

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:  
Директор  
А. В. Замятин

Рабочая программа дисциплины

**Численные методы**

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Математическое моделирование и информационные системы**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
К.И. Лившиц

Председатель УМК  
С.П. Сущенко

Томск – 2024

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.

ОПК-4 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-1.3 Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4 Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности

ИОПК-2.2 Проявляет навыки использования основных языков программирования, основных методов разработки программ, стандартов оформления программной документации.

ИОПК-2.3 Демонстрирует умение отбора среди существующих математических методов, наиболее подходящих для решения конкретной прикладной задачи.

ИОПК-2.4 Демонстрирует умение адаптировать существующие математические методы для решения конкретной прикладной задачи.

ИОПК-4.2 Применяет знания, полученные в области информационных технологий, при решении задач профессиональной деятельности

ИОПК-4.4 Демонстрирует умение составлять научные обзоры, рефераты и библиографии по тематике научных исследований.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Привить навыки работы с учебной литературой по численным методам решения прикладных задач.

– Уметь определять наилучший алгоритм для решения конкретной задачи.

– Знать методы оценивания погрешности полученного решения.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль Модуль «Математика».

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Пятый семестр, зачет

Шестой семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Методы оптимизации», «Математическая статистика».

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 з.е., 252 часов, из которых:

-лекции: 64 ч.

-лабораторные: 64 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

### **Тема 1. Введение**

Роль численных методов в использовании информационных технологий для решения прикладных задач в различных областях науки, техники, экономики и т.д. Необходимость знания численных методов при разработке пакетов и комплексов прикладных программ. Основные требования, предъявляемые к решаемым задачам и вычислительным алгоритмам.

### **Тема 2. Основные понятия теории погрешностей.**

Источники погрешностей. Классификация погрешностей. Математические оценки точности. Погрешность при записи чисел в ЭВМ. Верные знаки приближенного числа. Вывод формул для определения погрешностей вычисления функций многих переменных. Обратная задача теории погрешности. Полная погрешность.

### **Тема 3. Приближение данных.**

Интерполирование. Интерполирование при неравноотстоящих узлах. Многочлены Лагранжа, Ньютона, схема Эйткена. Многочлен Чебышева, его свойства, применение при интерполировании. Многочлены наилучшего равномерного приближения. Экономизация степенных рядов. Интерполяционный многочлен Эрмита. Интерполирование при равноотстоящих узлах. Формулы Ньютона, Гаусса, Стирлинга, Бесселя. Оценки погрешностей. Сплайн-функции. Полиномиальные сплайны (линейные, параболические, кубические), В-сплайны, эрмитовы сплайны. Аппроксимация методом наименьших квадратов алгебраическими и ортогональными полиномами и ортогональными полиномами дискретной переменной. Приближение функций многих переменных.

### **Тема 4. Численное дифференцирование.**

Численное дифференцирование при неравноотстоящих и равноотстоящих узлах. Оценки погрешностей. Метод квадратурных формул.

### **Тема 5. Численное интегрирование.**

Понятие общей интерполяционной квадратуры. Формулы Ньютона-Котеса. Метод Рунге оценки погрешности. Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности. Квадратурные формулы с равными коэффициентами. Приближенные вычисления несобственных и неопределенных интегралов. Методы Монте-Карло (простейший и геометрический) для вычисления однократного и многократного интегралов.

### **Тема 6. Методы численного решения трансцендентных уравнений и систем нелинейных уравнений.**

Графическое отделение корней и метод дихотомии. Метод хорд и касательных. Метод простой итерации и условие сходимости. Метод Ньютона и модификации итерационных методов. Решение систем нелинейных уравнений. Метод простой

итерации. Метод Ньютона. Метод Лобачевского для определения корней полиномиального уравнения.

#### **Тема 7. Нахождение собственных значений и собственных векторов матриц.**

Методы решения полной проблемы собственных значений матриц и методы решения частичной проблемы собственных значений. Методы определения собственных векторов матриц. Методы, применимые для произвольных матриц и матриц специального вида. Прямые методы, которые сводятся к определению корней собственного многочлена, и итерационные методы. Метод Данилевского А.М. определения собственных чисел и собственных векторов матрицы. Метод Леверье. Метод Фаддеева Д.К. Метод Крылова А.Н. Определение собственных векторов матриц по методу А.Н. Крылова. Итерационный метод вращений определения собственных чисел и собственных векторов симметричной матрицы. Определение максимального собственного числа и соответствующего собственного вектора матрицы. Степенной метод. Метод  $\lambda$ -разности определения второго по модулю собственного числа. QR- алгоритм определения собственных чисел произвольной матрицы.

#### **Тема 8. Решение систем линейных алгебраических уравнений**

Прямые и итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений для систем с произвольными матрицами, матрицами специального вида и плохо обусловленными матрицами. Нормы векторов и матриц. Теоремы о сходимости матричной геометрической прогрессии. Метод простой итерации, методы Зейделя. Теоремы о сходимости. Градиентные методы. Метод наискорейшего спуска. Условия сходимости алгоритмов. Анализ погрешности численного решения систем линейных алгебраических уравнений с учётом меры обусловленности матрицы системы. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений: Гаусса, Якоби, квадратного корня. Метод прогонки для систем с матрицей специального вида.

