

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан ММФ ТГУ  
Л.В.Гензе

Рабочая программа дисциплины

**Методы параллельных вычислений**

по направлению подготовки

**01.04.01 Математика**

Направленность (профиль) подготовки :  
**Фундаментальная математика**  
**Математический анализ и моделирование**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Магистр**

Год приема  
**2023, 2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
Л.В.Гензе

Председатель УМК  
Е.А.Тарасов

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен формулировать и решать актуальные и значимые проблемы математики.

ПК-1 Способен самостоятельно решать исследовательские задачи в рамках реализации научного (научно-технического, инновационного) проекта.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 1.1 Формулирует поставленную задачу, пользуется языком предметной области, обоснованно выбирает метод решения задачи.

ИПК 1.1 Проводит исследования, направленные на решение отдельных исследовательских задач

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить методы параллельных вычислений применительно к численному решению дифференциальных уравнений.

– Научиться применять полученные навыки для решения практических задач профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений, предлагается обучающимся на выбор.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Второй семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: Математический анализ, Дифференциальные уравнения, Численные методы, Программирование, Введение в методы параллельных вычислений. .

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 з.е., 216 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 0 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Решение систем ОДУ

Параллельные алгоритмы решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод последовательных приближений Пикара. Параллельная реализация метода Рунге-Кутты. Многошаговые методы Адамса. Схема предиктор-корректор.

Тема 2. Решение краевых задач для уравнений в частных производных

Решение краевых задач для уравнений в частных производных. Параллельная реализация итерационных методов решения СЛАУ: Якоби, Зейделя, верхней релаксации. Параллельные алгоритмы решения задач нестационарной теплопроводности с помощью явных и не явных разностных схем

### Тема 3.

Параллельный алгоритм кратномасштабного вейвлет-анализа сигналов. Параллельный алгоритм нахождения коэффициентов характеристического многочлена методом Леверье. Параллельный алгоритм Флойда. Параллельные алгоритмы расчета теплового состояния стержневых систем. Метод Монте-Карло для задачи Дирихле. Сгущение разностных сеток. Виды и критерии качества сеток. Вектор Фидлера.

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, тестов по лекционному материалу, деловых игр по темам, выполнения домашних заданий, ..., и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен во Второе семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех частей. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первая часть содержит один вопрос, проверяющий ИОПК 1.1. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме..

Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий ИПК-1.1. Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Третья часть содержит 2 вопроса, проверяющих ИПК 1.1 и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

### Примерный перечень теоретических вопросов

1. Параллельная реализация явного метода Эйлера для решения систем ОДУ на основе декомпозиции по данным. Теоретическая оценка ускорения и эффективности.

2. Явная разностная схема для уравнений теплопроводности и ее параллельная реализация с использованием двумерной декомпозиции. Теоретические оценки ускорения и эффективности.

3. Параллельная реализация одношагового метода Рунге-Кутты четвертого порядка для решения систем ОДУ на основе декомпозиции по данным. Теоретическая оценка ускорения и эффективности.

4. Явная разностная схема для уравнения теплопроводности и ее параллельная реализация с использованием одномерной декомпозиции. Теоретические оценки ускорения и эффективности.

5. Метод Якоби для решения разностной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике и его параллельная реализация с использованием одномерной и двумерной декомпозиции. Сравнительный анализ способов декомпозиции сеточной области.

6. Метод Зейделя и верхней релаксации для решения разностной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике и его параллельная реализация. Красно-черное упорядочивание узлов сетки. Теоретическая оценка ускорения и эффективности.

7. Метод Зейделя и верхней релаксации для решения разностной задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике и его параллельная реализация. Асинхронный подход. Теоретическая оценка ускорения и эффективности.

8. Постановка задачи решения систем ОДУ. Области применения. Основные подходы построения параллельных алгоритмов для решения систем ОДУ.

9. Численное решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике с помощью метода конечных разностей. Построение разностной схемы. Обзор методов решения сеточных уравнений и их сравнительный анализ.

10. Численное решение задачи нестационарной теплопроводности с помощью явных и неявных разностных схем. Построение разностных схем.

Примеры задач:

1. Реализовать параллельный алгоритм решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, в которой матрица является нижнетреугольной с единичными ненулевыми элементами. В качестве начальных условий принять  $y_i(0) = 1, i = 1, n$ . Для обеспечения равномерной загрузки процессоров применить циклическую схему распределения подзадач по процессам. Решить задачу методом Пикара и методом многошаговым методом Адамса.

2. Численно решить задачу нестационарной теплопроводности на вычислительном кластере с использованием явной разностной схемы и одномерной декомпозиции сеточной области.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), t > 0, 0 < x < 10, 0 < y < 10;$$

$$t = 0 : u = 0; a = 10^{-3}$$

$$x = 0 : \frac{\partial u}{\partial x} = u; x = 10 : \frac{\partial u}{\partial x} = -u$$

$$y = 0 : u = 100; y = 10 : u = 100.$$

Разработать численный метод решения задачи (исследовать аппроксимацию, устойчивость полученной разностной схемы). Определить значение температуры в центре области через 30 секунд. Написать и отладить параллельную программу. Исследовать ускорение и эффективность параллельной программы. В расчетах использовать сетку размером 200x200 узлов.

