

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физико-технический факультет



УТВЕРЖДАЮ:

Декан

Ю.Н. РЫЖИХ

28.06 2022 г.

Рабочая программа дисциплины

**Численные методы технической физики**

по направлению подготовки

**24.03.03 Баллистика и гидроаэродинамика**

Направленность (профиль) подготовки :

**Баллистика и гидроаэродинамика**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2022**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.В.ДВ.05.01

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОПОП

Г.Р. Шрагер

Руководитель ОПОП

В.И. Биматов

Председатель УМК

В.А. Скрипняк

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности;

ОПК-8 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения..

ПК-1 Способен проводить сбор, обработку, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в соответствующей области знаний.

ПК-2 Способен проводить наблюдения и измерения, составлять их описания и формулировать выводы.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-2.1 Знать современные информационные технологии для решения типовых задач по проектированию, конструированию и производству объектов профессиональной деятельности

ИОПК-2.2 Уметь применять современные информационные технологии для решения типовых задач по проектированию, конструированию и производству объектов профессиональной деятельности

ИОПК-2.3 Иметь навыки использования информационных технологий для решения типовых задач по проектированию, конструированию и производству объектов профессиональных деятельности

ИОПК-8.1 Знать методы алгоритмизации, языки и технологии программирования, пригодные для практического применения в области авиационной и ракетно-космической техники

ИОПК-8.2 Уметь применять методы алгоритмизации, языки и технологии программирования при решении профессиональных задач в области авиационной и ракетно-космической техники

ИОПК-8.3 Иметь навыки программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач

ИПК-1.2 Умеет применять методы анализа научно-технической информации

ИПК-1.3 Осуществляет деятельность, направленную на решение задач аналитического характера, предполагающих выбор и многообразие актуальных способов решения задач

ИПК-2.1 Знает цели и задачи проводимых исследований и разработок

ИПК-2.2 Умеет применять методы проведения экспериментов

ИПК-2.3 Осуществляет оформление результатов научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Знать постановку основных задач вариационного исчисления, вывод и смысл уравнений Эйлера и Остроградского, решение основных классических задач типа задачи о брахистохроне, связь краевых задач и их вариационных формулировок, понятие условного экстремума и условие трансверсальности, численные методы Эйлера, Рунге, Канторовича, а также метод Галеркина.

– Уметь формулировать вариационные постановки краевых задач, решать задачи, сводящиеся к основным видам уравнения Эйлера.

– Владеть математическим аппаратом вариационного исчисления и основными принципами его использования для решения задач математической физики.

### **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

### **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Седьмой семестр, зачет с оценкой

### **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Физика», «Математическая физика» и требует знаний в определенных разделах математики и физики, а именно: основных сведений из курсов аналитической геометрии, линейной алгебры, математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений, общей физики, математической физики.

### **6. Язык реализации**

Русский

### **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 з.е., 180 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

### **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Линейные краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Методы Рунге-Кутты.

Тема 2. Постановка краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка.

Тема 3. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений. Метод линейной интерполяции, Метод Ньютона. Метод суперпозиции. Метод прогонки.

Тема 4. Решение краевых задач методом конечных разностей.

Тема 5. Численные методы решения задач теплопроводности. Идея метода. Понятие аппроксимации. Понятие устойчивости разностных схем. Аппроксимация дифференциальных операторов. Явная схема. Неявная схема. Схема с «весами». Схемы для уравнения теплопроводности с переменным коэффициентом теплопроводности. Аппроксимация граничных условий. Алгоритмы решения. Метод прогонки. Особенности решения задач в цилиндрических и сферических системах координат. Способы задания неравномерных сеток.

Тема 6. Численные методы решения многомерных задач теплопроводности. Метод покоординатного расщепления. Метод продольно-поперечной прогонки. Разностные схемы для решения трехмерных задач.

Тема 7. Численные методы решения задач кондуктивно- конвективного теплопереноса. Явная разностная схема для уравнения кондуктивно- конвективного теплопереноса. Неявная разностная схема для уравнения кондуктивно- конвективного теплопереноса. Построение схем второго порядка точности по пространству.

