

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 30 » 06 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

**Математическое моделирование задач техники и естествознания**

по направлению подготовки

**01.04.03 Механика и математическое моделирование**

Направленность (профиль) подготовки :

**Механика жидкости, газа и нефтегазотранспортных систем**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Магистр**

Год приема

**2022**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.2.02

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



А.М. Бубенчиков

Председатель УМК



Е.А. Тарасов

Томск – 2022

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий.

УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИУК 1.1 Выявляет проблемную ситуацию, на основе системного подхода осуществляет её многофакторный анализ и диагностику.

ИУК 1.2 Осуществляет поиск, отбор и систематизацию информации для определения альтернативных вариантов стратегических решений в проблемной ситуации.

ИУК 1.3 Предлагает и обосновывает стратегию действий с учетом ограничений, рисков и возможных последствий.

ИУК 2.1 Формулирует цель проекта, обосновывает его значимость реализуемость.

ИУК 2.2 Разрабатывает программу действий по решению задач проекта с учетом имеющихся ресурсов и ограничений.

ИУК 2.3 Обеспечивает выполнение проекта в соответствии с установленными целями, сроками и затратами.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

-Формирование умений и навыков построения математических моделей и методики построения моделей для задач техники и естествознания ;

-Формирование систематических знаний в области разностных методов решения нестационарных краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных, экономичных схем решения многомерных задач математической физики,

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Второй семестр, зачет

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: Математический анализ, Алгебра, Аналитическая геометрия, Функциональный анализ, Компьютерные науки, Механика сплошной среды, Физика.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часов, из которых:

-лекции: 16 ч.

-практические занятия: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

**Тема 1.Введение**

Что такое модель? Классификация математических моделей.

**Тема 2. Математическое моделирование задач эпидемии и народонаселения Земли.** Модель Мальтуса. Модель Капицы. Модель распространения вируса.

**Тема 3. Математическое моделирование задач логистики.**

Основы теории графов. Сетевое планирование и управление (СПУ). Задача о максимальном потоке в сети, алгоритм Дейкстры, задача о кратчайшем расстоянии, сеть Штейнера.

**Тема 4. Математическое моделирование задач механики сплошной среды.**

Разностные схемы для решения нестационарных сопряженных краевых задач. Анизотропные среды. Двумерные сетки, триангуляция Делоне и диаграммы Вороного. Экономичные разностные схемы метода дробных шагов и метода суммарной аппроксимации. Основы метода параллельных вычислений.

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости лекций и практических занятий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

К аттестации допускается студент, выполнивший программу практики по дисциплине. Зачет во втором семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса и задачу. Продолжительность зачета 1,5 часа. Примерный перечень вопросов для зачета

- 1) Устойчивые и неустойчивые алгоритмы. Пояснить.
- 2) Необходимый спектральный признак устойчивости. Сформулировать.
- 3) Нормальные матрицы. Дать определение.
- 4) Два определения устойчивости разностной схемы и условия их эквивалентности.
- 5) Теорема Лакса.
  6. Сетки и сеточные функции. Нормы сеточных функций пространства  $U_h$  и  $F_h$ .
  7. Примеры приведения к канонической форме.
  8. Достаточный признак устойчивости, как равномерная ограниченность норм степеней оператора  $R_h$ .
  9. Теорема Адамара. Теорема Таусски.
  10. Простейшие разностные производные.
  11. Примеры разностных схем для задачи Коши.
  12. Сходимость метода Эйлера.
  13. Основные обозначения и понятия разностных схем.
  14. Сетки и сеточные функции. Одномерный и двумерный случаи. Пояснить на примере.
  15. 22) Равномерные и неравномерные сетки. Примеры.
  16. 23) Примеры разностной аппроксимации простейших дифференциальных операторов.

$$Lv \equiv \frac{dv}{dt}; \quad Lv \equiv \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}; \quad v = v(x, t).$$

17. Оценка погрешности аппроксимации.

$$L_h u \equiv \frac{1}{h} \left[ \frac{u(x+h_2) - u(x)}{h_2} - \frac{u(x) - u(x-h_1)}{h_1} \right] = \frac{u_x - u_x}{\bar{h}}, \quad \bar{h} = 0.5(h_1 + h_2).$$

- 22. Отличие метода дробных шагов от метода суммарной аппроксимации.
- 23. Основы СПУ.
- 24. Алгоритм Дейкстры.
- 25. Задача о максимальном потоке.
- 26. Задача о потоке максимальной стоимости.
- 27. Экономичная схема расщепления по физическим процессам.

