

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:

Директор

А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Теория оптимального управления

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:

Математические методы в цифровой экономике

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2025

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

К.И. Лившиц

Председатель УМК

С.П. Сущенко

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИУК-2.1. Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение.

ИУК-2.2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.

ИУК-2.3. Решает конкретные задачи (исследования, проекта, деятельности) за установленное время.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- лабораторные работы;
- коллоквиум.

Перечень вопросов на коллоквиум:

Основные понятия

1. Классификация систем управления.
2. Динамические системы управления.
3. Линеаризация.
4. Устойчивость непрерывных систем. Теорема Беллмана
5. Устойчивость непрерывных систем . Метод Ляпунова.
6. Устойчивость дискретных систем.

Анализ линейных систем

1. Переходная матрица и ее свойства.
2. Способы построения переходной матрицы.
3. Устойчивость линейных непрерывных систем.
4. Спектральный критерий устойчивости.
5. Критерий Рауса–Гурвица.
6. Критерий Ляпунова.
7. Исследование колебательного контура.
8. Устойчивость линейных дискретных систем.
9. Поведение линейных систем при заданных управляющих воздействиях.
10. Переходные процессы.
11. Задача слежения.
12. Передаточная матрица.
13. Передаточная функция.

Управляемость и наблюдаемость

1. Понятие управляемости. Критерии управляемости.
2. Матрица управляемости.
3. Стабилизируемая система.
4. Понятие наблюдаемости. Критерии наблюдаемости.
5. Матрица наблюдаемости.
6. Детектируемая система.
7. Общая декомпозиция линейной системы.
8. Каноническая форма Калмана.

Синтез регуляторов

1. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов для непрерывных систем.
2. Квадратический функционал.
3. Линейные регуляторы.
4. Обратное непрерывное уравнение Риккати.
5. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов для дискретных систем.
6. Обратное дискретное уравнение Риккати.
7. Модальное управление.
8. Выбор заданного спектра. Форма Баттерворта.

Наблюдатели

1. Полный наблюдатель и его свойства.
2. Наблюдатель пониженного порядка и его свойства.
3. Уравнение Сильвестра.

Критерии оценивания коллоквиума:

Здание содержит 2 вопроса. Оценка осуществляется в форме «Зачтено» или «Не зачтено». «Зачтено» ставится в том случае, если дан развёрнутый ответ на 2 вопроса. В противном случае ставится «Не зачтено».

Удовлетворительную оценку (и выше) студенты получают при условии выполнения программы лабораторных работ. Выполнение лабораторной работы оценивается по пятибалльной системе. Оценка определяется в зависимости от того как студент демонстрирует умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения поставленной в задании лабораторной работы задачи.

Темы лабораторных работ

1. Знакомство с пакетом «Управление».
2. Устойчивость непрерывных и дискретных систем.
3. Динамический наблюдатель.
4. Фильтр Калмана.
5. Модальное управление.
6. Задача оптимального быстродействия.
7. АКОР.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов. Ответы на вопросы даются в развернутой форме.

Перечень теоретических вопросов:

1. Переходная матрица, ее свойства и методы построения.
2. Функция Гамильтона в задаче вариационного исчисления. Уравнения Эйлера-Лагранжа.
3. Спектральный критерий устойчивости линейных систем.
4. Вариационное исчисление. Задача с произвольным временем.
5. Вариационное исчисление. Задача с ограничениями общего вида.
6. Критерий Рауса-Гурвица устойчивости линейных систем.
7. Вариационное исчисление. Задача с ограничениями на правый конец траектории.
8. Критерий управляемости линейных систем.
9. Динамическое программирование, функция Беллмана. Уравнение Беллмана.
10. Критерий наблюдаемости линейных систем.
11. Модальное управление.
12. Наблюдатель Луенбергера.
13. Критерии оптимальности в задачах оптимального управления.
14. Фильтр Калмана для дискретных систем.
15. Вариационное исчисление. Достаточные условия положительности второй вариации.
16. Фильтр Калмана для непрерывных систем.
17. Критерий устойчивости Ляпунова для линейных систем.
18. Синтез полных наблюдателей.
19. Переходная матрица, ее свойства и методы построения.
20. Принцип максимума. Оптимальное по быстродействию управление для линейных систем.
21. Метод АКОР для дискретных систем.
22. Вариационное исчисление. Условие Лежандра-Клебша.
23. Метод АКОР для непрерывных систем.
24. Вариационное исчисление. Исследование второй вариации функционала.
25. Принцип максимума. Игольчатая вариация.
26. Решение задачи АКОР методом динамического программирования.
27. Поведение линейных систем при внешних возмущениях. Передаточная матрица.
28. Уравнение Беллмана. Связь с принципом максимума.

