Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Непрерывные математические модели

по направлению подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:
Интеллектуальный анализ больших данных

Форма обучения
Очная

Квалификация
Магистр

Год приема
2024

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
А.В. Замятин

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2024

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ПК-4 Способен управлять получением, хранением, передачей, обработкой больших данных.

УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИПК-4.1 Осуществляет мониторинг и оценку производительности обработки больших данных

ИПК-4.2 Использует методы и инструменты получения, хранения, передачи, обработки больших данных

ИПК-4.3 Разрабатывает предложения по повышению производительности обработки больших данных

ИУК-1.1 Выявляет проблемную ситуацию, на основе системного подхода осуществляет её многофакторный анализ и диагностику.

ИУК-1.2 Осуществляет поиск, отбор и систематизацию информации для определения альтернативных вариантов стратегических решений в проблемной ситуации.

ИУК-1.3 Предлагает и обосновывает стратегию действий с учетом ограничений, рисков и возможных последствий.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– тесты;

– контрольная работа;

Тест 1 (УК-1, ИУК-1.2)

Выбрать правильное описание непрерывной математической модели:

а) Это приближенное описание объекта на языке математики, при этом реальные переменные, используемые для описания объекта, могут быть двух типов – дискретные, когда точка, отвечающая заданному состоянию объекта, всегда имеет окрестность, не содержащую никаких других состояний этой переменной и непрерывные – когда переменная принимает все значения из некоторого интервала. Значения состояний можно перенумеровать. Если в описание модели входит временная переменная, то она может быть дискретной или непрерывной.

б) Это приближенное описание объекта на языке математики, при этом реальные переменные, используемые для описания объекта, могут быть одного типа – непрерывные (это когда переменная принимает все значения из некоторого интервала). Состояния переменной имеют мощность континуума. Если в описание модели входит временная переменная, то она должна быть непрерывной.

в) Это приближенное описание объекта на языке математики, при этом реальные переменные, используемые для описания объекта, должны быть дискретными, т.е. точка, отвечающая заданному состоянию объекта, всегда имеет окрестность, не содержащую никаких других состояний этой переменной. Значения состояний можно перенумеровать. Если в описание модели входит временная переменная, то она может быть дискретной или непрерывной.

г) Это приближенное описание объекта на языке математики, при этом реальные переменные, используемые для описания объекта, должны быть непрерывными (это когда переменная принимает все значения из некоторого интервала). Состояния переменной имеют мощность континуума. Если в описание модели входит временная переменная, то она может быть дискретной или непрерывной.

д) Это приближенное описание объекта на языке математики, при этом реальные переменные, используемые для описания объекта, должны быть дискретными, т.е. точка, отвечающая заданному состоянию объекта, всегда имеет окрестность, не содержащую никаких других состояний этой переменной. Значения состояний можно перенумеровать. Если в описание модели входит временная переменная, то она должна быть непрерывной.

Тест 2 (ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3)

2. Для следующей системы разностным уравнений с запаздыванием

$$x(k+1) = A_0 x(k) + A_1(k-h),$$

где A_0 и A_1 заданные постоянные матрицы, h – запаздывание. Выбрать подходящую функцию Ляпунова, которую можно использовать для анализа устойчивости заданной системы.

Варианты ответов:

а)

$$V(x(k)) = x(k)^{\mathrm{T}} P x(k) + \sum_{i=1}^{h} x(k+i)^{\mathrm{T}} Q x(k+i),$$

где $P = P^{\mathrm{T}} > 0$, $Q = Q^{\mathrm{T}} > 0$.

б)

$$V(x(k)) = x(k)^{\mathrm{T}} P x(k) + \sum_{i=1}^{h} x(k-i)^{\mathrm{T}} Q x(k-i),$$

где $P = P^{\mathrm{T}} > 0$, $Q = Q^{\mathrm{T}} > 0$.

в)

$$V(x(k)) = x(k)^{\mathrm{T}} P x(k),$$

где $P = P^{\mathrm{T}} > 0$.

