

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан ММФ ТГУ  
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине  
**Компьютерная геометрия и геометрическое моделирование**

по направлению подготовки

**01.03.01 Математика**  
**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль) подготовки  
**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики**  
**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики**  
**и компьютерных наук**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2023**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
Л.В.Гензе

Председатель УМК  
Е.А.Тарасов

## 1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2 Способен находить или создавать, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике современный математический аппарат, математические модели и алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем в научно-исследовательской и (или) опытно-конструкторской деятельности в различных областях техники, естествознания, экономики и управления.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 2.1 Использует методы построения и анализа математических моделей в задачах естествознания, технике, экономике и управлении

ИОПК 2.2 Демонстрирует умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии (в том числе с применением многопроцессорных систем) для решения различных задач в области профессиональной деятельности

ИОПК 2.3 Участвует в разработке математических моделей для решения задач естествознания, техники, экономики и управления под руководством более квалифицированного работника

## 2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- упражнения;
- контрольная работа;

### *Упражнения (ИОПК-2.2.) (примеры)*

1. Maple-программой найти с пятью верными знаками решение системы уравнений
$$\begin{cases} x^y = y^x, \\ x + y = 8 \end{cases}$$
 при условии  $x \neq y$ .
2. Maple-программой вывести на монитор изображение двух квадратов, одна из которых (прозрачная) заслоняет другую (сплошную).
3. Maple-программой вывести на монитор изображение однопараметрического семейства линий  $y = f(x, a)$  для дискретного множества значений параметра  $a$ . Выбор функции – за студентом.

### *Ответы:*

1. (1.5806; 6.4194) и (6.4194; 1.5806).
2. Заранее не предсказуем.
3. Заранее не предсказуем.

Критерии оценивания: упражнение выполнено успешно, если приведено полное решение с верным ответом.

Контрольная работа (ИОПК 2.1, ИОПК 2.1)

Контрольная работа состоит из 2 теоретических вопросов и 2 задач.

### *Примеры теоретических вопросов:*

1. При обновлении версии Maple принимаются меры для устранения недочётов предыдущей версии. Однако недочёты сохраняются. С чем это связано?
2. Процедура Maple имеет на выходе один и только один объект. Как удастся одной процедурой вычислить обе главные кривизны поверхности и выдать?
3. Является ли оператор **convert** необходимым, и почему?

**Ответы:**

1. Даже если бы удалось исправить все недочёты предшествующей версии, добавляются те, что сопровождают опции, добавленные при переходе к обновлённой версии.
2. В структуре  $A = [C_1, C_2, \dots, C_n]$  содержится  $n$  объектов, но  $A$  - один объект.
3. Операторы **Maple** объектно-ориентированы.

**Примеры задач:**

Задача 1

Выдать на монитор изображение, содержащее сферу и спираль. Сфера покрашена в цвета спектра. Сквозь сферу видна спираль.

Задача 2

Maple-программой вывести на монитор изображение однопараметрического семейства линий  $y = f(x, a)$  для дискретного множества значений параметра  $a$ . Выбор функции – за студентом.

**Критерии оценивания:**

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все теоретические вопросы и все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если допущена одна неточность в ответе на теоретический вопрос либо одна погрешность (поправимая) в решении задачи.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при наличии двух существенных ошибок при ответе на четыре пункта контрольной работы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при наличии двух или более существенных ошибок при ответе на четыре пункта контрольной работы.

**3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

Промежуточная аттестация проводится в виде зачёта.

Зачётное задание состоит из двух частей.

Первая часть содержит 2 вопроса, проверяющих ИОПК 2.1 и ИОПК 2.3. Ответы на вопросы первой части даются в развёрнутой форме

Вторая часть содержит 2 вопроса, проверяющих ИОПК 2.2 и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы второй части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

**Перечень теоретических вопросов:**

1. Общая характеристика систем компьютерной алгебры и задач геометрического моделирования.
2. Побудительные мотивы создания СКА. Краткая история. Принципы организации и архитектура СКА.
3. Maple и его архитектура. Интерфейс. Help.
4. Ядро системы и подключаемые пакеты. Пакеты линейной алгебры `linalg` и `LinearAlgebra`. Графический пакет.
5. Усложнённые задачи аналитической геометрии.
6. Визуализация геометрических конструкций в среде Maple/
7. Экстремальные задачи аналитической геометрии.

8. Отыскание квадратик с экстремальными свойствами.
9. Задачи дифференциальной геометрии. Теория кривых.
10. Программирование репера Френе. Программирование огибающей семейства линий.
11. Эволюта и эвольвента. Инварианты кривой.
12. Одномерные образы вычислительной геометрии.
13. Рациональные параметрические кривые.
14. Программирование кривых Фергюсона.
15. Программирование кривых Безье.
16. Задачи дифференциальной геометрии. Теория поверхностей
17. Программирование основных квадратичных дифференциальных форм поверхности.
18. Инварианты поверхности. Их программирование и визуализация.
19. Двумерные образы вычислительной геометрии.
20. Рациональные параметрические поверхности.
21. Порции поверхности по Кунсу.
22. Поверхности тензорного произведения.
23. Путь режущего инструмента при числовом управлении.