### **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, выполнения лабораторных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

### **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет в пятом семестре осуществляется по билетам.

#### **№1.**

1. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
2. Правило наивысшей алгебраической степени точности. Теорема о необходимых и достаточных условиях.
3. Численное дифференцирование при неравноотстоящих узлах по формуле Лагранжа.

#### **№2.**

1. Многочлены Чебышева и их свойства.
2. Квадратурные формулы с равными коэффициентами. Теорема о существовании и единственности квадратурного правила.
3. Классификация погрешностей.

#### **№3.**

1. Разделенные разности и их свойства. Вывод формулы Ньютона при интерполировании для неравноотстоящих узлов. Вычислительная погрешность многочлена Ньютона.
2. Простейший метод Монте-Карло вычисления однократного интеграла.

3. Погрешность вычисления функций многих переменных.

**№4.**

1. Конечные разности и их свойства. Вывод формул Ньютона при интерполировании для равноотстоящих узлов. Вычислительная погрешность и погрешность метода.
2. Формулы Ньютона-Котеса и их свойства.
3. Вычисление несобственных интегралов, если подынтегральная функция имеет разрыв 1-го рода.

**№5.**

1. Конечные разности и их свойства. Вывод формул Гаусса при интерполировании для равноотстоящих узлов. Вычислительная погрешность и погрешность метода.
2. Геометрический метод Монте-Карло вычисления однократного интеграла.
3. Определение абсолютной и относительной погрешности числа.

**№6.**

1. Сплайн-функции. Определения сплайна, степени сплайна, дефекта сплайна. Условия для определения параметров линейного и параболического сплайнов.
2. Метод Рунге для оценки погрешности формул Ньютона-Котеса.
3. Вычисление несобственных интегралов, если подынтегральная функция имеет разрыв 1-го рода.

**№7.**

1. Постановка задачи аппроксимации данных методом наименьших квадратов. Аппроксимация данных алгебраическими полиномами и ортогональными полиномами Чебышева.
2. Правило наивысшей алгебраической степени точности. Теорема о корнях многочлена  $\omega(x)$ .
3. Верные знаки приближенного числа и их определение.

**№8.**

1. Сплайн-функции. Определения сплайна, степени сплайна, дефекта сплайна. Условия для определения параметров кубического сплайна.
2. Интерполяционные квадратурные формулы. Теорема о степени точности интерполяционных квадратурных формул.
3. Вычисление неопределенных интегралов.

**№9.**

1. Правило Гаусса наивысшей алгебраической степени точности вычисления интегралов.
2. Сплайн-функции. Определения Условия для определения параметров эрмитова сплайна.
3. Определение абсолютной и относительной погрешностей числа.

**№10.**

1. Правило наивысшей алгебраической степени точности. Теорема о корнях многочлена  $\omega(x)$ .
2. Аппроксимация данных ортогональными полиномами Чебышева дискретной переменной.
3. Метод Рунге оценки погрешностей формулы Ньютона-Котеса.

Студент получает «зачет», если он уверенно владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования, а также современным программным обеспечением.

Студент получает «незачет», если он недостаточно владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического

моделирования в своей предметной области, а также современным программным обеспечением.

Зачет с оценкой в шестом семестре проводится в форме собеседования. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов для проведения промежуточной аттестации в форме зачета с оценкой в конце 6-го семестра:

#### РЕШЕНИЕ ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. Решение алгебраических и трансцендентных уравнений.
2. Отделение корней. Метод дихотомии.
3. Методы хорд и касательных. Метод Ньютона.
4. Метод простой итерации. Условие сходимости итерационного метода.
5. Ускорение сходимости итерационных методов.
6. Оценка погрешности решения нелинейных уравнений.
7. Решение систем нелинейных уравнений. Метод Ньютона.
8. Решение систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации.
9. Метод Лобачевского решения полиномиального уравнения.

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ И СОБСТВЕННЫХ ВЕКТОРОВ МАТРИЦ

1. Полная проблема собственных значений.
2. Метод Данилевского и его модификации.
3. Метод Крылова.
4. Методы ортогонализации.
5. Метод Леверье.
6. Метод Фаддеева.
7. Метод вращений
8. Степенной метод и метод  $\lambda$  - разности.
9. QR-алгоритм для определения собственных чисел произвольной матрицы.

#### РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

1. Теоремы о сходимости итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений.
2. Нормы векторов и матриц. Сходимость матричной геометрической прогрессии.
3. Метод простой итерации. Теорема о сходимости метода.
4. Методы Зейделя. Теорема о сходимости метода.
5. Метод Гаусса.
6. Метод прогонки.
7. Метод квадратного корня.
8. Градиентные методы.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»:

оценка «отлично», если студент уверенно владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования, а также современным программным обеспечением;

оценка «хорошо», если студент хорошо владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования в своей предметной области;

оценка «удовлетворительно», если студент недостаточно владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования в своей предметной области, а также современным программным обеспечением;

оценка «неудовлетворительно», если студент не владеет навыками использования математического аппарата для решения задач математического моделирования в своей предметной области, а также современным программным обеспечением, средствами тестирования, верификации и документации ПО.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» -

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) Методические указания по выполнению заданий.