Результаты зачета определяются в соответствии с таблицей

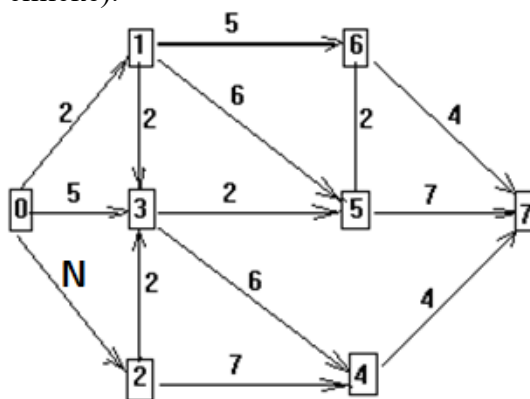
Оценка результатов контроля	Критерии соответствия
(зачет)	Даны правильные и развернутые ответы на все вопросы. Студент выполнил все задания для СРС.
(незачет)	Дан неправильный ответ на все вопросы билета. Студент очень плохо владеет основными понятиями теории графов. Допущены существенные терминологические и фактические ошибки. Студент не выполнил все задания для СРС.

### 11. Учебно-методическое обеспечение

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=12879>
- б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.
- в) План семинарских / практических занятий по дисциплине состоит из выполнения 5 практических заданий. По каждому заданию оформляется и защищается отчет.

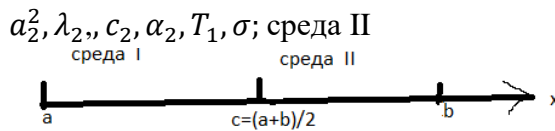
#### Задание №1

1. Записать математическую модель задачи о максимальном потоке. Используя теорему Форда-Фалкерсона, найти максимальный поток  $f$ . (N-номер студента в списке).



#### Задание №2

1. Записать математическую постановку и найти аналитическое решение стационарной задачи о нагреве тонкого неоднородного стержня с параметрами  $a_1^2, \lambda_1, c_1, \alpha_1, T_0, \sigma$ ; среда I



Крайевые условия:

1.  $\frac{\partial u(0)}{\partial x} = 0$ ;  $u(1) = 100$ ; сталь, медь,
2.  $u(0) = 20$ ;  $u(1) = 100$ ; серебро, молибден,
3.  $u(0) = 20$ ;  $u'(1) = 100$ ; свинец, цинк,
4.  $\frac{\partial u(0)}{\partial x} = 0.1(u(0) - 500)$ ;  $u(1) = 100$ ; сталь, платина,

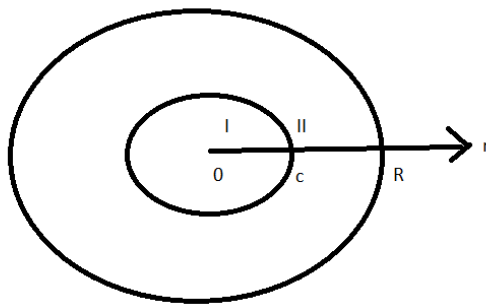
**Задание №3**

1. Записать математическую постановку и найти аналитическое решение одномерной стационарной задачи о нагреве

двухслойного неоднородного цилиндра с параметрами

$a_1^2, \lambda_1, c_1, \alpha_1, T_0, \sigma$ ; среда I

$a_2^2, \lambda_2, c_2, \alpha_2, T_1, \sigma$ ; среда II



1.  $\frac{\partial u(0.02)}{\partial r} = 50(u(0.02) - 500)$ ;  $u(0.12) = 100$ ; сталь, ренний,
2.  $\frac{\partial u(0.02)}{\partial r} = 0.1(u(0.02) - 500)$ ;  $u'(0.12) = 100$ ; сталь, платина,
3.  $u(0.04) = 100$ ;  $\frac{\partial u(0.2)}{\partial r} = 0.1(1000 - u(0.2))$ ; сталь, молибден,
4.  $u(0.04) = 100$ ;  $\frac{\partial u(0.2)}{\partial r} = 100(1000 - u(0.2))$ ; сталь, молибден,
5.  $\frac{\partial u(0.1)}{\partial r} = 50(u(0.1) - 500)$ ;  $u(0.3) = 100$ ; сталь, титан,
6.  $\frac{\partial u(0.02)}{\partial r} = 50(u(0.02) - 500)$ ;  $u(0.12) = 100$ ; сталь, серебро,

**Задание №4**

Решить нестационарную краевую задачу по явной разностной схеме с абсолютной погрешностью  $10^{-2}$ .

$$\phi(x) = 100^0 C, T_e = 1000, T = 60c, \varepsilon = 0.5, \alpha = 0.01$$

1.  $\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad u(x, 0) = \phi(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 < t \leq T$
- $$\lambda \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \alpha_1 (u|_{x=0} - T_e) + \varepsilon \sigma (u^4_{x=1} - T_e^4),$$

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=1} = \alpha_2 (T_e - u|_{x=1})$$

Материал –алюминий.

$$2. \quad \frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right), \quad u(r, 0) = \phi(r) = 100, \quad 0 \leq r \leq 1, \quad 0 < t \leq T$$

$$\frac{\partial u}{\partial r}|_{r=0} = 0, \quad \lambda \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=1} = \alpha (T_e - u|_{x=1})$$

Материал –молибден.