г)

$$V(x(k)) = x(k+1)^{\mathrm{T}} P x(k+1) + \sum_{i=1}^{h} x(k-i)^{\mathrm{T}} Q x(k-i),$$

где $P = P^{\mathrm{T}} > 0$, $Q = Q^{\mathrm{T}} > 0$.

Ключи: 1 г), 2 а).

Критерии оценивания: тест считается пройденным, если обучающий ответил правильно как минимум на половину вопросов.

Контрольная работа (ПК-4, УК-1, ИПК-4.1, ИПК-4.2)

Контрольная работа состоит из 2 теоретических вопросов и 3-х задач.

Перечень теоретических вопросов:

1. Классификация математических моделей и методов моделирования.
2. Классификация методов построения моделей.
3. Характеристики математической модели.
4. Классификация и виды непрерывных математических моделей.
5. Анализ устойчивости непрерывных математических моделей без запаздываний.
6. Анализ устойчивости непрерывных математических моделей с запаздываний.

7. Робастная устойчивость непрерывных математических моделей.
8. Слабая и сильная теоремы Харитонова.
9. Аттракторы динамических систем. Определение особых точек.
10. Анализ аттракторов.
11. Методы Эйлера и Рунге-Кутта.
12. Метод шагов для моделей с запаздываниями.
13. Метод Кранка-Никольсона.
14. Применение ППП для численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
15. Основные законы, используемые при построении непрерывных математических моделей.
16. Модель робота-манипулятора.
17. Модель хищник-жертва.
18. Динамическая модель фирмы.
19. Модель миграции населения.
20. Модель управляемого портфеля ценных бумаг.

Примеры задач:

Задача 1 (УК-1, ИПК-4.1, ИПК-4.2**)**

Для следующей системы дифференциальных уравнений:

$\dot{x}=x-2xy-x^2,$

$\dot{y}=-2y+xy,$

описывающей непрерывную математическую модель, найти особые точки аттрактора и определить их тип.

Задача 2 (ИУК-1.1, ИУК-1.2, ИУК-1.3**)**

Для следующей системы дифференциальных уравнений:

$\dot{x}=x-xy-x^2,$

$\dot{y}=-2y+xy,$

описывающей непрерывную математическую модель, найти особые точки аттрактора и определить их тип.

Ответы:

1. Модель имеет 3 особые точки: а) (1 0) – устойчивая точка; б) (0 0) – седловая точка; в) (2 -0,5) – седловая точка.
2. Модель имеет 3 особые точки: а) (1 0) – устойчивая точка; б) (0 0) – седловая точка; в) (2 -1) – седловая точка.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все теоретические вопросы и все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные ответы на все теоретические вопросы, но одна задача решена с ошибкой.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные ответы на половину теоретических вопросов, но одна задача решена с ошибкой.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если даны правильные ответы на менее чем половина теоретических вопросов и задачи решены с ошибками.

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзаменационный билет состоит из трех частей.
Первая часть представляет собой тест из 5 вопросов, проверяющих ИУК-1.1.

Ответы на вопросы первой части даются путем выбора из списка предложенных.
Вторая часть содержит один вопрос, проверяющий ИУК-1.2.

Ответ на вопрос второй части дается в развернутой форме.

Третья часть содержит 2 вопроса, проверяющих ИУК-1.3 и оформленные в виде практических задач. Ответы на вопросы третьей части предполагают решение задач и краткую интерпретацию полученных результатов.

Перечень теоретических вопросов:

1. Характеристики математической модели.
2. Робастная устойчивость непрерывных математических моделей.
3. Анализ аттракторов.

Примеры задач:

Задача 1

Для следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = x - 2xy - x^2,$$
$$\dot{y} = -2y + xy,$$

описывающей непрерывную математическую модель, найти особые точки аттрактора и определить их тип.