Для пятого семестра в работе «Смагин В.И. Численные методы. Аппроксимация, дифференцирование и интегрирование : учебное пособие /В. И. Смагин, Г. Н. Решетникова. Томск: Томский государственный университет, 2008, – 181 с.» после теоретического описания задачи и алгоритма ее решения приведены методические указания для выполнения конкретной лабораторной работы.

Для шестого семестра конкретные методические указания приведены в «Грекова Т.И. Вычисление собственных чисел и собственных векторов матриц, решение систем линейных алгебраических уравнений.– Томск. Издательский Дом НИ ТГУ, 2016 –61С.»

Все необходимое учебно-методическое обеспечение по дисциплине представлено в печатном и электронном виде в библиотеке ТГУ. Кроме того на кафедре прикладной математики ТГУ имеются учебно-методические пособия для выполнения лабораторных работ.

г) Методические указания по организации самостоятельной работы.

Вся основная и дополнительная литература, необходимая для самостоятельной работы и подготовки к контрольным точкам и зачетам, имеется в научной библиотеке ТГУ.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

Перечень основной учебной литературы:

– Смагин В.И. Численные методы. Аппроксимация, дифференцирование и интегрирование : учебное пособие /В. И. Смагин, Г. Н. Решетникова. – Томск: Томский государственный университет, 2008, – 181 с.

– Бахвалов Н.С. Численные методы : учебное пособие для студентов физико-математических специальностей вузов /Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – Моск. гос. ун-т, М. : БИНОМ. Лаб. знаний , 2011, – 636 с.

– Вержбицкий В.М. Основы численных методов : учебник для студентов вузов по направлению одготовки дипломированных специалистов "Прикладная математика" /В. М. Вержбицкий. – М. : Высшая школа , 2009, – 849 с.

б) дополнительная литература:

– Калиткин Н.Н. Численные методы : учебное пособие для студентов университетов и высших технических учебных заведений /Н. Н. Калиткин ; под ред. А. А.

Самарского, – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург , 2018, – 586 с.

– Жидков Е.Н. Вычислительная математика : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям "Информатика и вычислительная техника", "Информационные системы" /Е. Н. Жидков, – Москва : Академия , 2010, – 199 с.

– Решетникова Г.Н. Моделирование систем : учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности "Управление и информатика в технических системах" /Г. Н. Решетникова, – Том. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники, 2007, – 440 с.

– Панюкова Т.А. Численные методы: учебное пособие для студентов экономических специальностей университетов/ Т.А. Панюкова, – Москва : ЛИБРОКОМ, 2010, – 224 с.

– Решетникова Г.Н. и др. Численные методы для экономических расчетов. Вычислительный практикум : учебно-методическое пособие/Г.Н. Решетникова и др., – Томск : Издательский дом НИ ТГУ, 2017, – 114 с.

– Грекова Т.И. Численные методы Часть 2. Учебное пособие.– Томск. Изд-во ТМЛ–Пресс», 2009–134с.

– Грекова Т.И. Вычисление собственных чисел и собственных векторов матриц, решение систем линейных алгебраических уравнений.– Томск. Издательский Дом НИ ТГУ, 2016 –61С.

– Шевцов Г.С., Крюкова О.Г., Мызникова Б.И. Численные методы линейной алгебры: [учебное пособие для математических направлений и специальностей] –Санкт-Петербург: Лань , 2021 –528с.

– Срочко В.А. Численные методы: курс лекций: [для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 "Прикладная математика и информатика" и по направлению 510200 "Прикладная математика и информатика"] Санкт-Петербург: Лань,–2010 –279с.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=378](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=378) Электронное издание  
Доступ к полному тексту

– Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырский П.И. Вычислительные методы, том II. - Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», М., 1977, –585с.

– Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н.. Вычислительные методы линейной алгебры.– М.: Наука, 2002. –654с.

в) ресурсы сети Интернет:

– открытые онлайн-курсы

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

– Моделирование систем : учебное пособие : [для студентов вузов, обучающихся по специальности 220201(220201) "Управление и информатика в технических системах"] /Г. Н. Решетникова ; Том. гос. ун-т систем управления и радиоэлектроники Решетникова, Галина Николаевна , Электронный ресурс:  
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000343580>.

– Образовательный математический сайт Math.ru. - <http://www.math.ru>.

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –  
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –  
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/> .

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

### 13. Перечень информационных технологий

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:  
– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);  
– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

- б) информационные справочные системы:
- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
  - Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
  - ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>.
  - ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
  - Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
  - ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
  - ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

- в) профессиональные базы данных:
- Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>
  - Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС) – <https://www.fedstat.ru/>

### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения лабораторных занятий, оборудованные компьютерной техникой и необходимым программным обеспечением.

### 15. Информация о разработчиках

Решетникова Галина Николаевна, канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры прикладной математики института прикладной математики и компьютерных наук НИ ТГУ.