно много листов г) как и поверхность сферы Римана
Какие точки ветвления имеет функция $f(z) = \sqrt[3]{z+5}$ ?	а) $z = 0$ . б) $z = -5$ . в) $z = -5, \infty$ . г) не имеет точек ветвления.



<p>Может ли аналитическая функция иметь седловую точку в заданной области комплексной плоскости?</p>	<p>а) не может, потому что эта точка является точкой минимакса действительной функции двух переменных.  б) не может, потому что не имеет особых точек в этой области.  в) может, потому что выполняются условия Коши–Римана и <math>f'(z) \neq 0</math>.  г) не может, если в этой области <math>f'(z) \neq 0</math>.</p>
<p>Когда можно применять интегральное преобразование Лапласа вместо обобщённого преобразования Фурье?</p>	<p>а) никогда.  б) всегда.  в) если функция-оригинал <math>f(x)</math> равна нулю для значений <math>x &lt; 0</math>.  г) если функция-оригинал <math>f(x)</math> имеет нули.</p>
<p>В каком случае две гармонические функции являются сопряжёнными?</p>	<p>а) если они являются комплексными аналитическими функциями.  б) всегда.  в) если принадлежат одной и той же аналитической функции.  г) если они удовлетворяют уравнению Лапласа.</p>
<p>Какая функция удовлетворяет условиям Дирихле?</p>	<p>а) если она непрерывная.  б) если имеет конечные односторонние пределы.  в) задана на конечном интервале.  г) если она является абсолютно интегрируемой.</p>
<p>Какие две цилиндрические функции являются линейно независимыми?</p>	<p>а) если имеют целочисленные индексы.  б) если вронскиан не равен нулю.  в) только функции Ханкеля первого и второго рода.  г) если они являются решениями задачи Штурма–Лиувилля.</p>
<p>Можно ли применять лемму Жордана при вычислении интегралов Фурье?</p>	<p>а) нет, потому что оригинал <math>f(x)</math> является функцией действительной переменной <math>x</math>.  б) можно.  в) нет, потому что функция-изображение может иметь особые точки.  г) возможность зависит от знака спектрального параметра.</p>
<p>С помощью какой комплексной функции можно отобразить окружность на окружность другого радиуса?</p>	<p>а) с помощью целой аналитической функции.  б) с помощью показательной функции.  в) нет такой функции.</p>

	г) с помощью дробно-линейной функции.
Чем отличается ряд Лорана от ряда Тейлора?	а) два ряда не имеют ничего общего б) наличием ненулевой главной части в) ряд Лорана не является частью ряда Тейлора. г) один и тот же ряд, имеющий разные названия.
Записать формулу для нахождения аргумента комплексного числа, заданного в алгебраической форме $z = x + iy$ , если $x < 0$ , $y < 0$ .	а) $\arg z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ . б) $\arg z = -\pi + \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ . в) $\arg z = \pi + \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ .
Записать формулу для нахождения аргумента комплексного числа, заданного в алгебраической форме $z = x + iy$ , если $x < 0$ , $y \geq 0$ .	а) $\arg z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ . б) $\arg z = -\pi + \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ . в) $\arg z = \pi + \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ .
Сколько листов имеет риманова поверхность для функции $f(z) = \sqrt[3]{z}$ ?	а) два листа. б) риманова поверхность не требуется. в) семь листов.
Является ли аналитической функция $f(z) =  z $ ?	а) является, потому что это непрерывная функция. б) не является, потому что не выполняются условия Коши–Римана. в) является, потому что зависит от переменной $z$ .
Чему равен модуль комплексной функции $f(z) = \frac{z}{ z }$ ?	а) единице. б) неопределённому числу. в) бесконечности.
Какое интегральное преобразование применяется в формуле Пуассона для суммирования рядов?	а) преобразование Лапласа. б) синус-преобразование Фурье. в) интегральное преобразование не применяется. г) экспоненциальное преобразование Фурье.
Сколько показателей роста имеет функция-оригинал в обобщённом преобразовании Фурье?	а) один показатель. б) не имеет показателей роста, потому что является абсолютно интегрируемой функцией. в) два показателя.
В каком случае присоединённые функции Лежандра $P_n^m(x)$ являются полиномами?	а) если $m > n$ . б) если $m$ – чётное число. в) они всегда являются полиномами, потому что связаны с

