

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан ММФ ТГУ
Л.В. Гензе

Оценочные материалы дисциплины

**Численные методы механики
сплошной среды**

по направлению подготовки

01.03.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль) подготовки :
Основы научно-исследовательской деятельности в области механики и математического моделирования

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2023

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Л.В. Гензе

Председатель УМК
Е.А. Тарасов

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-1. Способен находить, формулировать и решать актуальные проблемы механики и математики.

– ОПК-2. Способен применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии, дифференциальных уравнений, теоретической механики как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

ИОПК 1.1. Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИУК 1.1. Знает навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам

ИОПК 2.2. Знает навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИПК 3.3. Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, опроса обучающихся в ходе занятий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Примерный перечень теоретических вопросов:

1. Метод сеток вычисления производных:
2. Метод сеток для нескольких независимых переменных
3. Аппроксимация, устойчивость, сходимость
4. Исследование схем для уравнений в частных производных первого порядка
5. Некоторые разностные схемы для уравнения теплопроводности
6. Эволюционные задачи с двумя и тремя пространственными переменными
7. Стационарные краевые задачи
8. Одномерное уравнение в частных производных первого порядка с источником
9. Модельные уравнения диссипации, конвекции, диффузии (одномерные)
10. Околоравновесная кинетика. Быстропротекающие физико-химические процессы. Стабилизирующие свойства схем для уравнений переноса и теплопроводности.

Примерный перечень типовых задач для контрольной точки:

Задача 1. Явная схема первого порядка точности (явный левый уголок) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, аппроксимация, условие устойчивости, вывод его.

Задача 2. Явная схема первого порядка точности (явный правый уголок) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, аппроксимация, условие устойчивости, вывод его.

Задача 3. Неявная схема первого порядка точности (неявный левый уголок) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, аппроксимация, условие устойчивости, вывод его.

Задача 4. Неявная схема первого порядка точности (неявный правый уголок) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, аппроксимация, условие устойчивости, вывод его.

Задача 5. Явная схема центральных разностей по пространству для уравнения теплопроводности (диффузии) $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t, x)$, аппроксимация, условие устойчивости при $f = 0$, вывод его.

Задача 6. Неявная схема центральных разностей по пространству для уравнения теплопроводности (диффузии) $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t, x)$, аппроксимация, условие устойчивости при $f = 0$, вывод его.

Задача 7. Явная схема центральных разностей по пространству для двумерного уравнения теплопроводности (диффузии) $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + f(t, x, y)$, аппроксимация, условие устойчивости при $f = 0$, вывод его.

Задача 8. Необходимое условие устойчивости прогонки для уравнения конвективного теплопереноса $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - v \frac{\partial u}{\partial x}$ при $v > 0$: схему центральных разностей по пространству привести. Формула для первого коэффициента трехточечной прогонки $P_{i+1} = ?$ через коэффициенты уравнения $A_i u_{i-1} - C_i u_i + B_i u_{i+1} = -F_i, i = 1, \dots, M-1, |P_i| \leq ?$

Задача 9. Достаточное условие устойчивости прогонки для уравнения конвективного теплопереноса $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - v \frac{\partial u}{\partial x}$ при $v > 0$: схему центральных разностей по пространству привести. Ввести обозначения: $A_i = a/h^2 + v/(2h), C_i = 1/\tau + 2a/h^2, B_i = ?$ для уравнения $A_i u_{i-1} - C_i u_i + B_i u_{i+1} = -F_i, i = 1, \dots, M-1, A_i > 0, B_i > 0, C_i \geq ?$

Задача 10. Неявная схема центральных разностей по пространству для трехмерного уравнения теплопроводности (диффузии) $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + f(t, x, y, z)$ – локально-одномерная схема расщепления Самарского, аппроксимация, условие устойчивости при $f = 0$, вывод его.

Задача 11. Неявная схема центральных разностей по пространству для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, аппроксимация, условие устойчивости, вывод его. Особое уравнение на границе для реализации трехточечной прогонки при $a > 0$

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачет в седьмом семестре проводится в форме двух теоретических вопросов в билете. Перечень вопросов в билетах:

Билет 1. 1. Исследование устойчивости (методом Фурье) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$. 2. Разностная схема с односторонней аппроксимацией конвективного слагаемого для уравнения конвективной диффузии.

Билет 2. 1. Условие устойчивости разностных схем по Нейману. 2. Диссипативные свойства разностных схем в случае «чистого переноса»: источник отсутствует.

