

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан

Л. В. Гензе

Рабочая программа дисциплины

**Численные методы механики
сплошной среды**

по направлению подготовки

01.03.03 Механика и математическое моделирование

Направленность (профиль) подготовки :

Основы научно-исследовательской деятельности в области механики и математического моделирования

Форма обучения

Очная

Квалификация

Бакалавр

Год приема

2023

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

Л.В. Гензе

Председатель УМК

Е.А. Тарасов

Томск – 2023

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2. Способность применять фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальных уравнений, дискретной математики, численных методов, как для использования в профессиональной деятельности, так и для консультирования.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИУК 1.1. Знает навыки работы с профессиональной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК 2.2. Знает навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИПК 3.3. Владеет фундаментальными знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.

2. Задачи освоения дисциплины

Для ее изучения необходимо освоить знания, умения и навыки, формируемые на уровне компетенций ПК-2, ПК-3 (курсы «дифференциальные уравнения»; «комплексный анализ») на первых трех курсах.

Научиться применять понятийный аппарат первых трех курсов для решения некоторых практических задач профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Седьмой семестр, зачет

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «приближенные методы решения дифференциальных уравнений»; «комплексный анализ».

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 часа, из которых:

– лекции: 28 ч.,

– практические занятия: 4 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам:

Теоретическая часть

Тема 1

I. Метод сеток вычисления производных:

1. Случай одной независимой переменной. 2. Неустойчивость формул численного дифференцирования. 3. Сглаживание. 4. Ошибка аппроксимации схемы

Тема 2

Метод сеток для нескольких независимых переменных:

1. Модельные уравнения и краевые задачи. 2. Сетка, сеточные функции. 3. Идея метода сеток. 4. Ошибка аппроксимации. 5. Модельное уравнение переноса. 6. Уравнение теплопроводности. 7. Уравнение колебаний. 8. Реализация неявных схем прогонкой.

Тема 3

Устойчивость, сходимость:

1. Понятие сходимости. 2. Оценка сходимости некоторых схем. 3. Оценка погрешности с помощью варьирования шагов сетки.

Тема 4

Исследование схем для уравнений в частных производных первого порядка:

1. Исследование устойчивости. 2. Условие Неймана. 3. Схема “явный левый уголок”, 4. Схема “явный правый уголок”.

Тема 5

Уравнение теплопроводности:

1. Явная 4 – х точечная схема первого порядка точности. 2. Неявная 4 – х точечная схема первого порядка точности. 3. Неявная 6 – ти точечная схема второго порядка точности

Тема 6

Эволюционные задачи с двумя и тремя пространственными переменными:

1. Параболическое уравнение (теплопроводности). 2. Волновое уравнение. 3. Продольно-поперечная схема Писмена - Рэкфорда. 4. Локально-одномерная схема расщепления. 5. Схема Дугласа

Тема 7

Стационарные краевые задачи:

1. Первая краевая задача для уравнения Пуассона. 2. Метод установления. 3. Теоретическая оценка скорости сходимости

Тема 8

Модельное уравнение конвективного переноса

Одномерное уравнение в частных производных первого порядка с источником:

1. Интегральные кривые ОДУ-характеристики. 2. Свойство позитивности. 3. Свойство монотонности

Тема 9

Явные схемы:

1. Условие Куранта. 2. Схема “чехарда”. 3. Дополнительное сеточное условие на границе

Тема 10

Неявные схемы:

1. Схема прямоугольник. 2. “Неявный левый уголок”. 3. “Неявный правый уголок”. 4. Комбинированная аппроксимация. 5. Схема с центральными разностями

Тема 11

Модельные уравнения диссипации, конвекции, диффузии

Модельные уравнения (одномерные):

1. Параболическое уравнение общего вида. 2. Краевые задачи. 3. Свойство позитивности. 4. Принцип максимума. 5. Свойство стабилизации. 6. Внутренняя гладкость. 7. Решение специального вида. 8. Распад начального разрыва

Тема 12

Основные аппроксимации:

1. Явная 4 – х точечная схема. 2. Неявная 4 – х точечная схема. 3. Комбинированные схемы

Тема 13

Малый параметр при старшей производной:

1. Модельная стационарная задача пограничного слоя. 2. Схема с односторонней аппроксимацией конвективного члена. 3. Схема Самарского

Тема 14

Околоравновесная кинетика

Быстропротекающие физико-химические процессы:

1. Явная схема. 2. Неявная симметричная схема. 3. Неявная несимметричная схема. 4. Неявная схема с весами 5. Нехарактеристическая.

Тема 15

Стабилизирующие свойства схем для уравнения теплопроводности:

1. Решение специального вида. 2. Явная 4 – х точечная схема. 3. Неявная 4 – х точечная схема. 4. Неявная 6 – и точечная симметричная схема. 5. Неявная 6 – и точечная схема с весами.

Практическая часть

Задача 1. Явная схема первого порядка точности (явный левый уголок) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, аппроксимация, условие устойчивости, вывод его.

Задача 2. Явная схема первого порядка точности (явный правый уголок) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, аппроксимация, условие устойчивости, вывод его.

Задача 3. Неявная схема первого порядка точности (неявный левый уголок) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, аппроксимация, условие устойчивости, вывод его.

Задача 4. Неявная схема первого порядка точности (неявный правый уголок) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, аппроксимация, условие устойчивости, вывод его.

Задача 5. Явная схема центральных разностей по пространству для уравнения теплопроводности (диффузии) $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t, x)$, аппроксимация, условие устойчивости при $f = 0$, вывод его.

