

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Рабочая программа дисциплины

Случайные процессы

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:
Прикладная математика и инженерия цифровых проектов

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Д.Д. Даммер

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2025

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-1.3 Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4 Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности

ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2 Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3 Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИОПК-3.4 Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.

2. Задачи освоения дисциплины

- освоить вероятностный подход к построению математических моделей реальных событий и процессов,
- уметь формулировать и решать возникающие математические задачи с помощью аппарата случайных процессов,
- научиться использовать возможности его использования в процессе дальнейшего обучения,
- научиться применять методы случайных процессов для анализа проблем в различных предметных областях.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика».

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Пятый семестр, зачет с оценкой

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей».

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 16 ч.

-практические занятия: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.

Семейство конечномерных распределений СП. Моментные функции. Корреляционная функция. Стационарные и эргодические процессы. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость в среднем квадратическом случайных процессов.

Тема 2. Корреляционная теория случайных процессов

Корреляционная теория случайных процессов. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость в среднем квадратическом случайных процессов.

Тема 3. Гауссовские случайные процессы

Гауссовские случайные процессы. Свойства гауссовского вектора. Винеровский гауссовский случайный процесс. Белый гауссовский шум

Тема 4. Марковские процессы

Цепи Маркова с дискретным временем. Переходные вероятности. Уравнение Чепмена-Колмогорова. Классификация состояний цепи Маркова. Эргодические теоремы для цепей Маркова с дискретным временем.

Цепи Маркова с непрерывным временем. Матрица инфинитезимальных характеристик. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.

Тема 5. Полумарковские процессы

Полумарковские процессы. Полумарковская матрица. Вложенная цепь Маркова. Метод дополнительной переменной.

Тема 6. Диффузионные процессы

Диффузионные Марковские процессы. Коэффициенты переноса и диффузии. Обратное уравнение Колмогорова, прямое уравнение Колмогорова-Фоккера-Планка

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, опросов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в пятом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Определение случайного процесса. Семейство конечномерных распределений СП.

2. Моментные функции. Корреляционная функция.
3. Стационарные и эргодические процессы.
4. Непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость в среднем квадратическом случайных процессов.
5. Гауссовские случайные процессы. Свойства гауссовского вектора.
6. Винеровский гауссовский случайный процесс. Белый гауссовский шум.
7. Цепи Маркова с дискретным временем. Переходные вероятности.
8. Уравнение Чепмена-Колмогорова. Классификация состояний цепи Маркова.
9. Эргодические теоремы для цепей Маркова с дискретным временем.
10. Цепи Маркова с непрерывным временем. Матрица инфинитезимальных характеристик.
11. Прямая и обратная системы дифференциальных уравнений Колмогорова.
12. Полумарковские процессы. Полумарковская матрица.
13. Метод вложенных цепей Маркова.
14. Метод дополнительной переменной.

Примеры задач:

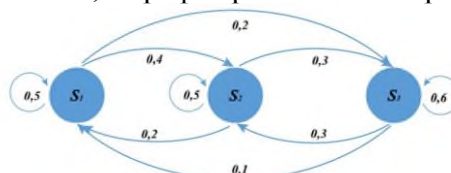
1. Пусть $\xi(t)$ является однородной цепью Маркова с двумя состояниями: $X = \{0, 1\}$. Время пребывания в состоянии 0 распределено по экспоненциальному закону с параметром λ , а время пребывания в состоянии 1 распределено по экспоненциальному закону с параметром μ . Найти безусловные вероятности $P_i(t) = P\{\xi(t) = i\}$ состояний системы в произвольный момент времени.

2. Пусть клиенты, которые хотят получить консультацию, образуют простейший

поток с параметром λ . Клиентов обслуживает один работник социальной сферы, если он занят, образуется очередь. Считается, что длина очереди не ограничена. Время обслуживания одного клиента является экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром μ . Пусть $i(t)$ – число клиентов, находящихся в системе в момент t . Найти финальные вероятности числа клиентов в системе.