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, выполнения элементов курса в образовательной электронной среде, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Комплект заданий для самостоятельной работы студентов

Записать алгоритм решения системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка методом Эйлера.

Записать алгоритм решения системы двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка методом Рунге-Кутты.

Записать алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (краевой задачи) методом линейной интерполяции.

Записать алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (краевой задачи) методом Ньютона.

Записать алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (краевой задачи) методом суперпозиции.

Записать алгоритм решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка (краевой задачи) методом прогонки.

Записать аппроксимации дифференциальных операторов.

Записать явную разностную схему для заданного уравнения.

Записать неявную разностную схему для заданного уравнения.

Записать разностную схему с «весами» для заданного уравнения.

Записать явную и неявную разностную схему для уравнения теплопроводности с переменным коэффициентом теплопроводности.

Записать аппроксимации всех типов граничных условий.

Записать алгоритмы задания неравномерных сеток.

Записать разностные схемы для уравнения кондуктивно- конвективного теплопереноса.

Построить схему второго порядка точности по пространству для уравнения кондуктивно- конвективного теплопереноса.

Уравнения и системы уравнений даются преподавателем при выдаче задания на самостоятельную работу.

Самостоятельная (внеаудиторная) работа студентов состоит:

- в изучении теоретических разделов курса
- в подготовке к практическим занятиям
- в подготовке к выполнению индивидуальных лабораторных заданий по курсу

Образцы заданий и вопросов для текущей и промежуточной аттестации

1.1. Разработайте решение краевой задачи

$$\frac{d^2y}{dx^2} - xy = e^x, \quad 0 < x < 1, \quad \frac{dy(0)}{dx} = 1, \quad y(1) = 2$$

методом хорд (линейной интерполяцией).

1.2. Разработайте решение краевой задачи

$$\frac{d^3y}{dx^3} + x \frac{dy}{dx} - y = x^2, \quad 0 < x < 1, \quad y(0) = 0, \quad \frac{dy(0)}{dx} - \frac{d^2y(0)}{dx^2} = 1, \quad y(1) = 5 \text{ методом Ньютона.}$$

1.3. Разработайте решение краевой задачи

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dy}{dx} - x^2y = x + 1, \quad 0 < x < 1, \quad \frac{dy(0)}{dx} = 0, \quad \frac{dy(1)}{dx} + 2y(1) = 3 \text{ методом суперпозиции.}$$

1.4. Разработайте решение краевой задачи

$$\frac{d^3y}{dx^3} - x \frac{d^2y}{dx^2} + y = 0, \quad 0 < x < 1, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 2, \quad \frac{d^2y(1)}{dx^2} = 3, \quad y(1) = 5 \text{ методом Ньютона.}$$

1.5. Запишите разностную схему (с порядком аппроксимации  $\square h^2$ ) решения краевой задачи

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} - e^x y = 0, \quad 0 < x < 1, \quad \frac{dy(0)}{dx} = 0, \quad y(1) = 4.$$

В задачах 2.1-2.5 численно решить задачу о распространении тепла в слое толщины  $l$ , которое описывается уравнением

$$\text{ср } \frac{\partial T}{\partial t} = l \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{2a}{R_0} (T - T_0) + Q(x,t) \right)$$

при заданных начальных и граничных условиях и зависимости  $Q(x,t)$ .