### Задание №5

1. Записать расчетные формулы экономичного метода дробных шагов (метод Н. Н. Яненко).
2. Нарисовать макро-схему программы.
3. Проверить аппроксимацию схемы в целых шагах и исследовать на устойчивость по начальным данным методом гармоник для граничных условий первого рода.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad u(x, y, 0) = \varphi(x, y), \quad (1)$$

$$0 \leq x \leq A, 0 \leq y \leq B \quad 0 < t \leq T = 120$$

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=0} = \alpha_1 (U|_{y=0} - T_e),$$

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial y}|_{y=B} = \alpha_2 (T_e - u|_{y=B}), \quad \lambda \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = \alpha_3 (u|_{x=0} - T_e)$$

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=A} = \alpha_4 (T_e - u|_{x=A})$$

д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

Студенты обязаны соблюдать дисциплину, вовремя приходить на занятия, в установленные сроки осуществлять выполнение практических заданий, активно работать на занятиях. Допуск к зачету осуществляется на основании выполнении всех практических заданий и сдачи собеседования по ним.

Важное место в освоении дисциплины занимает самостоятельная работа магистрантов, включающая в себя работу с информационными источниками, поиск, анализ и синтез информации, использование и развитие навыков построения математических моделей и решения практических задач.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. 2001. 320с.
2. В. Н. Ашихмин и др. Введение в математическое моделирование. М., Логос, 2005.- 440с.
3. Капица С. П. Феноменологическая теория роста населения Земли. УФН, 1996, том 166, номер 1, с. 63–80
4. 1. Капица С.П., Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г. Синергетика и прогнозы будущего. Изд. 3-е. – М.: Едиториал УРСС, 2003 – 288 с. – (Синергетика: от прошлого к будущему).
5. Самарский А. А., Николаев Е. С.. Методы решения сеточных уравнений. – М.: Наука, 1978,-592 с.
6. Самарский А. А., Вабищевич. Вычислительная теплопередача. Либроком.2014.- 784с.
7. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Н. Н. Я н е н к о, 1967, - 197.с.
8. А.А. Самарский. Теория разностных схем.- М.:Наука,1989,-611 с.
9. В.М. Вержбицкий. Основы численных методов. – М., 2013.-847с.
10. Н.Н.Калиткин. Численные методы.-СПБ:БХВ-Петербург, 2014.-586 с.
11. В.Ф. Дьяченко. Основные понятия вычислительной математики. М.:Наука,1977.- 127 с.
12. Дмитриев Н.А. Избранные труды. Теоретическая физика. Математика. – Саров: ФЧГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2004.
13. А.А. Амосов и др. Вычислительные методы для инженеров. – СПб:Лань,2014.-671 с.
14. Н. Н Меркулова, М. Д. Михайлов. Методы приближенных вычислений. Томск: издательский дом ТГУ, 2014.-762 с.
15. В.Н. Емельянов, Волков К.Н. Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках.-М.: Физматлит, 2015.-416 с.
16. Харари Ф. Теория графов. М.: 2009. –300 с.
17. Берцун В. Н. Математическое моделирование на графах. Ч.2: Томск: Изд. – во Томского университета, 2013. ч.II. –86 с.
18. Воеводин В. В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. –М: МГУ, 2010. — 168с.

б) дополнительная литература:

1. А.А.Самарский. Введение в теорию разностных схем.-М.:Наука,1971,-552 с.
2. С.К.Годунов, В.С.Рябенский. Разностные методы.-М.: Наука, 1973.-400 с.
3. Р.Рихтмайер, К. Мортон. Разностные методы решения краевых задач. –М.: Мир, 1972. – 418 с.
4. Ю.В. Ракитский, С.М. Устинов, И.Г. Черноруцкий. Численные методы решения жестких систем ОДУ. –Л. – 1979.-208 с
5. Б. И. Квасов. Численные методы анализа и линейной алгебры. Ч.1,2. Новосибирск, 2009,282 с.
6. Саульев В. К., Интегрирование уравнений параболического типа методом сеток, М., 1960;
7. Михеев. Основы теплопередачи,1977
8. В.Н. Берцун, Сплаины сеточных функций и их приложения, Томск, ТГУ, 2002. - 124с.
9. Д.К. Фирсов, Метод контрольного объёма на неструктурированной сетке в вычислительной механике, Томск, 2007. - 57 с.
10. А.А. Самарский, П.В. Вабищевич, Вычислительная теплопередача, М., Едиториал УРСС, 2003. — 784 с.

