

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Радиофизический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
Декан

А. Г. Коротаев

Рабочая программа дисциплины

Линейная алгебра

по направлению подготовки

12.03.05 Лазерная техника и лазерные технологии

Направленность (профиль) подготовки:
Квантовые приборы и системы

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
А.Г. Коротаев

Председатель УМК
А.П. Коханенко

Томск – 2025

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с фотонными технологиями обработки информации, проектированием, конструированием и технологиями производства элементов, приборов и систем фотоники и оптоинформатики.

УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании

ИУК-1.1 Осуществляет поиск информации, необходимой для решения задачи

2. Задачи освоения дисциплины

- Освоить понятийный аппарат линейной алгебры
- Научиться решать задачи, используя полученные теоретические знания

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, является обязательной для изучения.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Второй семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: аналитическая геометрия, дополнительные главы математики

Постреквизиты дисциплины: векторный и тензорный анализ, основы оптики, общая алгебра.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

-лекции: 30 ч.

-практические занятия: 30 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Матрицы и операции над ними

Понятие матрицы, виды матриц, операции над матрицами и их свойства

Тема 2. Определитель

Понятие определителя квадратной матрицы, свойства определителя, алгебраическое дополнение, вычисление определителя разложением по строке (столбцу),

связь алгебраического дополнения и дополнительного минора элемента, теорема Лапласа, миноры 1-го и 2-го типа.

Тема 3. Обратная матрица

Определение обратной матрицы, свойства обратной матрицы, теорема о единственности, теорема о существовании и способ вычисления обратной матрицы через союзную.

Тема 4. Ранг матрицы

Линейная комбинация строк (столбцов) матрицы, линейная зависимость, определение ранга матрицы, свойства ранга, определение базисного минора, теорема о базисном миноре, метод окаймляющих миноров, метод Гаусса определения ранга матрицы.

Тема 5. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Определение СЛАУ, формы записи СЛАУ, классификация СЛАУ, теорема Кронеккера-Капелли, теорема о числе решений СЛАУ, матричный метод решения определенных СЛАУ и метод Крамера, метод Гаусса, однородные и приведенные СЛАУ, нетривиальная совместность однородных СЛАУ, ФСР однородных СЛАУ, представление общего решения неоднородных СЛАУ через ФСР приведенных.

Тема 6. Линейные пространства (ЛП)

Определение ЛП, линейная зависимость элементов ЛП, базис и размерность ЛП, замена базиса. Линейные подпространства, линейные оболочки, линейные многообразия.

Тема 7. Евклидовы пространства (ЕП)

Определение ЕП, норма вектора, угол между векторами, ортогональность, теорема Пифагора, Ортонормированный базис, теорема существования, процедура ортогонализации базиса. Ортогональное дополнение, проектирование вектора на подпространство.

Тема 8. Линейные операторы

Определение линейного оператора, линейное пространство операторов, произведение операторов, ранг и дефект линейного оператора, матрица линейного оператора в заданном базисе, преобразование матрицы оператора при переходе к новому базису, собственные векторы и собственные значения.

Тема 9. билинейные и квадратичные формы

Линейные и билинейные формы, преобразование билинейной формы при изменении базиса, квадратичные формы, методы приведения квадратичной формы к каноническому виду.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Пример контрольной работы

1. Вычислить $(3A + (-2)B)^T \cdot C$, где

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -8 \\ -5 & 4 & -5 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

2. Вычислить определитель 4-го порядка.

$$\begin{bmatrix} -6 & 3 & 3 & -1 \\ -12 & 0 & 6 & 0 \\ -6 & 3 & 11 & 1 \\ -12 & 6 & 6 & -4 \end{bmatrix}$$

3. Найти матрицу, обратную данной.

$$\begin{bmatrix} 0 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

4. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 & 3 & -14 \\ 2 & 1 & 5 & 1 & -15 \\ -2 & -2 & -4 & -1 & 14 \\ -4 & -2 & -9 & -2 & 29 \end{bmatrix}$$

Примеры тестовых заданий

- 1) Можно вычислить разность матриц A и B , если...
 - a. их размерности совпадают
 - b. у них совпадает количество строк
 - c. у них совпадает количество столбцов
 - d. элементы матрицы A больше соответствующих элементов матрицы B
 - e. эти матрицы равны
- 2) Выберите утверждения, составляющие формулировку теоремы о базисном миноре
 - a. Строки базисного минора линейно независимы
 - b. Любая строка матрицы является линейной комбинацией строк базисного минора
 - c. Любая строка матрицы является строкой базисного минора
 - d. Базисных строк больше, чем базисных столбцов
 - e. Базисный минор расположен в левом верхнем углу матрицы
 - f. Базисный минор - это любой минор порядка r
- 3) Выберите верные утверждения
 - a. Все однородные СЛУ совместны
 - b. Если СЛУ однородна, то она определенная
 - c. Все однородные СЛУ квадратные
 - d. В однородной СЛУ все свободные члены равны нулю
- 4) Какая система уравнений называется несовместной?
 - a. СЛУ, в которой расширенная матрица системы прямоугольная
 - b. СЛУ, имеющая ровно одно решение
 - c. СЛУ, не имеющая решений

d. СЛУ, имеющая ровно одно решение

Самостоятельная работа заключается в подготовке к решению задач, в том числе, с использованием системы адаптивного обучения Plarío, а также рассмотрению теоретических вопросов, возможно, с использованием ресурсов, указанных в п. 12 (в).

