Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДАЮ:
декан физического факультета
С.Н. Филимонов

Оценочные материалы по дисциплине

Вычислительная математика

по направлению подготовки

03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки:
«Фундаментальная и прикладная физика»

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавриат

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
С.Н. Филимонов

Председатель УМК
О.М. Сюсина

Томск — 2025

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

- ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.
- ПК-1 Способен проводить научные исследования в выбранной области с использованием современных экспериментальных и теоретических методов, а также информационных технологий.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

- ИОПК 1.2 Применяет физические и математические модели и методы при решении теоретических и прикладных задач
- ИПК 1.2 Владеет практическими навыками использования современных методов исследования в выбранной области

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

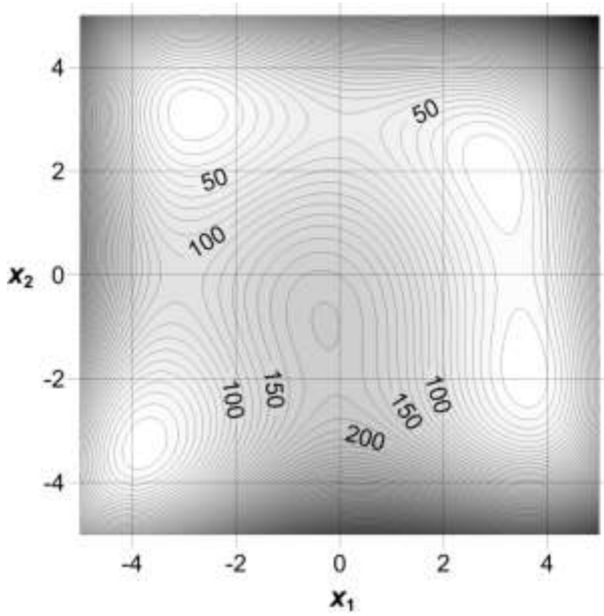
- Практические задачи

Примеры практических задач (ИОПК-1.2., ИПК 1.2.)

1. Исследовать скорость сходимости (требуемое количество итераций I) метода а) дихотомии и хорд; б) Ньютона; в) секущих и г) простых итераций для численного решения уравнения Кеплера $M = E - e\sin E$ с точностью до $\Delta E = 10^{-12}$ в зависимости от параметров уравнения M и e на сетке $M_i = 2\pi i / N$ и $e_j = j / N$ $(i, j = 0, \ldots, N)$. Представить результаты графически как поверхность (или карту линий уровней) зависимости $I = I(M, e)$.
2. Программно реализовать метод Гаусса для численного решения систем линейных уравнений $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ произвольного порядка. Опробовать метод на примере системы уравнений четвертого порядка $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$, где
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 30 \\ 22 \\ 18 \\ 20 \end{pmatrix}.$$
Сравнить численное решение с точным. Оценить вычислительные ошибки численного решения.

3. Составить программу для полиномиальной интерполяции $g(x)$ функции $f(x) = e^x$ по ее n узловым значениям на отрезке $[-1,1]$. Исследовать поведение ошибки $\Delta g(x) = g(x) - f(x)$ на отрезке интерполяции при $n > 7$ для равномерной сетки: $x_i = -1 + 2(i-1)/(n-1) \quad (i = 1, \ldots, n),$ и неравномерной сетки Чебышева:
$$x_i = \cos\left(\frac{2i-1}{2n}\pi\right) \quad (i = 1, \ldots, n).$$
Варианты полинома $g(x)$: а) канонический; б) Лагранжа; в) Ньютона; г) Эйткена–Невилла.

4. Методами а) наискорейшего градиентного спуска; б) Ньютона; в) покоординатного спуска с точностью до $\|\Delta \mathbf{x}\| = 10^{-12}$ численно найти все минимумы функции Химмельблау
$$\Phi(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2.$$



Рекомендации: шаг метода наискорейшего градиентного спуска выбирать по формуле
$$h = \frac{\Phi'_{\mathbf{x}} \cdot \Phi'_{\mathbf{x}}}{(\Phi''_{\mathbf{xx}} \Phi'_{\mathbf{x}}) \cdot \Phi'_{\mathbf{x}}}.$$

5. Вычислить определенный интеграл
$$I = \int_{-1}^{1} e^x \, \mathrm{d}\, x,$$
используя квадратурные формулы а) Ньютона–Котеса с количеством узлов $n = 2, 3, 4$; б) Гаусса с количеством узлов $n = 1, 2, 3$; в) составные Симпсона с разбиениями $N = 1, 2, 3$. Оценить ошибку численного решения, сравнивая его с точным значением интеграла.