11. Патанкар С. В. Численное решение задач теплопроводности и
  12. Ильман В.М. Алгоритмы триангуляции плоских областей по нерегулярным сетям точек // Алгоритмы и программы, ВИЭМС. Вып. 10(88).- М., 1985.- с.3-35].
  13. Толстых М. А. Глобальная полулагранжева модель численного прогноза погоды. М., 2010.
  14. Якововский М. В. Обработка сеточных данных на распределенных вычислительных системах. <http://lira.imamod.ru/lit/VANT2004.pdf>
  15. Галанин М.П., Щеглов И.А. Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: прямые методы. М., 2006. 32 с. (Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 10).
  16. Галанин М.П., Щеглов И.А. Разработка и реализация алгоритмов трехмерной триангуляции сложных пространственных областей: итерационные методы. М., 2006. 32 с. (Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, № 9).
  17. Маневич В. А. Аналитическая геометрия с теорией изображений. М., Высшая школа. 1969, -304с.
  18. Воеводин В.В. Математические модели и методы в параллельных процессах. (4-7)
  19. Гергель В.П., Стронгин Р.Г. Основы параллельных вычислений для многопроцессорных вычислительных систем. Нижний Новгород: ННГУ, 2002. 122с. (1,2)
  20. Воеводин В.В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. -СПб: БХВ - Петербург, 2002. -608 с.
  21. Кузнецов Г. В., Шеремет М. А. Разностные методы решения задач теплопроводности.-Томск. Изд.-во ТПУ, 2007.-172с.
  22. Энциклопедия учителя IV. Информационное моделирование.
  23. Ивлев В. В. Математический анализ. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. М. Икар. 2017.
  24. Ивлев В. В. Математический анализ. Избранное. М. Икар. 2018.
  25. Гриб А.А. Установившееся движение грунтовых вод при наличии дренажной трубы, свободной поверхности и водонепроницаемого слоя в виде угла // Известия НИИ математики и механики при Томском государственном университете. 1938. Т. 2. Вып. 2.
- в) ресурсы сети Интернет:
- 1) <http://digest.ws/matlab.html>
  - 2) <http://www.cs.cmu.edu/afs/cs/project/cil/www/v-images.html>
  - 3) <http://www.imageprocessingplace.com/>
  - 4) <http://matlab.exponenta.ru/imageprocess/liter/liter.php>

### 13. Перечень информационных технологий

- а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:
- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
  - публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).
- б) информационные справочные системы:
- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
  - Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
  - ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>



- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

##### **ПРИЛОЖЕНИЕ (обеспечение комп. классов)**

##### **314 ауд.**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:• операционные системы: Microsoft Windows 10.

- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX+ TeXstudio, Libre Office.

- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с

базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran

Compiler 2015 (Parallel Studio), CUDA Toolkit 10.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++,

Fortran), Qtcreator, cmake, python3 (anakonda3), Visual Studio Code, R-lang, node.js, Pycharm, free

pascal.

- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Mathematica 8, Maple 15, Matlab R2015.

- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software

Surfer.

- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.

- Утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming.

- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

##### **316 ауд.**

Интерактивный набор (доска InterWrite, экран, 2 проектора EPSON)

16 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 7

- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX 2.9+Texmaker+TeXstudio, Libre

Office.

- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015, CUDA Toolkit 9.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), PGI fortran.
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Maple 15, Matlab R2015; Statistica 10, Mathematica 8
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.
- Утилиты для получения удаленного доступа Winscp, Putty, Xming.
- утилиты 7zip, Adobe Acrobat Reader, DjVu Reader, Far manager, Mozilla Firefox, Notepad++.

### **319 ауд.**

Интерактивный набор (доска Smart с проектором, экран и проектор EPSON)

13 Компьютеров

Свободное и лицензионное программное обеспечение:

- операционные системы: Microsoft Windows 7
- офисные и издательские пакеты: Microsoft Office 2013, MikTeX 2.9;
- средства разработки приложений и СУБД: Microsoft Visual Studio 2015, Delphi 2006 (для работы с базами данных - Borland Database Engine, Database Desktop), Lazarus, PascalABC.NET, Intel Fortran Compiler 2015, CUDA Toolkit 9.2, IDE CodeBlocks, MinGW compilers (C, C++, Fortran), python3 (anakonda3).
- математические пакеты: PTC Mathcad 15, Maple 15, Matlab R2015.
- пакеты математической и графической обработки данных: Golden Software Grapher, Golden Software Surfer.
- пакеты для решения задач вычислительной гидродинамики: Ansys 17.2, Fluent 6.3 + Gambit.

### **15. Информация о разработчиках**

Берцун Владимир Николаевич, к.ф.-м.н., доцент, ТГУ, доцент.