

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан ММФ ТГУ  
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине

**Математическая теория опционов**

по направлению подготовки

**01.03.01 Математика**

**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль) подготовки

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики**  
**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики**  
**и компьютерных наук**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2023**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
Л.В.Гензе

Председатель УМК  
Е.А.Тарасов

## **1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-4 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен проводить научно-исследовательские разработки по отдельным разделам выбранной темы.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 4.1 Проводит поиск и обработку научной и научно-технической информации, необходимой для решения исследовательских задач

ИОПК 4.2 Оценивает полученные результаты и формулирует выводы по итогам проведенных исследований

ИПК 1.1 Проводит работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

ИПК 1.2 Подготавливает планы и программы проведения отдельных этапов научно-исследовательской работы

ИПК 1.3 Проводит отдельные этапы научно-исследовательской работы

## **2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания**

Элементы текущего контроля:

– контрольная работа.

Контрольная работа (ИОПК 4.1-4.2, ИПК-1.1-1.3)

Контрольная работа состоит из 1 теоретического вопроса и 2 задач.

Перечень теоретических вопросов:

1. Сформулировать задачу хеджирования европейского типа. Дать определение справедливой инвестиционной стоимости европейского типа.

2. Доказать теорему о существовании и единственности мартингального представления для модели КРР.

3. Доказать необходимость в теореме Харисона -Плиски.

4. Доказать существование решения уравнения Блэка-Шоулса.

Примеры задач:

1. Построить вероятностное пространство для модели Кокса – Росса – Рубинштейна.

2. Рассчитать стоимость экстремального опциона купли европейского типа для симметричного рынка и  $N=2$ .

3. Построить мартингальное представление для европейского опциона купли для симметричного рынка и  $N=3$ .

4. Рассчитать стоимость экстремального опциона продажи европейского типа для симметричных рынков и  $N=2$ .

5. Рассчитать стоимость азиатского опциона купли европейского типа для симметричных рынков и  $N=2$ .

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» выставляется, если дан правильный ответ на теоретический вопрос и задачи решены без ошибок. Иначе выставляется оценка «не зачтено».

### **3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

Зачет в седьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи.

Перечень теоретических вопросов:

1. Дать определение финансового рынка КРР.
2. Дать определение самофинансируемых стратегий.
3. Сформулировать задачу хеджирования европейского типа. Дать определение справедливой инвестиционной стоимости европейского типа.
4. Доказать теорему о существовании и единственности мартингального представления для модели КРР.
5. Доказать теорему о расчете мартингального представления для модели КРР.
6. Рассчитать стоимость опционов европейского типа.
7. Вывести формулу Кокса-Росса-Рубенштейна.
8. Привести практическую интерпретация минимального хеджа на примере рынка валют.
9. Сформулировать задачу хеджирования американского типа. Дать определение справедливой инвестиционной стоимости американского типа.
10. Сформулировать задача об оптимальной остановке и применить ее к расчету инвестиционной стоимости американского типа.
11. Построить хеджирующие стратегии американского типа.
12. Дать определение общей модели  $(B, S)$  – рынка. Дать определение мартингальных мер.
13. Дать определение арбитражных стратегий и сформулировать арбитражную теорему Харисона — Плиски.
14. Доказать необходимость в теореме Харисона — Плиски.
15. Доказать теорему о существовании и единственности мартингального представления для модели БШ.
16. Доказать теорему о расчете мартингального представления для модели БШ.
17. Рассчитать стоимость опционов европейского типа на рынках БШ.
18. Вывести формулу Блэка-Шоулса.

Примеры задач:

1. Рассчитать стоимость экстремального опциона купли европейского типа для симметричных рынков и  $N=2$ .
2. Рассчитать стоимость азиатского опциона продажи европейского типа для симметричных рынков и  $N=2$ .
3. Построить хеджирующую стратегию для азиатского опциона продажи европейского типа и  $N=1$ .
4. Дать определение задачи хеджирования американского типа. Дать определение стоимости американского опциона.
5. Построить огибающую Снелля для платежной функции азиатского опциона продажи американского типа для симметричных рынков и для  $N=2$ .
6. Рассчитать стоимость азиатского опциона продажи американского типа для симметричных рынков и для  $N=2$ .
7. Рассчитать стоимость европейского опциона купли в модели Блэка-Шоулса.
8. Найти риск нейтральную меру в модели Блэка-Шоулса.

Критерии оценивания зачета

| Не зачтено   | Зачтено  |  |  |
|--|--|--|--|
| <p>Дан неправильный ответ, однозначно неправильная трактовка темы и/или неверно решены задачи.</p> | <p>В целом дан правильный ответ на вопрос, но он изложен поверхностно и с нарушением логики изложения. Знание минимума литературы. Задачи решены с ошибками.</p> | <p>Дан правильный ответ на вопрос, но не все изложено развернуто и логически структурировано. Знание основной литературы. Задачи решены верно.</p> | <p>Дан правильный и развернутый ответ на вопрос. Студент четко и логично изложил свой ответ на поставленный в билете вопрос. Знание основной и дополнительной литературы. Задачи решены верно.</p> |

#### 4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задачи (ИОПК 4.1-4.2, ИПК-1.1-1.3)

1. Рассчитать хеджирующую стратегию инвестирования для опциона купли европейского типа в модели ККР при  $N=2$ .
2. Рассчитать хеджирующую стратегию инвестирования для опциона продажи европейского типа в модели БШ с постоянной волатильностью.

#### Информация о разработчиках

Пчелинцев Евгений Анатольевич, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математического анализа и теории функций ММФ ТГУ