Задача 6. Неявная схема центральных разностей по пространству для уравнения теплопроводности (диффузии) $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(t, x)$, аппроксимация, условие устойчивости при $f = 0$, вывод его.

Задача 7. Явная схема центральных разностей по пространству для двумерного уравнения теплопроводности (диффузии) $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + f(t, x, y)$, аппроксимация, условие устойчивости при $f = 0$, вывод его.

Задача 8. Необходимое условие устойчивости прогонки для уравнения конвективного теплопереноса $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - v \frac{\partial u}{\partial x}$ при $v > 0$: схему центральных разностей по пространству привести. Формула для первого коэффициента трехточечной прогонки $P_{i+1} = ?$ через коэффициенты уравнения $A_i u_{i-1} - C_i u_i + B_i u_{i+1} = -F_i, i = 1, \dots, M-1, |P_i| \leq ?$

Задача 9. Достаточное условие устойчивости прогонки для уравнения конвективного теплопереноса $\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - v \frac{\partial u}{\partial x}$ при $v > 0$: схему центральных разностей по пространству привести. Ввести обозначения: $A_i = a/h^2 + v/(2h)$, $C_i = 1/\tau + 2a/h^2$, $B_i = ?$ для уравнения $A_i u_{i-1} - C_i u_i + B_i u_{i+1} = -F_i, i = 1, \dots, M-1, A_i > 0, B_i > 0, C_i \geq ?$

Задача 10. Неявная схема центральных разностей по пространству для трехмерного уравнения теплопроводности (диффузии) $\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + f(t, x, y, z)$ – локально-одномерная схема расщепления Самарского, аппроксимация, условие устойчивости при $f = 0$, вывод его.

Задача 11. Неявная схема центральных разностей по пространству для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + a \frac{\partial u}{\partial x} = 0$, аппроксимация, условие устойчивости, вывод его. Особое уравнение на границе для реализации трехточечной прогонки при $a > 0$

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, тестов по лекционному материалу, практики и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет в седьмом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит два теоретических вопроса. Продолжительность зачета 1,5 часа.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Исследование устойчивости (методом Фурье) для уравнения переноса $\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0$
2. Условие устойчивости разностных схем по Нейману
3. Аппроксимационная вязкость для уравнения переноса
4. Явная 4 – х точечная схема первого порядка точности для уравнения теплопроводности. Аппроксимация, устойчивость по начальным данным
5. Явная 4 – х точечная разностная схема для уравнения конвективной диффузии с погрешностью аппроксимации $O(\tau + h^2)$
6. Неявная 4 – х точечная схема первого порядка точности для одномерного уравнения теплопроводности, устойчивость по начальным данным
- 7 Неявная 4 – х точечная разностная схема для уравнения конвективной диффузии:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = v \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - a \frac{\partial u}{\partial x} + bu$$
 с погрешностью аппроксимации $O(\tau + h^2)$
8. Метод установления для уравнения Пуассона
9. Неявная 6 – ти точечная разностная схема второго порядка точности для одномерного уравнения теплопроводности
10. Теоретическая оценка скорости сходимости для стационарного одномерного уравнения второго порядка (уравнение Пуассона)
11. Разностная сема Самарского для уравнения конвективной диффузии
12. Разностная схема с односторонней аппроксимацией конвективного слагаемого для уравнения конвективной диффузии
13. Диссипативные свойства разностных схем в случае «чистого переноса»: источник отсутствует
14. Погрешность аппроксимации разностной схемы на решении дифференциальной задачи. Определение погрешности аппроксимации на точном решении дифференциальной задачи
15. Комбинированные схемы (явные, неявные) для уравнения конвективной диффузии
16. Локально-одномерная схема (Самарского) для решения трехмерного уравнения теплопроводности. Аппроксимация и условие устойчивости
17. Модельная стационарная задача пограничного слоя

18. Схема переменных направлений для решения двухмерного уравнения теплопроводности. Аппроксимация и условие устойчивости
19. Параболическое уравнение (одномерное) общего вида и краевые задачи первого-третьего рода
20. Схема Дугласа для решения трехмерного уравнения теплопроводности. Аппроксимация и условие устойчивости
21. Быстропротекающие физико-химические процессы. Явная схема
22. Неявная симметричная схема. Неявная несимметричная схема. Неявная схема с весами (эти схемы для уравнения переноса)
23. Реализация неявных схем методом прогонки
24. Неявная симметричная схема. Неявная несимметричная схема. Неявная схема с весами (эти схемы для уравнения теплопроводности)

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=13895>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 6-е изд., 2008. 636 с.
(электронный ресурс: http://storage.library.opu.ua/online/books/kaf_is/bahvalov_.pdf)
2. Меркулова Н.Н., Михайлов М.Д.. Методы приближенных вычислений. 2-е изд., испр. и доп. - Томск: Изд-во ТГУ, 2014. 762 с
3. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Разностные методы решения задач теплопроводности. Томск: Изд-во ТПУ. 2007. 172 с
4. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов теплообмена. М.: Наука, 1984. 285 с.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.

б) дополнительная литература:

1. Бахвалов Н.С., Корнев А.А., Чижонков Е.В. Численные методы. Решения задач и упражнения. М., Дрофа, 2009. 393 с.
2. Самарский А.А. Численные методы. М.: Наука, 1989. 432 с.
3. Оран Е., Борис Д. Численное моделирование реагирующих потоков. М.: Мир, 1990. 661 с.

13. Перечень информационных технологий

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

15. Информация о разработчиках

Якимов Анатолий Степанович, д.т.н., профессор, каф. физической и вычислительной механики ММФ, профессор кафедры.