	полиномами Лежандра $P_n(x)$ .
Можно ли применять метод перевала для асимптотической оценки цилиндрических функций $Z_\nu(x)$ независимой переменной $x$ ?	а) нет, потому что эти функции являются обобщёнными степенными рядами. б) да, потому что для них существует представление контурными интегралами Зоммерфельда. в) нет, потому что они зависят также от порядка $\nu$ .
Можно ли производить разложение функции $f(x)$ , которая удовлетворяет условиям Дирихле, в ряд по цилиндрическим функциям?	а) можно, ограничений нет. б) можно, потому что они являются решениями дифференциального уравнения Бесселя. в) можно, при условии, что они являются решениями задачи Штурма–Лиувилля.
Чему равен модуль функции $f(z) = e^{iz}$ , где $z = x + iy$ ?	а) $ f(z)  = 1$ . б) $ f(z)  =  x $ . в) $ f(z)  = e^{-y}$ .
Какая подстановка требуется для вычисления интеграла $I = \int_0^{2\pi} R(\cos t, \sin t) dt$ , где $R(\cdot)$ – рациональная функция, методами контурного интегрирования на комплексной плоскости?	а) $z = e^{it}$ . б) $z = \operatorname{tg} \frac{t}{2}$ . в) не требуется подстановка.
Как можно применить лемму Жордана к вычислению несобственного интеграла $I = \int_0^\infty R(x) \cos x dx$ , где $R(x)$ – рациональная функция?	а) разложить $\cos x$ в ряд. б) использовать тождество $\cos x = \operatorname{Re}(e^{ix})$ . в) использовать тождество $\cos x = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$ .
Почему функцию $\Gamma(z)$ , где $z = x + iy$ , называют мероморфной функцией?	а) потому что она связана с факториалом. б) потому что имеет простые полюсы в точках $z = -n$ , где $n$ – натуральное число.
Функция $f(z) = z^4$ , где $z = x + iy$ , является однолистной, многолистной или многозначной?	а) является однолистной и однозначной. б) является многозначной. в) является многолистной.
Является ли конформным отображение, осуществляемое аналитической функцией $f(z)$ в окрестности точки перевала?	а) является, потому что функция $f(z)$ является аналитической в этой окрестности. б) является, потому что $f(z) \neq 0$ в точке перевала. в) не является, потому что $f'(z) = 0$ в точке перевала.
Может ли точка перевала	а) может, потому что эта точка находится в области определения

<p>аналитической функции <math>f(z)</math> совпадать с полюсом этой функции?</p>	<p>функции <math>f(z)</math>.          б) <i>не может, потому что функция <math>f(z)</math> является аналитической в точке перевала и в малой окрестности этой точки.</i>          в) <i>может, потому что точка перевала является точкой минимакса функции <math> f(z) </math>.</i></p>
<p>В чём заключается фильтрующее свойство <math>\delta</math>-функции Дирака?</p>	<p>а) <i>она вычисляет главное значение интеграла по Коши.</i>          б) <i>значение определённого интеграла с подынтегральной функцией вида <math>f(x)\delta(x-x_0)</math> равно значению функции <math>f(x)</math> в точке <math>x=x_0</math>.</i>          в) <i>она осуществляет аналитическое продолжение функции <math>f(x)</math> в комплексную область.</i></p>
<p>Чему равно значение интеграла Коши для аналитической функции <math>f(z)</math> во внутренней точке <math>z=z_0</math>, если контуром интегрирования является окружность <math>C_R</math> с центром в этой точке?</p>	<p>а) <i>интеграл следует понимать в смысле главного значения по Коши.</i>          б) <i>интеграл Коши равен нулю.</i>          в) <i>значение <math>f(z_0)</math>, которое является средним значением функции <math>f(z)</math> из её значений на окружности <math>C_R</math>.</i></p>
<p>Как расположен на комплексной плоскости <math>p=\sigma+i\tau</math> контур интегрирования в интеграле для обратного преобразования Лапласа (контур Бромвича) по отношению к точке <math>p=\sigma_0</math>, где <math>\sigma_0 &gt; 0</math> является показателем роста функции-оригинала?</p>	<p>а) <i>Контур Бромвича пересекает ось <math>\text{Re } p</math> в точке <math>\sigma &gt; \sigma_0</math>.</i>          б) <i>Контур интегрирования пересекает действительную ось в точке <math>\sigma = \sigma_0</math>.</i>          в) <i>Контур интегрирования проходит строго по мнимой оси в <math>p</math>-плоскости.</i></p>

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

1. Комплексные числа: геометрическая интерпретация формула Эйлера, формы представления. Элементарные действия с комплексными числами.
2. Возведение в степень и извлечение корня из комплексных чисел. Логарифм комплексного числа и его связь с обратными тригонометрическими функциями.
3. Функции комплексного переменного. Условия Коши–Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. Линейная функция.
4. Дробно-линейная функция. Осуществляемые ею отображения, конформность, круговое свойство.
5. Степенная функция с целым и дробным показателями. Отображение областей. Риманова поверхность и однозначные ветви функции с дробным показателем.
6. Показательная функция, логарифмическая функция. Отображение областей. Риманова поверхность и однозначные ветви логарифмической функции.
7. Ряд Тейлора. Ряд Лорана.
8. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Вычеты.
9. Интегрирование рациональных функций от тригонометрических функций с использованием теории вычетов.

10. Применение теории вычетов и леммы Жордана при вычислении несобственных интегралов.
11. Выделение однозначных ветвей многозначных функций. Интегралы от многозначных функций.
12. Решение дифференциальных и интегральных уравнений с использованием интегрального преобразования Фурье.
13. Интегральное преобразование Лапласа. Свойства. Операционное исчисление на основе преобразования Лапласа.
14. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем с использованием преобразования Лапласа.

