

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор

 А. В. Замятин

« 14 » июня 2024 г.

Рабочая программа дисциплины

**Теория вероятностей**

по направлению подготовки

**02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии**

Направленность (профиль) подготовки:

**Искусственный интеллект и разработка программных продуктов**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2024**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.02.07

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

 А. В. Замятин

Председатель УМК

 С. П. Сущенко

Томск - 2024

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

– ОПК-1 – способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1. Применяет фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук.

ИОПК-1.2. Использует фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.

ИОПК-1.3. Обладает необходимыми знаниями для исследования информационных систем и их компонент.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– сформировать у студентов специальную профессиональную культуру и специальное вероятностно-статистическое мышление, необходимое для успешной исследовательской и аналитической работы,

– обучить студентов закономерностям случайных явлений, вероятностного подхода к построению математических моделей реальных событий, постановка и решение возникающих математических задач; формальному математическому аппарату теории вероятностей, возможности его использования в процессе дальнейшего обучения.

– обучить применять методы теории вероятностей для анализа проблем в различных предметных областях.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика».

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Четвертый семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия»

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

### **Раздел 1**

#### Случайные события

Интуитивные предпосылки теории вероятностей. Аксиоматическое определение случайных событий. Действия над событиями.

Определение вероятности случайного события. Свойства вероятностной меры и вероятностей событий.

Основные формулы для вероятностей событий. Теорема сложения вероятностей. Независимость случайных событий. Условная вероятность события. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Схема Бернулли. Теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона. Простейший поток однородных событий.

### **Раздел 2**

#### Случайные величины

Случайные величины как измеримые функции. Функция распределения случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Плотность распределения вероятностей. Преобразование многомерных случайных величин.

Интегралы Лебега и Стильеса. Числовые характеристики случайных величин.

Характеристическая функция и её свойства. Связь моментов случайной величины с её характеристической функцией

Условные математические ожидания, основные формулы.

### **Раздел 3**

#### Предельные теоремы

Сходимость последовательностей случайных величин с вероятностью единица (почти наверное), в среднем квадратическом, по вероятности, по распределению. Соотношения между различными типами сходимости.

Центральная предельная теорема. Теорема Муавра-Лапласа. Условия Линдеберга и Ляпунова. Теоремы Линдеберга и Ляпунова.

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Лемма Бореля-Контелли. Усиленный закон больших чисел. Теоремы Колмогорова и Бореля.

Понятие центральной предельной проблемы

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, опросов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, и фиксируется в форме контрольной точки (коллоквиум и практическая контрольная работа) не менее одного раза в семестр (после каждого раздела).

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен в четвертом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть представляет собой блок теоретических вопросов, ответы предполагает изложение материала (доказательство теорем, теория, определения) проверяющий ИОПК1.1-1.3

Вторая часть содержит практические задачи, проверяет ИОПК1.1-1.3.

Ответы на вопросы второй части предполагают решение задачи и краткую интерпретацию полученных результатов.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Описание и аксиоматическое определение случайного события.
2. Операции над событиями.
3. Классическое определение вероятности.
4. Геометрическое определение вероятности.
5. Аксиоматическое определение вероятности.
6. Формула полной вероятности.
7. Различные варианты формулы полной вероятности.
8. Формула Байеса.
9. Схема Бернулли. Биномиальное распределение.
10. Теоремы Муавра-Лапласа.
11. Теорема Пуассона. Простейший поток однородных событий.
12. Функции множеств и их свойства.
13. Борелевская прямая.
14. Критерий измеримости.
15. Аксиоматическое определение случайных величин и их свойства.
16. Функция распределения вероятностей значений случайной величины и её свойства.
17. Плотность распределения вероятностей значений непрерывной случайной величины и её свойства.
18. Ряд распределения вероятностей значений дискретной случайной величины и его свойства.
19. Конкретные распределения случайных величин, их характеристики и параметры.
20. Многомерные случайные величины, их функции распределения, условия согласованности.
21. Многомерные смешанные случайные величины.
22. Условные законы распределения.
23. Преобразование одномерных случайных величин.
24. Преобразование многомерных случайных величин.
25. Сумма, частное, модуль компонент двумерных случайных величин.
26. Интеграл от случайной величины по вероятностной мере – интеграл Лебега.
27. Интеграл Стильтьеса – числовые характеристики случайных величин.
28. Математическое ожидание, его свойства.
29. Дисперсия, её свойства.
30. Начальные и центральные моменты случайных величин, их семиинварианты.
31. Кривые регрессии. Коэффициент корреляции.
32. Экспоненциальные случайные величины, их свойства.
33. Условное математическое ожидание.
34. Формула полной вероятности для условного математического ожидания.
35. Типы сходимостей последовательностей случайных величин.
36. Центральная предельная теорема в простейшей форме. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
37. Условия Линдберга и Ляпунова.
38. Центральная предельная теорема в форме Линдберга с доказательством.
39. Центральная предельная теорема в форме Ляпунова с доказательством.
40. Закон больших чисел в форме Чебышева и Бернулли.
41. Лемма Бореля-Контелли – закон нуля и единицы.
42. Теорема сходимости почти наверное, если сходится ряд из абсолютных моментов.
43. Лемма Кронекера и неравенство Гаека-Реньи.

44. Усиленный закон больших чисел в форме Колмогорова в общем виде.  
45. Частные случаи усиленного закона больших чисел в форме Колмогорова.  
Теорема Бореля.