Примеры вопросов для самостоятельной работы

1. Доказать коммутативность сложения матриц
2. Показать в общем виде линейное свойство определителя на примере определителя третьего порядка
3. Метод Гаусса вычисления обратной матрицы
4. Доказать, что множество вектор-столбцов длины n является линейным пространством.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен в первом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первый вопрос в каждом билете сформулирован для проверки сформированности следующих компетенций/индикаторов компетенций: ОПК-1, ИОПК 1.1, ИОПК 1.2, ИОПК 1.3.

Второй вопрос в каждом билете сформулирован для проверки сформированности следующих компетенций/индикаторов компетенций: УК-1, ИУК 1.1, ИУК 1.2, ИУК 1.3, ИУК 1.4.

Примеры экзаменационных вопросов

1. Теорема о базисном миноре (формулировка и доказательство)
2. Перечислите свойства определителя, докажите свойство одно свойство по выбору
3. Определение евклидова пространства
4. Линейное подпространство, размерность линейного подпространства, связь базисов линейного пространства и его линейного подпространства

Результаты промежуточной аттестации определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания

Компетенция	Индикатор компетенции	Критерии оценивания результатов обучения			
		Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	ИУК 1.1: Осуществляет поиск информации, необходимой для решения задачи	Слабо сформированные навыки и умения поиска информации, необходимой для решения задачи	Частично освоенные навыки и умения поиска информации, необходимой для решения задачи	В целом успешно применяемые навыки и умения поиска информации, необходимой для решения задачи	Успешно применяемые навыки и умения поиска информации, необходимой для решения задачи
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с фотонными технологиями обработки информации, проектированием и технологиями производства элементов, приборов и систем фотоники и оптоинформатики.	ИОПК 1.1: Применяет знания математики в инженерной практике при моделировании	Слабо сформированные навыки и умения применения знаний математики в инженерной практике при моделировании	Частично освоенные навыки и умения применения знаний математики в инженерной практике при моделировании	В целом успешно применяемые навыки и умения применения знаний математики в инженерной практике при моделировании	Успешно применяемые навыки и умения применения знаний математики в инженерной практике при моделировании

Текущий контроль по дисциплине влияет на результаты промежуточной аттестации. Успешное выполнение контрольных работ и тестов по лекционному материалу (не менее 60 %) и прохождение всех модулей Plario, заданных в текущем курсе, является достаточным для получения оценки «удовлетворительно».

11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=2544>
- б) Адаптивная платформа Plario <https://login.plario.ru>
- в) LMS Odin Модуль онлайн-курса «Высшая математика» <https://odin.study.ru/Discipline/Info/10723>.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

- а) Основная литература
 - Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник / А. Г. Курош. — 19-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-0521-3. — Текст :

электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/30198>

- Сабитов, И. Х. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие для вузов / И. Х. Сабитов, А. А. Михалев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 258 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08941-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454410>
- Потапов, А. П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / А. П. Потапов. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 309 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01232-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/451035>
- Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / Е. Г. Плотникова, А. П. Иванов, В. В. Логинова, А. В. Морозова ; под редакцией Е. Г. Плотниковой. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 340 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01179-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450619>.
- Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-9039-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/183752>

б) дополнительная литература:

Дополнительная литература

- Паршина Н. А. Линейная алгебра: алгоритмический подход : учебно-методическое пособие по курсу "Линейная алгебра". Ч. 1 / [Н. А. Паршин] ; Том. гос. ун-т, Радиофизический фак. - Томск : [б. и.], 2002. - 31, [1] с.
- Паршина Н. А. Линейная алгебра: алгоритмический подход : учебно-методическое пособие по курсу "Линейная алгебра". Ч. 2 / [Н. А. Паршина] ; Том. гос. ун-т, Радиофизический фак. - Томск : [б. и.], 2003. - 34, [1] с. 3.
- Пахомова Е. Г. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Сборник заданий : Учебное пособие для вузов / Пахомова Е. Г., Рожкова С. В.. - Москва : Юрайт, 2020. - 110 с - (Высшее образование) . URL: <https://urait.ru/bcode/451426>. URL: <https://urait.ru/book/cover/F1E8AD67-DC63-41FF-9AB0-FB97240645BD>
- Ржевский С. В. Высшая математика I: линейная алгебра и аналитическая геометрия. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 211 с.. URL: <http://znanium.com/catalog/document?id=350950>.
- Жукова Г. Аналитическая геометрия. Векторная и линейная алгебра / Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации. - Москва : ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2019. - 415 с.. URL: <http://znanium.com/catalog/document?id=352246>
- Лившиц К. И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : [учебник для вузов по направлению ВПО 010400 "Прикладная математика и информатика"]. Ч. 1 / К. И. Лившиц ; Том. гос. ун-т. - Томск : НТЛ, 2011. - 247, [1] с.: ил. - (Учебники Томского университета)
- Вся высшая математика : [учебник для студентов вузов]. Т. 1 / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко [и др.]. - Изд. стер.. - Москва : ЛИБРОКОМ, 2014. - 327 с.: ил.

в) ресурсы сети Интернет:

- Образовательная платформа Stepik – <https://stepik.org>
- Образовательная платформа Открытое образование – <https://openedu.ru>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ

б) информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

15. Информация о разработчиках

Беккерман Екатерина Николаевна, к. ф.-м. н, ТГУ, доцент