**Примеры задач:**

1. Дан набор точек. Запрограммировать изображение всех отрезков, соединяющих попарно все эти точки. Программу оформить в виде процедуры.
2. Процедуру, о которой идет речь в предыдущей задаче, дополнить возможностью изображать отрезки, толщина которых меняется от отрезка к отрезку (периодически).
3. Запрограммировать анимацию: окружность движется по плоскости так, что центр пробегает некоторую линию (скажем, окружность).
4. Дополнение к предыдущей задаче. Движущаяся окружность пусть имеет переменный радиус.
5. Запрограммировать анимацию: сфера перемещается так, что центр пробегает отрезок винтовой линии.
6. Дополнение к предыдущей задаче. Пусть движущаяся сфера имеет переменный радиус.
7. Написать, протестировать и оформить в виде процедуры *Maple*-программу, диагностирующую попадание точки внутрь треугольника с заданными вершинами. Параметры процедур: координаты вершин и координаты испытываемой точки. Проанализировать случаи вырождения и предусмотреть реакцию процедуры.
8. Написать, протестировать и оформить в виде процедуры *Maple*-программу, диагностирующую попадание точки внутрь выпуклого многоугольника с заданными вершинами. Параметры процедур: число вершин, координаты вершин и координаты испытываемой точки. Проанализировать случаи вырождения и предусмотреть реакцию программы.
9. Составить и протестировать *Maple*-программу, вычисляющую координаты вершин многоугольника, являющегося пересечением треугольника и четырехугольника. Координаты вершин заданных фигур – параметры. Проанализировать случаи вырождения и предусмотреть реакцию программы.
10. Составить и протестировать *Maple*-программу, вычисляющую координаты вершин многоугольника, являющегося выпуклой оболочкой некоторого конечного точечного множества на плоскости. Координаты указанных точек – параметры. Проанализировать случаи вырождения и предусмотреть реакцию программы.
11. Составить и протестировать *Maple*-программу, составляющую параметрические уравнения гиперболического параболоида, содержащего четверку сторон тетраэдра. Координаты вершин тетраэдра – параметры. Проанализировать случаи вырождения и предусмотреть реакцию программы.

12. Составить *Maple*-программу, которая строит эволюту эллипса с полуосями 4 и 5. Предусмотреть анимацию графика. Выбор системы координат – на усмотрение студента.
13. Составить *Maple*-программу, которая строит эвольвенту эллипса с полуосями 4 и 5. Предусмотреть анимацию графика. Выбор системы координат – на усмотрение студента.
14. Составить *Maple*-программу, которая по подходящим начальным данным строит кривую Безье [Фокс, Пратт]. Программа должна проверять качество начальных данных и выдавать соответствующее сообщение.
15. Составить *Maple*-программу, которая по конечной системе точек на плоскости строит полиномиальную кривую методом наименьших квадратов. Описать зависимость результата от соотношения числа точек и степени полинома.
16. Составить *Maple*-программу, которая по подходящим начальным данным строит составную линию, удовлетворяющую условию совпадения значений и параллельности производных векторов в узловых точках.
17. С использованием соответствующего пакета в среде *Maple* построить сплайновое приближение линии, используя сплайны различных порядков.
18. Протестировать приведённую в данном пособии *Maple*-программу, которая для вектор-функции  $\vec{r}(u, v)$  вычисляет полную и среднюю кривизны. Визуализация обеспечивает окраску в зависимости от значений той или другой кривизны (два варианта).
19. Найти линии кривизны, проходящие через заданные точки. В качестве поверхностей использовать три нецилиндрические (и неконические) квадрики.
20. Найти и визуализировать две асимптотические линии на однополостном гиперболоиде.
21. Найти и визуализировать две геодезические линии на параболоиде вращения (не меридианы).
22. Найти и визуализировать две геодезические линии на эллиптическом параболоиде.
23. Составить *Maple*-программу, которая описывает движение сферической фрезы радиуса  $b$ , вырезающей внешнюю (выпуклую) часть параболоида вращения  $z = \frac{x^2 + y^2}{a^2}$ ,  $0 \leq z \leq 1$ . Указать ограничения (если они есть).
24. Составить *Maple*-программу, которая описывает движение сферической фрезы радиуса  $b$ , вырезающей внутреннюю (вогнутую) часть параболоида вращения  $z = \frac{x^2 + y^2}{a^2}$ ,  $0 \leq z \leq 1$ . Указать ограничения (если они есть).
25. Составить вектор-функцию, определяющую порцию поверхности по Кунсу [Фокс, Пратт], определяемую косым прямолинейным четырехугольником. Решить вопрос о типе полученной поверхности.
26. Кусок гиперболического параболоида, содержащего стороны пространственного четырехугольника, задать уравнением вида  $z = f(x, y)$ .
27. Составить *Maple*-программу, которая по заданному массиву точек в пространстве находит плоскость, для которой сумма квадратов отклонений вдоль оси аппликат наименьшая.
28. Составить *Maple*-программу, которая по заданному массиву точек в пространстве находит плоскость, для которой сумма квадратов отклонений вдоль нормали наименьшая.
29. Записать параметрические уравнения регулуса, образованного главными нормальными винтовой линии. Визуализировать поверхность средствами *Maple*, выбрав подходящим образом ограничивающие кривые на регулусе.

