

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт «Умные материалы и технологии»

УТВЕРЖДЕНО:
Директор Института «Умные
материалы и технологии»
И.А. Курзина

Оценочные материалы по дисциплине

Математика

по направлению подготовки

27.03.05 Инноватика

Направленность (профиль) подготовки:
**Tomsk International Science Program, с профессиональным модулем Молекулярная
инженерия / Molecular Engineering**

Форма обучения

Очная

Квалификация

Инженер

Год приема

2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
И.А. Курзина

Председатель УМК
Г.А. Воронова

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 – Способен формулировать и анализировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний естественных, математических и технических наук, с учетом требований законодательства.

ПК-2 – Способен решать профессиональные задачи на основе знаний в сфере биотехнологии и молекулярной инженерии на основе знаний естественных, математических и технических наук, а также математических методов и моделей.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-1.1 – Знает основные положения и законы естественных, математических и технических наук, нормативы, регулирующие научную и производственную деятельность.

РОПК-2.1 – Знает существующие подходы к решению профессиональных задач, в том числе на основе математических методов и моделей.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

- контрольная работа;

2.1. Контрольная работа (РООПК-2.1).

Контрольная работа №1

Вариант №1

Вычислить пределы:

$$1. \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} n! + (n+2)!}{(n-1)! + (n+2)!}; \quad 2. \frac{\lim_{x \rightarrow 1} 1 - \sqrt[4]{x}}{1 - \sqrt{x}}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{5x^2+1} - \frac{3x^2}{15x+1} \right);$$
$$4. \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}; \quad 5. \frac{\lim_{x \rightarrow 0} 1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}; \quad 6. \frac{\lim_{x \rightarrow 2} \sin(2-x)}{\sqrt{2x-2}}.$$

Вариант №2

Вычислить пределы:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+10}{2n-1} \right)^n; \quad 2. \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x+6} - 3}{x-3}; \quad 3. \frac{\lim_{x \rightarrow -2} x^2 + 6x + 8}{x^2 + 5x + 6};$$
$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \ln \frac{(2-x)}{\sqrt{x-1}}; \quad 5. \frac{\lim_{x \rightarrow \pi} 1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}; \quad 6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \operatorname{tg} x}{1 + \sin x} \right)^{\frac{1}{\sin x}}.$$

Вариант №3

Вычислить пределы:

$$1. \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} n!(n+2)}{(n+2)! - n!}; \quad 2. \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 2n}{2n^2+1} \cos \frac{n^2+1}{2n-1}; \quad 3. \lim_{x \rightarrow 2} \ln \frac{(5x-9)}{x^2-4};$$
$$4. \frac{\lim_{x \rightarrow 0.5} 8x^3 - 1}{6x^2 - 5x + 1}; \quad 5. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-1}{4x+3} \right)^{3x-2}; \quad 6. \lim_{x \rightarrow 1} \ln \frac{(2-x)}{\sqrt{x-1}}.$$

Вариант №4**Вычислить пределы:**

$$1. \frac{\lim_{x \rightarrow 0} e^{x^2} - \cos^2 x}{2x^2}; \quad 2. \frac{\lim_{x \rightarrow 2} e^{3x-6} - 1}{x^2 - 4}; \quad 3. \frac{\lim_{x \rightarrow 2} 3x^2 - 2x - 8}{x^2 - 4};$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} (1+x^2)^{\operatorname{ctg} x}; \quad 5. \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^2 - 2x - 8}{x - 4}; \quad 6. \frac{\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \sin x - \cos x}{\cos 2x}.$$

Контрольная работа №2.**Вариант №1****I. Найти производные следующих функций:**

$$1. y = \zeta; \quad 2. 3^x + 3^y = x - y;$$

II. Найти вторую производную $\frac{d^2 y}{dx^2}$:

$$1. y = \frac{x}{x^2 - 1}, \quad 2. \begin{cases} x = \cos(\zeta t/2), \\ \zeta y = t - \sin t. \end{cases}$$

III. Найти производные, пользуясь правилом логарифмического дифференцирования:

$$1. y = \frac{x\sqrt{x+4}}{x^2-1} \quad 2. y = \sqrt{x^3 \sin(\zeta 6x^2) \sqrt[3]{x-4} \zeta}$$

Вариант №2**I. Найти производные следующих функций:**

$$1. y = \operatorname{arctg}(\zeta e^{2x}) \zeta; \quad 2. x - y + \arcsin \zeta \zeta;$$