3. Найти характеристический многочлен графа  $K_5$  и его вектор Фидлера.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При ответе на вопросы оценивается полнота и точность ответа, логичность и аргументированность изложения материала, умения использовать в ответе фактический материал. Итоговая оценка выставляется с учетом суммы оценок за выполнение индивидуальных работ и оценки экзамена.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «IDo» - <https://lms.tsu.ru/course/view.php?id=9322>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Старченко А. В. Методы параллельных вычислений : [учебник] / А. В. Старченко, В. Н. Берцун ; Том. гос. ун-т. – Томск : Изд-во Томского ун-та, 2013. – 224 с. <http://math.tsu.ru/sites/default/files/mmf2/e-resources/parallel%20comp%20meth.pdf>

– Практикум по методам параллельных вычислений : [учебник] / А. В. Старченко, Е. А. Данилкин, В. И. Лаева, С. А. Проханов ; под ред. А. В. Старченко ; Томский гос. ун-т ; Суперкомпьютерный консорциум ун-тов России. – М. : Изд-во Московского университета, 2010. – 199 с. – URL: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000421177>

– Гергель В. П. Высокопроизводительные вычисления для многопроцессорных много-ядерных систем : [учебник] / В. П. Гергель ; Б-ка Нижегород. гос. ун-та им. Н. И. Лобачевского ; Суперкомпьютерный консорциум ун-тов России. – М. : Физматлит [и др.], 2010. – 539 с.

– Линева А. В. Технологии параллельного программирования для процессоров новых архитектур : [учебник] / А. В. Линева, Д. К. Боголепов, С. И. Бахраков ; под ред. В. П. Гергеля ; Нижегородский гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского ; [Суперкомпьютерный консорциум университетов России]. – М. : Изд-во Московского университета, 2010. – 148 с.

– Высокопроизводительные вычисления на кластерах. Томск: Изд-во Том. Ун-та, 2008. – 198 с. <http://math.tsu.ru/sites/default/files/mmf2/e-resources/parallel.pdf>

– Саад Ю. Итерационные методы для разреженных линейных систем : в 2 т. Т. 1 / Юсе-фСаад ; пер. с англ. Х. Д. Икрамова. – 2-е изд. – М. : Изд-во Московского университета, 2013. – 321 с.

– Берцун В. Н. Математическое моделирование на графах. Ч.2: Томск: Изд. – во Томского университета, 2013. ч. II. – 86 с.

– Воеводин В. В. Вычислительная математика и структура алгоритмов. – М: МГУ, 2010. 168с.

– Асанов М. О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы : учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин.—изд. 2-е, испр. и доп. — СПб. [и др.] : Лань, 2010. — 362 с.

б) дополнительная литература:

– Хокни, Джесхоуп. Параллельные ЭВМ. М.: Радио и связь, 1986.

– Ортега Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем. М.: Мир, 1991.

– Фадеева В.Н., Фадеев Д.К. Параллельные вычисления в линейной алгебре.

– Воеводин В.В. Математические модели и методы в параллельных процессах.

– Гергель В.П., Стронгин Р.Г. Основы параллельных вычислений для многопроцессорных вычислительных систем. Нижний Новгород: ННГУ, 2002. 122с.

– Воеводин В.В., Воеводин Вл. В. Параллельные вычисления. -СПб: БХВ - Петербург, 2002. -608 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– <http://parallel.ru/>

– <http://www.netlib.org/blas/>

– <https://software.intel.com/en-us/intel-mkl>

– Массовый открытый онлайн-курс «Введение в параллельное про-граммирование с использованием OpenMP и MPI» <https://www.coursera.org/learn/parallelnoye-programmirovaniye>

– <http://top500.org>

– <http://top50.supercomputers.ru>

– Электронный образовательный ресурс(ЭОР) «Математическое моде-лирование на графах , ч.1 и ч.2.»:

– [http://math.tsu.ru/sites/default/files/mmf2/e-resources/graf\\_g1.pdf](http://math.tsu.ru/sites/default/files/mmf2/e-resources/graf_g1.pdf)

– [http://math.tsu.ru/sites/default/files/mmf2/e-resources/graf2\\_g1.pdf](http://math.tsu.ru/sites/default/files/mmf2/e-resources/graf2_g1.pdf)

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

– putty (дистрибутив putty) <https://www.putty.org/>

– winscp (дистрибутив winscp) <https://winscp.net/eng/download.php>

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –  
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –  
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Доступ на вычислительный кластер ТГУ Cyberia.

### 15. Информация о разработчиках

Данилкин Евгений Александрович, кандидат физико-математических наук, кафедры вычислительной математики и компьютерного моделирования ММФ ТГУ, доцент.