30. Записать параметрические уравнения регулюса, образованного касательными винтовой линии. Визуализировать поверхность средствами *Maple*, выбрав подходящим образом ограничивающие кривые на регулюсе.
31. Составить *Maple*-программу, которая для поверхности, заданной явным уравнением  $z = f(x, y)$ , определяет: является ли она развертывающейся.
32. Составить *Maple*-программу, которая для развертывающейся поверхности, заданной параметрическим уравнением  $\bar{r} = \{x(u, v), y(u, v), z(u, v)\}$ , находит ребро возврата огибающей.
33. Составить *Maple*-программу, которая для двупараметрического семейства лучей  $\bar{r} = \bar{M}(u, v) + \lambda \bar{a}(u, v)$  находит фокальные точки и центр текущего луча.
34. Найти с помощью пакета *Maple* фокальные поверхности конгруэнции, составленной из лучей, отраженных от параболоида вращения, при условии, что параболоид облучен параллельным световым потоком, образующим угол  $\varphi$  с осью параболоида.

### **Критерии оценивания**

Результаты зачёта определяются оценками «зачтено», «незачтено», Оценка «зачтено» выставляется, если даны правильные развёрнутые ответы на теоретические вопросы и все предложенные задачи решены без существенных ошибок.

Оценка «незачтено» выставляется, если ответы на теоретические вопросы неточны, а решения задач содержат принципиальные ошибки.

### **4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)**

#### **Тест**

1. Какое из следующих суждений ближе к истине (ИОПК-2.2.):
  - а) Любая система компьютерной алгебры безусловно надёжна.
  - б) Среди систем компьютерной алгебры хотя бы одна безусловно надёжна.
  - в) Maple способен выдавать ошибочные результаты.
  - г) Maple ненадёжен, но ошибка легко диагностируется.
  - д) Как раз Maple безусловно надёжен.
2. Какое из следующих суждений ближе к истине (ИПК 3.3):
  - а) Maple называют системой компьютерной алгебры незаслуженно: его возможности далеко превосходят то, что сводимо к алгебре.
  - б) Maple называют системой компьютерной алгебры заслуженно: его манипуляции с объектами ближе всего к алгебраическим.

Ключи: 1 (в), 2 (б).

#### **Задачи**

##### **Задача 1 (ИОПК 2.2)**

Графическая опция *thickness=n* задает толщину линии. Можно ли с её помощью сделать толщину линии «сколь угодно большой»?

##### **Задача 2 (ИОПК 2.2)**

После команды `sum(a[i], i = 1..6)` программируем цикл со счетчиком  $i = 1 \dots 8$ , однако он не выполняется. В чём здесь дело?

#### **Ответы:**

##### **Задача 1.**

Эта опция задает толщину, но до определенного порога, после которого значение  $n$  не влияет на толщину.

## Задача 2.

После суммирования значение  $i$  равно 7, и надлежит освободить его от этого значения командой  $i = 'i'$ :

### *Теоретические вопросы:*

1. Отличие задач геометрического моделирования от задач геометрического исследования. (ИОПК 2.1). *Отличие в том, что моделируя некий объект, мы «всё о нём знаем», а исследуем именно потому, что «знаем о нём не всё». Отличный ответ должен содержать ссылку на относительность этого отличия.*

2. Роль визуализации в геометрическом моделировании. (ИОПК 2.3). *Ответ должен содержать указание на то, что без визуализации результата весьма трудно его оценить. Далее, визуализация зачастую присутствует в техническом задании.*

3. Можно ли отождествить геометрическое моделирование с применением приближённых методов в исследовании геометрических образов (ИОПК 2.1). *Ответ должен содержать упоминание о тесной связи моделирования с аппроксимацией (без неё моделируются одни лишь простейшие конструкции), однако, занимаясь моделированием, мы проводим не просто аппроксимацию, а целенаправленную, и направление обусловлено моделированием.*

4. Maple имеет в своём составе пакет **geometry**. Однако в данном курсе он разве что упомянут. Зато постоянно используется пакет **linalg**. С чем это связано? (ИОПК 2.2). *Ответ должен содержать ссылку на специфику пакетов **geometry**, и **linalg**. Первый ориентирован на образы, традиционные для элементарной геометрии, второй располагает инструментарием линейной алгебры.*

### **Информация о разработчиках**

Бухтяк Михаил Степанович, к.ф.-м.н., доцент кафедры геометрии.