II. Найти вторую производную $\frac{d^2 y}{dx^2}$:

$$1. y = \ln \operatorname{ctg} 2x, \quad 2. \begin{cases} x = t^3 + 8t, \\ y = t^5 + 2t. \end{cases}$$

III. Найти производные, пользуясь правилом логарифмического дифференцирования:

$$1. y = x^4 \sin \frac{(\zeta x - 5)}{x^3 + 1} \zeta \quad 2. y = \sqrt{x^2 \operatorname{tg}(\zeta 4x^2) \sqrt[3]{x+8} \zeta}$$

Вариант №3**I. Найти производные следующих функций:**

$$1. y = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 2x}; \quad 2. y \sin x = \cos(x - y);$$

II. Найти вторую производную $\frac{d^2 y}{dx^2}$:

$$1. y = \ln \operatorname{ctg} 2x, \quad 2. \begin{cases} x = \cos t, \\ y = t \cos t - \sin t. \end{cases}$$

III. Найти производные, пользуясь правилом логарифмического дифференцирования:

$$1. y = \frac{\sin x \sqrt{x-8}}{\arccos x^3} \quad 2. y = \arcsin x^3 \operatorname{tg} (3x^2)^{\sqrt[3]{x}}$$

Вариант №4

I. Найти производные следующих функций:

$$1. y = x^m \ln x; \quad 2. y^2 x = e^{(y/x)};$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2}$$

II. Найти вторую производную :

$$1. y = x^3 \ln x, \quad 2. \begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t. \end{cases}$$

III. Найти производные, пользуясь правилом логарифмического дифференцирования:

$$1. y = \frac{x \sqrt{x+6}}{x^3+1} \quad 2. y = \sqrt{x^4 \sin (6x^5)^{\sqrt[3]{\arcsin x}}}$$

Контрольная работа №3.

Вариант №1

Вычислить интегралы

$$\begin{array}{ll} 1. \int x \sqrt{1-x^2} dx; & 2. \int \sqrt[5]{x} dx; \\ 3. \int \cos \ln |x| dx; & 4. \int (3+5x) \sin 2x dx; \\ 5. \int \frac{x dx}{x^3-1}; & 6. \int \frac{x dx}{(x+1)(x+3)}; \\ 7. \int \frac{dx}{\cos^4 x}; & 8. \int \frac{\sin^5 x}{\cos^4 x} dx. \end{array}$$

Вариант №2

Вычислить интегралы

1. $\int 2x\sqrt{x^2+1}dx;$
2. $\int \cos(8-5x)dx;$
3. $\int \dots;$
4. $\int x^2 \ln x dx;$
5. $\int \frac{dx}{(x-1)\dots};$
6. $\int \frac{(2x-1)dx}{(x-1)(x-2)};$
7. $\int \frac{dx}{4+3\sin^2 x};$
8. $\int t g^3 x dx.$

Вариант №3

Вычислить интегралы

1. $\int x^2 \sqrt{x^3+2} dx;$
2. $\int \frac{\ln^4 x}{x} dx;$
3. $\int (2-3x^2)3^{x+1} dx;$
4. $\int \sqrt{x} \ln x dx;$
5. $\int \frac{(x-8)dx}{x^3-2x^2+x};$
6. $\int \frac{dx}{x^3-x^2};$
7. $\int \frac{\cos^2 x dx}{\sin^4 x};$
8. $\int \frac{tg x dx}{1-ct g^2 x}.$

Вариант №4

Вычислить интегралы

1. $\int \frac{x^3}{\sqrt[3]{x^4+1}} dx;$
2. $\int \frac{\sin 4x}{2-3\cos 4x} dx;$
3. $\int \operatorname{arctg} 2x dx;$
4. $\int \sqrt{x^5} \ln x dx;$
5. $\int \frac{(x+2)dx}{(x-1)x};$
6. $\int \frac{dx}{x^2(1+x)};$
7. $\int \frac{dx}{\cos^3 x};$
8. $\int \frac{\sin^7 x}{\cos^6 x} dx.$

Контрольная работа №4.

Вариант №1

1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

$$1) \int_1^3 \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}; \quad 2) \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{(x^3+8)^4}}.$$

2. Вычислить длину кривой: $\begin{cases} x=5(t-\sin t), \\ y=5(1-\cos t), \end{cases} t \in [0, \pi]$.

3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1) $y=e^x$, $y=e^{-x}$ и $x=1$;

2) $\rho=\sqrt{2\sin\phi}$.

