

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физико-технический факультет

УТВЕРЖДЕНО:

Декан

Ю.Н. Рыжих

Рабочая программа дисциплины

**Основы вариационного исчисления**

по направлению подготовки / специальности

**15.03.06 Мехатроника и робототехника**

Направленность (профиль) подготовки/ специализация:  
**Промышленная и специальная робототехника**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Инженер, инженер-разработчик**

Год приема

**2024**

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОПОП

Е.И. Борзенко

Председатель УМК

В.А. Скрипняк

Томск – 2024

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен использовать в профессиональной деятельности основные законы естественнонаучных и инженерных дисциплин, применять методы математического моделирования, теоретических и экспериментальных исследований

ОПК-2 Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

РООПК-1.1 Знает фундаментальные законы природы и основные физические и математические законы

РООПК-1.2 Умеет применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера

РООПК-2.1 Знает методику выявления естественнонаучной сущности проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и методику привлечения физико-математического аппарата и современные компьютерных технологий для их решения

РООПК-2.2 Умеет выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности и привлекать для их решения физико-математический аппарат и современные компьютерные технологии

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Знать постановку основных задач вариационного исчисления, вывод и смысл уравнений Эйлера и Остроградского, решение основных классических задач типа задачи о брахистохроне, связь краевых задач и их вариационных формулировок, понятие условного экстремума и условие трансверсальности, численные методы Эйлера, Рунге, Канторовича, а также метод Галеркина.

– Уметь формулировать вариационные постановки краевых задач, решать задачи, сводящиеся к основным видам уравнения Эйлера.

– Владеть математическим аппаратом вариационного исчисления и основными принципами его использования для решения задач математической физики.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Седьмой семестр, зачет

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: Математический анализ, Физика, Математическая физика и требует знаний в определенных разделах математики и физики, а именно: основных сведений из курсов аналитической геометрии, линейной алгебры, математического анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений, общей физики, математической физики.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 18 ч.

в том числе практическая подготовка: 18 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Постановки задач. Уравнение Эйлера. Уравнение Остроградского. Примеры. Дифференциал. Экстремум функции. Постановка задач в вариационном исчислении. Понятие функционала и вариации. Основные леммы. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Уравнение Остроградского

Тема 2. Вариационные задачи с фиксированными границами.

Тема 3. Частные случаи уравнения Эйлера и его первые интегралы. Решение задач о брахистохроне и минимальной поверхности вращения. Приложения уравнения Остроградского. Вариационные принципы механики.

Тема 4. Вариационные задачи с подвижными границами. Необходимое условие минимума функционалов в задачах со свободными границами. Общая форма первой вариации. Условие трансверсальности.

Тема 5. Численные методы. Методы Эйлера, Рунге, Канторовича и Галеркина. Основы метода конечных элементов.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, выполнения домашних заданий, изучения элементов курса в образовательной электронной среде, и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет в седьмом семестре проводится в устной форме. Продолжительность зачета 20 минут на человека.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «iDo» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=22350>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План практических занятий по дисциплине.

г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

а) основная литература:

1. Краснов М. Л. Вариационное исчисление: задачи и примеры с подробными решениями: [учебное пособие для студентов вузов] / М. Л. Краснов, Г. И. Макаренко, А. И. Киселев. - Изд. стер. - Москва: ЛИБРОКОМ, 2020. - 168 с.

2. Эльсгольц Л. Э. Вариационное исчисление: [учебник для физических и физико-математических факультетов университетов] / Л. Э. Эльсгольц. - Изд. стер. - Москва: Издательство ЛКИ, 2014. - 205 с.

3. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / [В. К. Романко, Н. Х. Агаханов, В. В. Власов, Л. И. Коваленко]; под ред. В. К. Романко. - 3-е изд. - Москва: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. - 218

4. Хеннер В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений / Хеннер В. К., Белозерова Т. С., Хеннер М. В. - Санкт-Петербург: Лань, 2021. - 320 с.

б) дополнительная литература:

1. Шехтер Р. С. Вариационный метод в инженерных расчетах. –М.: Мир, 1971, 278.

2. Смирнов В.И. Курс высшей математики (т. 4). М.: Издательство «Наука», 1951. – 804 с.

3. Ректорис К. Вариационные методы в математической физике и технике. – М.: Мир, 1985. -589 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система. <http://www.consultant.ru>

– Открытые лекции Московского государственного университета  
<https://teach-in.ru/lecture/04-14-Yagola>

### **13. Перечень информационных технологий**

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –  
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –  
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

– ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>

– Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>

– ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>

– ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий практического типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

## **15. Информация о разработчиках**

Крайнов Алексей Юрьевич, д.ф.-м.н., заведующий кафедрой математической физики ФТФ ТГУ.