3. Рассмотрим состояния банка, характеризующиеся одной из процентных ставок:

12%, 13%, 14%, которые устанавливаются в начале каждого квартала и фиксированы на всем его протяжении. Таким образом, если за систему S принять действующую процентную ставку, то она в каждый момент времени может находиться только в одном из состояний: S_1 – процентная ставка 12%, S_2 – процентная ставка 13%, S_3 – процентная ставка 14%. Анализ работы банка в предшествующие годы показал, что изменение переходных вероятностей с течением времени пренебрежимо мало. Определить распределение вероятностей состояний системы в конце года, если в конце предыдущего года процентная ставка составила 13%, а граф вероятностей переходов имеет вид:



4. Классифицировать состояния для Марковской цепи, заданной матрицей вероятностей переходов P , записать ее в каноническом виде и найти среднее время перехода из одного состояния в другое внутри замкнутого класса (все возможные варианты).

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/4 & 1/4 & 1/4 & 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 & 1/4 & 1/2 & 0 \end{bmatrix};$$

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Для оценивания текущего уровня знаний проводятся коллоквиумы и контрольные работы. В билете содержится два теоретических вопроса (коллоквиум) и две практические задачи (контрольная работа).

Оценка за коллоквиум и контрольную работу выставляются отдельно и независимо.

Обучающийся не допускается к промежуточной аттестации, если по результатам текущего контроля знаний были продемонстрированы неудовлетворительные результаты освоения раздела.

Оценка	Критерий оценивания коллоквиума
5 (отлично)	Обучающийся показал отличный уровень владения теоретическим материалом, полностью ответил на поставленные вопросы
4(хорошо)	Обучающийся показал достаточный уровень владения теоретическим материалом, но допустил несущественные ошибки или не полностью изложил материал в одном вопросе
3(удовлетворительно)	Обучающийся показал недостаточный уровень материалом, упустил важные определения или понятия, допустил ошибки при доказательстве теорем в двух вопросах
2(неудовлетворительно)	Обучающийся имеет существенные пробелы теоретического материала, не способен оказать теорему, не знает определения. Не показал знание вопросах в билете.

Оценка	Критерий оценивания контрольной работы
5 (отлично)	Обучающийся решил две задачи правильно, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений
4(хорошо)	Обучающийся решил 1 задачу правильно, 2-ю решил с несущественными ошибками, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений

3(удовлетворительно)	Обучающийся решил только 1 задачу правильно, сопроводил решение объяснением с обоснованием применения тех или иных теорем и определений, 2-ю решил с существенными ошибками или не решил.
2(неудовлетворительно)	Обучающийся не решил ни одну задачу, или решил с грубыми ошибками.

Оценка	Критерий оценивания ответа на экзамене
5 (отлично)	Обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки решения практических задач
4(хорошо)	Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки при решении практических задач
3(удовлетворительно)	Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки при решении практических задач
2(неудовлетворительно)	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками решения практических задач

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «ИДО» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=12726>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине – контрольные вопросы и задачи.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине – темы практических занятий соответствуют темам лекционных занятий

г) Для освоения образовательных результатов дисциплины обучающемуся необходимо сначала изучить основные понятия и определения теории случайных процессов. Для решения практических задач по определенной теме необходимо сначала изучить теоретический материал, понять ход решения и смысловую составляющую задач, формирующих уровень образовательного результата (на синхронных занятиях с преподавателем или самостоятельно). Следующий этап – решение типовых задач на практике в аудитории или в виде самостоятельной работы, обязательно проверяя правильность ответа. Для проверки достижения образовательного результата проводится контрольная работа по теме. Самостоятельная работа студента включает чтение рекомендуемой литературы, решения задач, подготовки к промежуточному контролю.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Назаров А.А. Теория вероятностей и случайных процессов / Назаров А.А., Терпугов А.Ф. - Томск: ИДО ТГУ, 2010. – 204 с.

- Миллер Б. М., Панков А. Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 320 с.
- Элементы теории случайных процессов: Учеб. пособие /М.А.Маталыцкий. – Гродно: ГрГУ, 2004. – 326 с.
- б) дополнительная литература:
 - Галажинская О.Н., Моисеева С.П. Теория случайных процессов. Ч. 2: Марковские процессы: учеб.пособие. – Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2016. – 126 с. – ...
 - Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. — М.: Наука, 1996.

13. Перечень информационных технологий

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:
 - Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
 - публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).
- б) информационные справочные системы:
 - Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
 - Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
 - ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
 - ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
 - Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
 - ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
 - ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

- Аудитории для проведения занятий лекционного типа.
- Аудитории для проведения практических занятий, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.
- Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.
- Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»).

15. Информация о разработчиках

Назаров Анатолий Андреевич, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики института прикладной математики и компьютерных наук НИ ТГУ.