

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан физического факультета  
С.Н. Филимонов

Рабочая программа дисциплины

**Стохастический анализ**

по направлению подготовки

**03.04.02 Физика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**«Фундаментальная физика»**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Магистр**

Год приема  
**2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
О.Н. Чайковская

Председатель УМК  
О.М. Сюсина

Томск – 2024

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины (модуля)**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ПК 1– Способен самостоятельно ставить конкретные задачи научных исследований в области физики и решать их с помощью современной аппаратуры и информационных технологий с использованием новейшего российского и зарубежного опыта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИПК 1.1 –Знает основные стратегии исследований в выбранной области физики, критерии эффективности, ограничения применимости.

ИПК 1.2 – Умеет выделять и систематизировать основные цели исследований в выбранной области физики, извлекать информацию из различных источников, включая периодическую печать и электронные коммуникации, представлять её в понятном виде и эффективно использовать.

ИПК 1.3 – Владеет навыками аналитической переработки информации, проведения исследований с помощью современной аппаратуры и информационных технологий, обобщения и представления результатов, полученных в процессе решения задач исследования.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить аппарат стохастического анализа и сформировать навыки описания физических систем со стохастическими свойствами.

– Научиться применять понятийный аппарат стохастического анализа для изучения свойств стохастических физических систем и решения практических задач профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Семестр 3, экзамен.

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: дифференциальное и интегральное исчисление, линейная алгебра, теория вероятностей, математическая физика, функциональный анализ.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины (модуля)**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

– лекции: 16 ч.;

– практические занятия: 16 ч.;

в том числе практическая подготовка: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам**

- Тема 1. Введение. Примеры стохастических процессов. Основные идеи стохастического анализа физических систем. Случайное воздействие на систему. Движение броуновской частицы. Эйнштейновское описание броуновского движения.
- Тема 2. Уравнение Ланжевена. Управляющее уравнение. Движение частицы по действию флуктуационной силы. Уравнение Ланжевена. Закон действующих масс. Кинетические уравнение. Пример: уравнение Вольтерра-Лоттки. Вероятности перехода. Управляющее уравнение.
- Тема 3. Случайные переменные. Байесовский подход. Вероятности. Случайные переменные. Совместные вероятности. Условные вероятности. Формулы Байеса. Средние и высшие моменты.
- Тема 4. Нормальное распределение. Нормальное распределение и центральная предельная теорема. Целочисленных случайные переменные и распределение Пуассона. Виды предельных переходов на вероятностном пространстве.
- Тема 5. Стохастический процесс. Условие Маркова. Понятие о стохастическом процессе, формализм описания. Постулат Маркова и марковский случайный процесс. Пример: радиоактивный распад. Дискретное и непрерывное пространства состояний. Математическая модель непрерывного марковского процесса. Уравнение Чепмена-Колмогорова и его свойства.
- Тема 6. Скачкообразные процессы. Уравнение Фоккера-Планка. Уравнение Фоккера-Планка. Управляющее уравнение. Скачкообразные и диффузионные процессы. Уравнение Лиувилля. Обратные уравнения.
- Тема 7. Стационарные и однородные процессы. Стохастическое движение системы, находящейся в устойчивом состоянии. Эргодические свойства. Однородные процессы. Автокорреляция. Пример марковского процесса. Пример стационарного распределения. Процесс Орнштейна-Уленбека. Характеристическая функция. Корреляционные функции. Винеровский процесс.
- Тема 8. Понятие о стохастических интегралах и стохастических дифференциальных уравнениях. Динамическое уравнение со случайной силой. Снос и дисперсия. Понятие о стохастических интегралах. Свойства стохастических интегралов. Понятие о стохастических дифференциальных уравнениях. Связь с уравнением Фоккера-Планка.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине осуществляется путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр. Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» – <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен в третьем семестре проводится в устной форме по билетам. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» – <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» – <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=2885>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине (<https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>).

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

Тема 1. Примеры моделей физических систем со случайным воздействием. Случайная сила, случайные параметры. Пример модели одномерного движения частицы под действием случайной силы. Модель движения броуновской частицы. Уравнение Ланжевена.

Тема 2. Управляющее уравнение. Примеры построения управляющего уравнения в простых моделях физических систем. Теория дробового шума.