Вариант №2

1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

1) $\int_0^1 \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^5}}$;

2) $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+x^2)}$

2. Вычислить длину кривой

$$\begin{cases} x=8\sin t+6\cos t, & t \in [0, \frac{\pi}{2}]; \\ y=6\sin t-8\cos t, & \end{cases}$$

3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1) $y^2=3x$, $x^2=3y$;

2) $\rho=0,5+\cos\phi$.

Вариант №3

1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

1) $\int_1^2 \frac{dx}{x(\ln x)^2}$;

2) $\int_1^{\infty} x^3 \left(\arctg \frac{\pi}{x}\right)^5 dx$.

2. Вычислить длину кривой:

$$\begin{cases} y^2=(x+1)^3, \\ x \in [-1; 1]. \end{cases}$$

3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1) $4y=x^2$, $y=\frac{8}{x^2+4}$;

2) $\rho=4\cos 4\phi$.

Вариант №4

1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

1) $\int_0^1 \frac{x^3 dx}{1-x^8}$

2) $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+e^x}$.

2. Вычислить длину кривой:

$$y=-\ln\cos x, \quad 0 \leq x \leq \frac{\pi}{6}.$$

3. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

$$1) \begin{cases} y = \sqrt{e^x - 1}, & y = 0, \\ x = \ln 2. \end{cases};$$

$$2) \rho = 5 \sin 3\phi.$$

Контрольная работа №5.

Вариант №1

Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

$$1. (y + y \ln x) dx - (x - xy) dy = 0.$$

$$2. y' + \frac{2x}{1+x^2} y = \frac{2x^2}{1+x^2}.$$

$$3. \left(x y^2 + \frac{x}{y^2} \right) dx + \left(x^2 y - \frac{x^2}{y^3} \right) dy = 0.$$

Найти частные решения уравнений:

$$4. x y' - y = x \operatorname{tg} \left(\frac{y}{x} \right), y(1) = 1.$$

$$5. e^y dx = (2y - x e^y) dy, y(-1) = 0.$$

Вариант №2

Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

$$1. x(y+1) dx - (x^2+1) y dy = 0.$$

$$2. x y' + y - 3 = 0.$$

$$3. (x^2 + 2xy - y^2) dx = (y^2 + 2xy - x^2) dy.$$

Найти частные решения уравнений:

$$4. y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}, y(1) = 1 + e.$$

$$5. (x - 2xy) dy = (y^2 - y) dx, y(0) = 1.$$

Вариант №3

Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

$$1. y' = 3x^2 y - x^2.$$

$$2. y' + xy = x y^3.$$

$$3. (3x^2 y + 2y + 3) dx + (x^3 + 2x + 3y^2) dy = 0.$$

Найти частные решения уравнений:

$$4. x dy - y dx = \sqrt{x^2 + y^2} dx, y(1) = 0.$$

$$5. dy = 2x(x^2 + y) dx, y(0) = 0.$$

Вариант №4

Определить тип и найти общие решения данных уравнений:

$$1. y e^{2x} dx - (1 + e^{2x}) dy = 0.$$

$$2. \quad y' + \frac{y}{2x} = x^2.$$

3. i

Найти частные решения уравнений:

$$4. \quad (x^2 + y^2) dx + xy dy = 0, \quad y(1) = 0.$$

$$5. \quad (y^2 + 4) dx - 2xy dy = 2y dy, \quad y(1) = 1.$$

Оценивается логика рассуждений, правильность выбора методов решения, но только при условии нахождения верного ответа.

№	Действие	Баллы
1	Получен правильный ответ	1
2	Логика рассуждений в ходе решения	1
3	Подбор и применение метода решения	1

При получении баллов итоговая оценка выставляется преподавателем, в соответствии с переводной шкалой – 1 балл=удовлетворительно, 2 балла=хорошо, 3 балла=отлично. Оценка за всю работу есть простое среднее суммы за отдельные примеры

3 Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачет с оценкой в первом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Зачет с оценкой во втором семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Экзамен в третьем семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и две задачи. Продолжительность экзамена 2 часа.

3.1 Примеры экзаменационных билетов

Перечень теоретических вопросов для зачёта с оценкой в первом семестре.

1. Понятие матрицы. Сложение и умножение матриц, их свойства. Транспонирование матриц.

2. Определители матриц и их свойства.

3. Теорема Лапласа и следствия из неё.

4. Теорема об обратной матрице. Алгоритм нахождения обратной матрицы.

5. Теорема Крамера и формулы Крамера.

6. Теорема Кронекера – Капелли. Решение произвольной системы линейных уравнений, алгоритм решения.

7. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.

8. Понятие последовательности и её предела. Понятие предела функции.

9. Первый замечательный предел и его следствия.

10. Второй замечательный предел и его применение.