2.1.  $T(x,0) = T_0, T(0,t) = T_1, T(l,t) = T_2, Q(x,t) = \text{const}.$

Материал стенки – сталь.  $a = \text{const}.$

2.2.  $T(x,0) = T_0, \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0, T(l,t) = T_2, Q(x,t) = \text{const}.$

Материал стенки – сталь.  $a = \text{const}.$

2.3.  $T(x,0) = T_0, T(0,t) = T_1, \frac{\partial T(l,t)}{\partial x} = 0, Q(x,t) = \text{const}.$

Материал стенки – стекло.  $a = \text{const}.$

2.4.  $T(x,0) = T_0, T(0,t) = T_1, -l \frac{\partial T(l,t)}{\partial x} = a(T(l,t) - T_0),$

$$Q(x,t) = \text{const}.$$

Материал стенки – медь.  $a = \text{const}.$

2.5.  $T(x,0) = T_0, l \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = a(T(0,t) - T_0), T(l,t) = T_2,$

$$Q(x,t) = \text{const}.$$

Материал стенки – алюминий.  $a = \text{const}.$

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет с оценкой проводится в устной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и одну задачу. Продолжительность зачета 45 минут.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Понятие аппроксимации. Определение порядка аппроксимации уравнения теплопроводности на трехточечном шаблоне.
2. Явная схема для уравнения теплопроводности с постоянным коэффициентом теплопроводности. Анализ устойчивости.
3. Неявная схема для уравнения теплопроводности с постоянным коэффициентом теплопроводности. Анализ устойчивости.
4. Схема с весами для уравнения теплопроводности с постоянным коэффициентом теплопроводности. Анализ устойчивости.
5. Явная схема для уравнения теплопроводности с переменным коэффициентом теплопроводности. Анализ устойчивости.
6. Неявная схема для уравнения теплопроводности с переменным коэффициентом теплопроводности. Анализ устойчивости.
7. Метод прогонки для численного решения уравнения теплопроводности с переменным коэффициентом теплопроводности.
8. Аппроксимация неоднородных граничных условий II и III рода для задачи теплопроводности с порядком аппроксимации  $o(h)$  и  $o(h^2)$ .
9. Явная схема для уравнения конвекции-теплопроводности с постоянным коэффициентом теплопроводности. Анализ устойчивости.

10. Неявная схема для уравнения конвекции-теплопроводности с постоянным коэффициентом теплопроводности. Анализ устойчивости.

Результаты зачета с оценкой определяются оценками «Отлично», «Хорошо», «Удовлетворительно», «Неудовлетворительно» на основании ответов.

Оценивание производится с учетом данных о посещаемости занятий, результатов выполнения контрольных работ, работы в электронной-образовательной среде.

### **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=22353>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

### **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

1. Крайнов А.Ю., Моисеева К.М. Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. (учебное пособие). Томск: Изд-во STT, 2016. 42 с.

2. Крайнов А.Ю., Миньков Л.Л. Численные методы решения задач тепло- и массопереноса: (учебное пособие) Томск: Изд-во STT, 2016. 92 с.

3. Вабищевич П. Н. Вычислительные методы математической физики. Стационарные задачи / П. Н. Вабищевич. - Москва : Вузовская книга, 2016. - 195 с.

4. Вабищевич П. Н. Вычислительные методы математической физики : нестационарные задачи / П. Н. Вабищевич. - Москва : Вузовская книга, 2016. - 226 с.

5. Абакумов М. В. Лекции по численным методам математической физики : Учебное пособие / Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2018. - 158 с.

6. Самарский А. А. Численные методы решения задач конвекции-диффузии / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. - Изд. стер.. - Москва : ЛИБРОКОМ, 2015. - 246 с.

б) дополнительная литература:

1. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Вычислительная теплопередача. М.: Едитория УРСС. 2003. 784 с.

2. Самарский А.А., Вабищевич П.Н. Аддитивные схемы для задач математической физики. М.: Наука. 2001. 319 с.

3. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. 592 с.

4. В.М.Пасконов, В.И.Полежаев, Л.А.Чудов. Численное моделирование процессов тепло- массообмена. - М.: Наука. 1984. - 288 с.

5. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 388 с.

### **13. Перечень информационных технологий**

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

- б) информационные справочные системы:
- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
  - Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
  - ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
  - ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
  - Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
  - ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
  - ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»).

#### **15. Информация о разработчиках**

Крайнов Алексей Юрьевич, д.ф.-м.н., заведующий кафедрой математической физики ФТФ ТГУ