Тема 3. Вероятностное описание примеров физических систем. Применение Байесовских соотношений. Вычисление моментов случайных величин. Нормальное распределение и центральная предельная теорема. Целочисленные случайные переменные и распределение Пуассона. Виды предельных переходов на вероятностном пространстве.

Тема 4. Стохастические процессы. Примеры стохастических процессов. Условие Маркова. Уравнение Чепмена-Колмогорова в простых моделях и его свойства.

Тема 5. Скачкообразные процессы. Уравнение Фоккера-Планка. Диффузионные процессы. Примеры стационарных процессов.

Тема 6. Примеры стохастических интегралов. Свойства стохастических интегралов. Связь с уравнением Фоккера-Планка.

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

- Кузнецов Д.Ф. Стохастические дифференциальные уравнения: теория и практика численного решения. 4-е изд., испр. и доп. — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. — 786 с.
- Malliavin P. Stochastic analysis. Vol. 313. Springer, 2015.
- Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения. — М.: Мир, 2000. — 400 с.
- Гардинер К. В. Стохастические методы в естественных науках. — М.: Мир, 1986. — 528 с.
- ван Кампен Н. Г. Стохастические процессы в физике и химии. — М.: Высшая школа, 1990. — 376 с.
- Кингман Дж. Пуассоновские процессы. — М.: МЦНМО, 2007. — 136 с.
- Ватанабэ, С. Стохастические дифференциальные уравнения и диффузионные процессы. — М.: Наука, 1986. — 445 с.
- Пугачев В. С., Сеницын И. Н. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация/ В.С. Пугачев, И.Н. Сеницын. — М.: Наука, 2000. — 630 с.
- Ширяев, А. Н. Вероятность. — М.: Наука, 1989. — 638 с.
- Гихман И. И. Стохастические дифференциальные уравнения и их приложения/ И.И. Гихман, А.В. Скороход. — Киев: Наукова думка, 1982. — 611 с.
- Кляцкин В.И. Стохастические уравнения глазами физика (Основные положения, точные результаты и асимптотические приближения). — М.: Физматлит, 2001. — 528 с.

б) дополнительная литература:

- Леваков, А. А. Стохастические дифференциальные уравнения. — Минск: БГУ, 2009. — 231 с.
- Рёпке Г. Неравновесная стохастическая механика. — М.: Мир, 1990. — 320 с.
- Леви П. Стохастические процессы и броуновское движение. — М.: Наука, 1990. — 376 с.
- Трифонов А.Ю. Уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова в квазиклассическом приближении/ А.Ю. Трифонов, А.В. Шаповалов. В Сб. Трудов 9-ой Международной Конференции "Математика. Компьютер. Образование", под ред. Г.Ю. Ризниченко, в 2-х томах. Издательство "Регулярная и хаотическая динамика" — Москва — Ижевск, 2002. т. 2. С. 356-367. Дубна, 28.01-02.02.2002 г.

- Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. -- М., Мир, 1988.
- Shapovalov A.V., Trifonov A. Yu., and Masalova E.A. Nonlinear Fokker–Planck Equation in the Model of Asset Returns// SIGMA (Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications). 2008. V.4. Paper 038, 10 pp./http://www.emis.de/journals/SIGMA/.
- Shapovalov A.V., Rezaev R.O., Trifonov A.Yu., Symmetry operators for the Fokker–Plank–Kolmogorov equation with nonlocal quadratic nonlinearity, SIGMA 3 (2007), 005, 16 pages, math-ph/0701012.

в) ресурсы сети Интернет:

– открытые онлайн-курсы

– Журнал «Эксперт» – <http://www.expert.ru>

открытые публикации

<https://arxiv.org/abs/1411.2964>

[http://math.univ-lyon1.fr/~attal/Ecole\\_main.html](http://math.univ-lyon1.fr/~attal/Ecole_main.html)

<https://www.math.ethz.ch/news-and-events/events/research-seminars.html>

[http://sernam.ru/book\\_tec.php?id=18](http://sernam.ru/book_tec.php?id=18)

[http://edu.alnam.ru/book\\_v\\_tau2.php?id=52](http://edu.alnam.ru/book_v_tau2.php?id=52)

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории, оборудованные соответствующей техникой (в том числе «Актру»), для реализации учебного процесса в смешанном формате.

### 15. Информация о разработчиках

Шаповалов Александр Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической физики ФФ НИ ТГУ.