11. Непрерывность и точки разрыва функций.

12. Понятия производной и дифференциала функции в точке. Вычисление производных по определению. Дифференцирование сложных функций.

13. Вычисление производной от неявно заданной функции. Правило логарифмического дифференцирования.

14. Точки экстремума функции. Точки перегиба.

15. Порядок исследования функций и построение их графиков.

Перечень теоретических вопросов для зачёта с оценкой во втором семестре.

1. Понятие частной производной для функции нескольких переменных. Дифференциал функции многих переменных. Примеры вычислений.
2. Метод наименьших квадратов.
3. Понятие неопределённого интеграла. Свойства интегралов. Интегралы элементарных функций.
4. Метод замены переменной в неопределённом интеграле. Формула интегрирования по частям. Примеры применения.
5. Интегрирование рациональных дробей.
6. Понятие определённого интеграла. Примеры его применения.
7. Определение вероятности события. Методы комбинаторики. Примеры.
8. Свойства вероятностей событий.
9. Формула для вероятности объединения событий. Условная вероятность.
10. Случайная величина. Функция распределения случайной величины.
11. Закон распределения дискретной случайной величины. Примеры дискретных распределений.
12. Преобразования случайных величин.
13. Математическое ожидание случайной величины. Дисперсия случайной величины. Примеры.
14. Нормальное распределение. Свойства нормального распределения.
15. Законы больших чисел. Центральная предельная теорема.

Перечень теоретических вопросов для экзамена в третьем семестре.

1. Понятие матрицы. Определители матриц и их свойства.
2. Теорема об обратной матрице. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
3. Теорема Крамера и формулы Крамера.
4. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
5. Понятие последовательности и её предела. Понятие предела функции.
6. Первый замечательный предел и его следствия.
7. Второй замечательный предел и его применение.
8. Непрерывность и точки разрыва функций.
9. Понятия производной и дифференциала функции в точке. Вычисление производных по определению. Дифференцирование сложных функций.
10. Точки экстремума функции. Точки перегиба.
11. Понятие частной производной для функции нескольких переменных. Дифференциал функции многих переменных. Примеры вычислений.
12. Метод наименьших квадратов.
13. Понятие неопределённого интеграла. Свойства интегралов. Интегралы элементарных функций.
14. Метод замены переменной в неопределённом интеграле. Формула интегрирования по частям. Примеры применения.
15. Интегрирование рациональных дробей.
16. Понятие определённого интеграла. Примеры его применения.
17. Определение вероятности события. Методы комбинаторики. Примеры.
19. Случайная величина. Функция распределения случайной величины.
20. Нормальное распределение. Свойства нормального распределения.
21. Интегрирование иррациональных и тригонометрических функций.
22. Однородные и неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка.
23. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах.
24. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка.

25. Числовые ряды. Признаки сходимости числовых рядов.
26. Функциональные ряды. Степенные ряды.
27. Скалярное и векторное произведение векторов. Их использование для определения геометрических величин.
28. Линии, плоскости и поверхности в трёхмерном пространстве.
29. Дифференциальные формы. Криволинейный, поверхностный интегралы.
30. Формула Стокса.

Критерии оценивания

Результаты аттестации определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «Отлично» выставляется в случае, если студент выполнил все контрольные работы на отлично и правильно ответил на все вопросы на экзамене.

Оценка «Хорошо» выставляется в случае, если студент хорошо выполнил все контрольные работы и ответил на все вопросы на экзамене с несущественными ошибками.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется в случае, если студент выполнил все контрольные работы и ответил на вопросы на экзамене, но лишь частично.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не выполнил все контрольные работы и не ответил на вопросы на экзамене.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задачи (РОПК-1.1, РОПК-2.1)

1. Найдите вторую производную функции $y = \arcsin 2x$.
2. Функция спроса на некоторый товар имеет вид $2q = 120 - 5p$. Найдите значение коэффициента эластичности спроса при цене $p = 4$. Прокомментируйте полученный результат.
3. Автосалон реализует партию автомобилей в количестве 10 штук, причем 4 автомобиля из данной партии имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что среди 5 автомобилей, приобретаемых коммерческой организацией, окажутся 2 автомобиля с дефектами? Ответ запишите в виде десятичной дроби, округлив полученное значение до тысячных.

4. Найдите предел функции $\lim_{n \rightarrow 0} \frac{1}{n} \times \left(\frac{1}{n+4} + \frac{1}{4} \right)^n$

Информация о разработчиках

Диль Денис Олегович кандю физ.-мат. наук, доцент Механико-математический факультет, ТГУ.