г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

Студентам предлагается для организации самостоятельной работы по освоению дисциплины использовать лекционный материал по курсу «Методы математической физики», материалы из Перечня учебной литературы (см. раздел 12). Рекомендуется пользоваться справочными информационными ресурсами (см раздел 13, п. б)). Приветствуются индивидуальные обращения к преподавателям за консультацией по разъяснению вопросов дисциплины, подлежащих освоению.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Петрушко И.М. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной / И.М. Петрушко И.М. [и др.]. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 368 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/167806>

– Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного: учебник для вузов/ И.И. Привалов. – М.: Юрайт, 2021. – 402 с. – URL: <https://urait.ru/bcode/399880>

– Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного / Б.В. Шабат – М.: Книга по Требованию, 2021. – 734 с. – URL:

<https://www.bookvoed.ru/files/3515/10/75/39.pdf>

– Шабунин М.И. Теория функций комплексного переменного: учебник / М.И. Шабунин, Ю.В. Сидоров. – 5-е изд. – М.: Лаборатория знаний, 2020. – 303 с. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1201326>

– Дунаев А.С. Специальные функции в 2 ч. Часть 1: справочник для вузов / А.С. Дунаев, В.И. Шлычков. – М.: Юрайт, 2020. – 417 с. – URL: <https://urait.ru/bcode/453355>

– Антипова И.А. Интегральные преобразования: учеб. пособие / И.А. Антипова, Е.Н. Михалкин, А.К. Цих. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2018. – 58 с. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1032198>

– Кравцов А.В. Теория функций комплексной переменной: методы решения задач [около 200 задач с подробными решениями] / А.В. Кравцов, А.Р. Майков; под ред. А.Г. Свешникова. – Изд. 2-е. – Москва: Ленанд, 2017. – 242 с.

б) дополнительная литература:

– Основы теории управления: Учебное пособие/А.П. Балашов – М.: Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2021. – 280 с. – URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=49191>

– Бугров Я.С. Высшая математика в 3 т. Том 3. В 2 кн. Книга 2. Ряды. Функции комплексного переменного: учебник для вузов / Бугров Я.С., Никольский С.М. – Москва: Юрайт, 2022. – 219 с – (Высшее образование). – URL: <https://urait.ru/bcode/491314>

– Коган Е. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление: Учебное пособие / Московский политехнический университет. – Москва: ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М», 2020. – 180 с. – URL:

<http://znanium.com/catalog/document?id=357377> .

– Аксенов А.П. Теория функций комплексной переменной в 2 ч. Часть 1: учебник и практикум для вузов / А.П. Аксенов. – М.: Юрайт, 2020. – 313 с. – URL: <https://urait.ru/bcode/451868>

– Аксенов А.П. Теория функций комплексной переменной в 2 ч. Часть 2: учебник и практикум для академического бакалавриата / А.П. Аксенов. – М.: Юрайт, 2018. – 333 с. – URL: <https://urait.ru/bcode/422380>

– Половинкин Е.С. Теория функций комплексного переменного: учебник / Е.С. Половинкин. – М.: ИНФРА-М, 2020. – 254 с. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1125614>

– Теория функций комплексного переменного: учеб. пособие / Н.В. Гредасова, Н.И. Желонкина, М.А. Корешникова [и др.]. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2018. – 128 с. – URL: [https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/62197/1/978-5-7996-2472-9\\_2018.pdf](https://elar.urfu.ru/bitstream/10995/62197/1/978-5-7996-2472-9_2018.pdf)

в) ресурсы сети Интернет:

– открытые онлайн-курсы

– Журнал «Эксперт» – <http://www.expert.ru>

– Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики РФ – [www.gsk.ru](http://www.gsk.ru)

– Официальный сайт Всемирного банка – [www.worldbank.org](http://www.worldbank.org)

– Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru>

– [Открытое образование - Математическая физика \(openedu.ru\)](http://openedu.ru) ↓ ↖ ↗ ↘ ↙ ↕

– [Бесплатный онлайн курс: Методы матфизики | Бесплатная онлайн академия IT \(academiait.ru\)](http://academiait.ru)

– [Матфизика для всех — Открытый Политех \(spbstu.ru\)](http://spbstu.ru)

– [Математическая физика | Лекториум \(lektorium.tv\)](http://lektorium.tv) [Математическая лаборатория им. П.Л. Чебышева СПбГУ](http://matlab.ru)

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т. п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

– Научная электронная библиотека. – <https://elibrary.ru/>

в) профессиональные базы данных:

– Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>

– MathWorld: Математический интернет-ресурс. – <https://mathworld.wolfram.com/ComplexAnalysis.html>

– Мир математических уравнений: Международный научно-образовательный сайт – <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

#### **15. Информация о разработчиках**

Рабочую программу разработали:

Фисанов Василий Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, кафедра радиофизики НИ ТГУ (корпус 11, комната 426), профессор кафедры;

Лосев Дмитрий Витальевич, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра радиофизики НИ ТГУ (корпус 11, комната 428), доцент кафедры.