Задача 2

Для следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = x - xy - x^2,$$
$$\dot{y} = -2y + xy,$$

описывающей непрерывную математическую модель, найти особые точки аттрактора и определить их тип.

Ответы:

1. Модель имеет 3 особые точки: а) (1; 0) – устойчивая точка; б) (0; 0) – седловая точка; в) (2;-0,5) – седловая точка.
2. Модель имеет 3 особые точки: а) (1; 0) – устойчивая точка; б) (0; 0) – седловая точка; в) (2; -1) – седловая точка.

Критерии оценивания:

Результаты контрольной работы определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если даны правильные ответы на все теоретические вопросы и все задачи решены без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется, если даны правильные ответы на все теоретические вопросы, но одна задача решена с ошибкой.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если даны правильные ответы на половину теоретических вопросов, но одна задача решена с ошибкой.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если даны правильные ответы на менее чем половина теоретических вопросов и задачи решены с ошибками.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Тест

Для следующей системы разностным уравнений с запаздыванием

$$x(k+1) = A_0 x(k) + A_1(k-h),$$

где A_0 и A_1 заданные постоянные матрицы, h – запаздывание. Осуществить анализ устойчивости путем решения матричного неравенства (существование среди решений матричного неравенства положительно-определенных матриц P и Q является необходимым и достаточным условием устойчивости системы). Аналитически получить матричное неравенство. Выбрать правильный вариант:

а) $\begin{bmatrix} A_0 P A_0^{\mathrm{T}} - P + Q & A_0 P A_1^{\mathrm{T}} \\ A_1 P A_0^{\mathrm{T}} & A_1 P A_1^{\mathrm{T}} - Q \end{bmatrix} > 0$,

б) $\begin{bmatrix} A_0 P A_0^{\mathrm{T}} - P + Q & A_0 P A_1^{\mathrm{T}} \\ A_1 P A_0^{\mathrm{T}} & A_1 P A_1^{\mathrm{T}} - Q \end{bmatrix} > 0$,

в) $\begin{bmatrix} A_0 P A_0^{\mathrm{T}} - P + Q & A_0 P A_1^{\mathrm{T}} \\ A_1 P A_0^{\mathrm{T}} & A_1 P A_1^{\mathrm{T}} - Q \end{bmatrix} > 0$,

г) $\begin{bmatrix} Q - P & 0 & A_0^{\mathrm{T}} \\ 0 & -Q + P & A_1^{\mathrm{T}} \\ A_0 & A_1 & P^{-1} \end{bmatrix} > 0$,

д) $\begin{bmatrix} Q - P & 0 & A_0^{\mathrm{T}} \\ 0 & -Q & A_1^{\mathrm{T}} \\ A_0 & A_1 & -P^{-1} \end{bmatrix} > 0$,

е) $\begin{bmatrix} Q - P & 0 & A_0^{\mathrm{T}} \\ 0 & Q & A_1^{\mathrm{T}} \\ A_0 & A_1 & P^{-1} \end{bmatrix} > 0$.

Ключ: а) и д).

Задачи:

Задача 1

Для следующей системы дифференциальных уравнений:

$\dot{x} = x - 2xy - x^2,$

$\dot{y} = -2y + xy,$

описывающей непрерывную математическую модель, найти особые точки аттрактора и определить их тип.

Задача 2

Проверяемая компетенция: ОПК-4 способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики.

Для следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = x - xy - x^2,$$
$$\dot{y} = -2y + xy,$$

описывающей непрерывную математическую модель, найти особые точки аттрактора и определить их тип.

Теоретические вопросы:

1. Анализ устойчивости непрерывных математических моделей с запаздываний.
2. Слабая и сильная теоремы Харитонова.
3. Аттракторы динамических систем. Определение особых точек.

Ответы на все вопросы должны содержать формальную постановку задач, ее решение и интерпретацию полученных выводов.

Информация о разработчиках

Смагин Валерий Иванович, д.т.н, профессор, профессор кафедры прикладной математики НИ ТГУ.