Дополнительные вопросы для проведения промежуточной аттестации в форме экзамена

1. Что понимается под непрерывной динамической системой.
2. Что понимается под дискретной динамической системой.
3. Критерий оптимальности в форме Больца.

4. Критерий оптимальности в форме Лагранжа.
5. Критерий оптимальности в Форме Майера.
6. Что понимается под допустимыми управлениями.
7. Какие ограничения могут накладываться на управления и траектории.
8. Что такое линеаризация.
9. Формулировка задачи оптимального управления.
10. Переходная матрица и ее свойства.
11. Устойчивость. Критерии устойчивости.
12. Управляемость. Критерии управляемости.
13. Наблюдаемость. Критерии наблюдаемости.
14. Каноническая форма Калмана.
15. Модальное управление.
16. Задача Летова-Калмана.
17. Полный наблюдатель.
18. Наблюдатель Луенбергера.
19. Фильтр Калмана. для дискретных систем.
20. Задача Летова-Калмана в стохастическом случае.
21. Основная идея вариационного исчисления.
22. Функция Гамильтона в задаче вариационного исчисления.
23. Уравнения Эйлера-Лагранжа для задачи Майера.
24. Уравнения Эйлера-Лагранжа для задачи Больца.
25. Вариационная задача с произвольным временем. Дополнительные условия.
26. Вариационная задача с ограничениями общего вида. Дополнительные условия.
27. Вторая вариация функционала. Достаточные условия положительности второй вариации.
28. Условие Лежандра-Клебша.
29. Присоединенная задача.
30. Условие Якоби.
31. Понятие игольчатой вариации.
32. Принцип максимума применительно к задаче Майера.
33. Принцип максимума применительно к задаче Лагранжа.
34. Принцип максимума применительно к задаче Больца.
35. Понятие особого управления.
36. Построение оптимального по быстродействию управления для линейных систем.
37. Идея метода динамического программирования.
38. Функция Беллмана.
39. Уравнение Беллмана.
40. Уравнение Беллмана в задаче с произвольным временем.
41. Уравнение Беллмана при ограничениях на правый конец траектории.
42. Связь метода динамического программирования с принципом максимума.
43. Оптимальное по Беллману управление линейной системой при квадратичном критерии.
44. Управление линейной системой при ограничениях на правый конец траектории.

Критерии оценивания:

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если студент правильно ответил на все основные и дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент ответил на оба вопроса, содержащихся в экзаменационном билете, и на дополнительные вопросы, но с замечаниями.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент верно ответил на один из основных вопросов и на один - два из трех дополнительных вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент не ответил ни на один из основных вопросов.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

1. Решение $x(t)$ системы уравнений $\dot{x}(t) = Ax(t)$, $x(0) = x_0$ называется *устойчивым*, если:

- а) $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$;
- б) начиная с некоторого t $\|x(t)\| < c$, где c – некоторая константа;
- в) $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \infty$.

2. Задачей Майера с закрепленным временем и свободным правым концом траектории называется задача:

- а)
 - I. $\dot{x} = f(t, x, u), \quad x(t_0) = x_0$;
 - II. $J[u] = \int_{t_0}^{t_1} f_0(t, x, u) dt \rightarrow \min$
- б)
 - I. $\dot{x} = f(t, x, u), \quad x(t_0) = x_0$;
 - II. $J[u] = \varphi_0(x(T)) \rightarrow \min$

- в)
 - I. $\dot{x} = f(t, x, u), \quad x(t_0) = x_0$;
 - II/ $J[u] = \int_{t_0}^{t_1} f_0(t, x, u) dt + \varphi_0(t_1, x(t_1)) \rightarrow \min$

3. Какой из методов, применяемых в теории оптимального управления, не позволяет решать задачи с ограничениями на управления в виде неравенств:

- а) принцип максимума;
- б) метод вариационного исчисления;
- в) метод динамического программирования.

Ответы к заданиям

№ задания	Ответ к заданию
1	а
2	б
3	б

Критерий оценивания остаточных знаний	Оценка
Даны правильные ответы на три вопроса	отлично
Даны правильные ответы на три вопроса, но с некоторыми погрешностями	хорошо
Даны правильные ответы на два вопроса	удовлетворительно
Дано меньше двух правильных ответов	неудовлетворительно

Критерий оценивания сформированности компетенций	Уровень освоения компетенции
Демонстрирует полное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию, выполнены.	5
Демонстрирует значительное понимание проблемы. Все требования, предъявляемые к заданию, выполнены.	4
Демонстрирует частичное понимание проблемы. Большинство требований, предъявляемых к заданию, выполнены.	3
Демонстрирует непонимание проблемы.	0–2

Информация о разработчиках

Лившиц Климентий Исаакович, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики института прикладной математики и компьютерных наук НИ ТГУ.