Примеры задач:

1. Среди 25 экзаменационных билетов 5 «хороших». Два студента по очереди берут по одному билету. Найти вероятность того, что: а) только второй студент взял «хороший» билет; б) оба студента взяли «хорошие» билеты.
2. Семь человек вошли в лифт на первом этаже восьмиэтажного дома. Какова вероятность, что на одном этаже вышли два человека?
3. В поезде (10 вагонов) случайно оказались преступник и комиссар Мегрэ. Какова вероятность того, что они находятся: а) в одном вагоне; б) в соседних вагонах?
4. Два охотника стреляют в волка, причем каждый делает по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель для первого охотника равна 0,8, для второго – 0,7. Какова вероятность попадания в волка? Как изменится результат, если охотники сделают по 2 выстрела?
5. Одновременно бросаются три игральные кости. Найти вероятность выпадения трех «троек», если известно, что: а) на одной кости выпало три очка; б) по крайней мере на двух костях выпали «тройки»; в) на всех костях выпало одинаковое количество очков; г) на всех костях выпало нечетное количество очков.
6. Найти вероятность того, что при бросании трех игральных костей хотя бы на одной выпадет 4 очка, при условии, что на всех костях выпали грани с четным числом очков
7. Студент 2-го курса ИПМКН школы знает, что его доход за месяц есть случайная величина  $X$ , равномерно распределенная на интервале (7; 10). А) Оценить вероятность события  $7,5 < X < 9,5$ . Б) Найти вероятность этого события. Как вы считаете, хорошее ли приближение вероятности получено в А).
8. Известно, что  $X$  и  $Y$  независимые случайные величины и имеют конечные дисперсии. Доказать, что  $D\{X \cdot Y\} \geq DX \cdot DY$ . Что должно быть известно о случайных величинах, чтобы выполнялось равенство.
9. Известно, что  $X, Y$  независимые случайные величины, имеющие свои законы распределения ( $F_X(x), F_Y(y)$ ). Найти распределение  $\max(X, Y)$ ,  $\min(X, Y)$ .

Достаточно ли выполнения свойства попарной независимости величин  $x, y, z, u$ , чтобы выполнялось  $D\{x + y + z + u\} = D\{x\} + D\{y\} + D\{z\} + D\{u\}$

10. Пусть случайная величина  $\xi_n$  - общее число выпавших очков при  $n$  независимых подбрасываниях правильной игральной кости.

а. Найти  $M\xi_n, D\xi_n$  ; б. Найти  $n$ , при котором выполняется неравенство:

$$P\left\{\left|\frac{\xi_n}{n} - 3,5\right| \geq 0,1\right\} \leq 0,1.$$

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка	Критерий оценивания ответа на экзамене
5	Обучающийся показал отличный уровень владения всеми теоретическими вопросами, показал все требуемые умения и навыки решения практических задач
4	Обучающийся овладел всеми теоретическими вопросами, частично показал основные умения и навыки при решении практических задач
3	Обучающийся имеет недостаточно глубокие знания по теоретическим разделам дисциплины, показал не все основные умения и навыки при решении практических задач
2	Обучающийся имеет существенные пробелы по отдельным теоретическим разделам дисциплины и не владеет основными умениями и навыками решения практических задач

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=25407>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине – контрольные вопросы и задачи.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине – темы практических занятий соответствуют темам лекционных занятий

г) Для освоения образовательных результатов дисциплины обучающемуся необходимо сначала изучить основные понятия и определения теории случайных процессов. Для решения практических задач по определенной теме необходимо сначала изучить теоретический материал, понять ход решения и смысловую составляющую задач, формирующих уровень образовательного результата (на синхронных занятиях с преподавателем или самостоятельно). Следующий этап – решение типовых задач на практике в аудитории или в виде самостоятельной работы, обязательно проверяя правильность ответа. Для проверки достижения образовательного результата проводится контрольная работа по теме. Самостоятельная работа студента включает чтение рекомендуемой литературы, решения задач, подготовки к промежуточному контролю.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

Колемаев В.А., В.Н. Калинина Теория вероятностей и математическая статистика. М.: КноРус, 2012. – 376 с.

А.И. Кибзун, Е.Р. Горяинова, А.В. Наумов. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Физматлит, 2013. – 223 с.

О.Н. Галажинская, Д.Д. Даммер Практикум по теории вероятностей часть 2. Случайные величины Томск: Издательский дом Томского государственного университета, 2020. – 200 с.

О.Н. Галажинская Практикум по теории вероятностей часть 1. Случайные события. Томск: Издательский дом Томского государственного университета, 2017. – 200с.

б) дополнительная литература

К.Л. Чжун, Ф. АитСахлиа Элементарный курс теории вероятностей. Стохастические процессы и финансовая математика М.: Бином, 2007. – 455 с.

Y. Suhov and M. Kelbert Probability and Statistics by Example 1: Basic Probability and Statistics Cambridge: Cambridge University Press, 2014. – 470 p

A.V. Kitaeva Probability Theory and Mathematical Statistics Tomsk: TPU Publishing House, 2013. – 192 p.

## 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

в) профессиональные базы данных (*при наличии*):

– Университетская информационная система РОССИЯ – <https://uisrussia.msu.ru/>

– Единая межведомственная информационно-статистическая система (ЕМИСС) – <https://www.fedstat.ru/>

## 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

## **15. Информация о разработчиках**

Даммер Диана Дамировна, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теории вероятностей и математической статистики НИ ТГУ