Билет 3 1. Аппроксимационная вязкость для уравнения переноса. 2. Погрешность аппроксимации разностной схемы на решении дифференциальной задачи. Определение погрешности аппроксимации на точном решении дифференциальной задачи

Билет 4. 1. Явная 4 – х точечная схема первого порядка точности для уравнения теплопроводности. Аппроксимация, устойчивость по начальным данным. 2. Комбинированные схемы (явные, неявные) для уравнения конвективной диффузии

Билет 5. 1. Явная 4 – х точечная разностная схема для уравнения конвективной диффузии с погрешностью аппроксимации $O(\tau + h^2)$. 2. Локально-одномерная схема (Самарского) для решения трехмерного уравнения теплопроводности. Аппроксимация и условие устойчивости

Билет 6. 1. Неявная 4 – х точечная схема первого порядка точности для одномерного уравнения теплопроводности, устойчивость по начальным данным. 2. Модельная стационарная задача пограничного слоя

Билет 7. 1. Неявная 4 – х точечная разностная схема для уравнения конвективной диффузии: $\frac{\partial u}{\partial t} = v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a \frac{\partial u}{\partial x} + bu$ с погрешностью аппроксимации $O(\tau + h^2)$. 2. Схема переменных направлений для решения двухмерного уравнения теплопроводности. Аппроксимация и условие устойчивости

Билет 8. 1. Метод установления для уравнения Пуассона. 2. Параболическое уравнение (одномерное) общего вида и краевые задачи первого-третьего рода

Билет 9. 1. Неявная 6 – ти точечная разностная схема второго порядка точности для одномерного уравнения теплопроводности. 2. Схема Дугласа для решения трехмерного уравнения теплопроводности. Аппроксимация и условие устойчивости

Билет 10. 1. Теоретическая оценка скорости сходимости для стационарного одномерного уравнения второго порядка (уравнение Пуассона). 2. Быстропротекающие физико-химические процессы (БФХП). Явная схема

Билет 11. 1. Разностная схема Самарского для уравнения конвективной диффузии. 2. БФХП. Неявная симметричная схема. Неявная несимметричная схема. Неявная схема с весами (эти схемы для уравнения переноса)

Билет 12. 1. Реализация неявных схем методом прогонки. 2. БФХП. Неявная симметричная схема. Неявная несимметричная схема. Неявная схема с весами (эти схемы для уравнения теплопроводности)

При ответе на вопросы билета оценивается полнота и точность ответа, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический материал. Результаты зачета определяются полнотой ответа на все вопросы в билете и решенную задачу на практических занятиях.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Примеры теоретических вопросов

1. Метод сеток для нескольких независимых переменных

Ответ должен содержать знание об идеи метода сеток

2. Некоторые разностные схемы для уравнения в частных производных первого порядка (уравнение переноса)

Ответ должен содержать знание о разностных явных и неявных схемах левый и правый уголок

3. Погрешность аппроксимации (ПА)

Ответ должен содержать знание о ПА разностной схемы и ПА схемы на решении задачи

4. Устойчивость разностной схемы

Ответ должен содержать знание об устойчивости (методом Фурье) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$ и условие устойчивости разностных схем по Нейману

5. Сходимость разностной схемы

Ответ должен содержать знание, что следует из аппроксимации и устойчивости разностной схемы

6. Некоторые разностные схемы для уравнения теплопроводности

Ответ должен содержать знание о ПА и устойчивости явной и неявной 4 – х точечной схеме

7. Эволюционные задачи с двумя пространственными переменными

Ответ должен содержать знание о схеме переменных направлений для решения двумерного уравнения теплопроводности, аппроксимации и условия устойчивости

8. Эволюционные задачи с тремя пространственными переменными

Ответ должен содержать знание о схеме Дугласа для решения трехмерного уравнения теплопроводности, аппроксимации и условия устойчивости

9. Локально-одномерная схема (Самарского) для решения трехмерного уравнения теплопроводности, аппроксимация и условие устойчивости

Ответ должен содержать знание для написания этой схемы, ее ПА и устойчивость

10. Модельные уравнения диссипации, конвекции, диффузии (одномерные)

Ответ должен содержать знание о неявной 4–х точечной разностной схеме для уравнения конвективной диффузии: $\frac{\partial u}{\partial t} = v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a \frac{\partial u}{\partial x} + bu$ с погрешностью аппроксимации $O(\tau + h^2)$

11. Стационарные краевые задачи

Ответ должен содержать знание о методе установления для уравнения Пуассона

12. Теоретическая оценка скорости сходимости для стационарного одномерного уравнения второго порядка (уравнение Пуассона)

Ответ должен содержать знание формулы оценки скорости сходимости для уравнения Пуассона

13. Модельная стационарная задача пограничного слоя

Ответ должен содержать знание о разностной схеме Самарского для уравнения конвективной диффузии с погрешностью аппроксимации $O(h^2)$

14. Реализация неявных схем методом прогонки

Ответ должен содержать знание об идеи метода прогонки и условии устойчивости трехточечной прогонки для уравнения конвективной диффузии

15. Быстропротекающие физико-химические процессы для уравнения переноса и теплопроводности

Ответ должен содержать знание о неявных симметричных схемах, неявных несимметричных схемах и неявных схемах с весами

Информация о разработчиках

Якимов Анатолий Степанович, д.т.н., профессор, каф. физической и вычислительной механики ММФ, профессор кафедры.