6. Численно найти решение системы дифференциальных уравнений $\mathbf{x}' = \mathbf{f}(\mathbf{x})$: I) Лотки–Вольтерры; II) математического маятника; III) плоской задачи двух тел; методом а) Рунге–Кутты 4-го порядка; б) Хойна; в) неявным трапеций; г) явным средней точки; д) неявным средней точки; е) явным Адамса 2-го порядка; для значения независимой переменной $t_0 + 10T$, где T — период (цикл) решения задачи. Графически представить отклонение интегрального соотношения I от начального значения I_0 $(\Delta I = I - I_0)$ на всем интервале интегрирования для различных величин постоянного шага $h = T/10^i$ $(i = 1, 2, 3)$.

Задача I:

$$
\begin{aligned}
&x_1' = x_1(x_2 - 2), \quad x_1(t_0) = 1;\\
&x_2' = x_2(1 - x_1), \quad x_2(t_0) = 3;\\
&I(x_1, x_2) = \ln x_1 - x_1 + 2\ln x_2 - x_2 = I_0 = \text{const};\\
&T = 2\pi/\sqrt{2}.
\end{aligned}
$$

Задача II:

$$
\begin{aligned}
&x_1' = x_2, \qquad x_1(t_0) = 1;\\
&x_2' = -\sin x_1, \quad x_2(t_0) = 0;\\
&I(x_1, x_2) = x_2^2/2 - \cos x_1 = I_0 = \text{const};\\
&T = 2\pi.
\end{aligned}
$$

Задача III:

$$
\begin{aligned}
&x_1' = x_3, \quad x_2' = x_4, \qquad x_1(t_0) = 1, \quad x_2(t_0) = 0;\\
&x_3' = -x_1/r^3, \quad x_4' = -x_2/r^3, \quad x_3(t_0) = 0, \quad x_4(t_0) = 1;\\
&r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}, \quad v = \sqrt{x_3^2 + x_4^2};\\
&I(x_1, x_2) = v^2/2 - 1/r = I_0 = \text{const};\\
&T = 2\pi.
\end{aligned}
$$

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Экзамены проводятся в устной форме. Студент допускается к экзамену, если он выполнил 6 практических заданий. Экзаменационный билет состоит из двух теоретических вопросов по темам лекций и одной задачи. Продолжительность экзамена 3 часа. На экзамене проверяются результаты освоения дисциплины по индикаторам ИОПК-1.1. Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оцениваются ответы на два основных теоретических вопроса и ответы на дополнительные к ним вопросы, а также задача. Баллы за ответ на вопрос: 5 — правильный; 4 — неполный; 3 — фрагментарный; 2 — отсутствует. Баллы за решение задачи: 5 — решена правильно; 4 — с арифметической ошибкой; 3 — с методической ошибкой (неправильно использован метод); 2 — задача не решена.

Оценка «отлично» выставляется, если общий балл — 24–25. Оценка «хорошо» выставляется, если общий балл — 20–23, причем среди оценок вопросов и задачи допускается одна оценка 3 при отсутствии оценок 2. Оценка «удовлетворительно» выставляется, если общий балл — 15–19, причем среди оценок вопросов и задачи допускается одна оценка 2. Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если среди оценок вопросов и задачи две оценки 2 и более.

Ответ на каждый теоретический вопрос должен содержать изложение идеи численного метода, его теоретическую основу с указанием особенностей его практической реализации.

Примеры билетов (ИОПК-1.1.)

Билет № 1

1. Методы дихотомии и хорд для решения нелинейных уравнений
2. Методы Рунге–Кутты
3. Задача на тему «Интерполяция»

Билет № 2

1. Методы Ньютона и секущих для решения нелинейных уравнений
2. Метод разложения в ряд Тейлора для решения ОДУ
3. Задача на тему «Численное дифференцирование»

Билет № 3

1. Метод простых итераций для решения скалярных нелинейных уравнений
2. Составные квадратурные формулы
3. Задача на тему «Численное интегрирование»

Билет № 4

1. Вычисление определителей и обратных матриц методом Гаусса
2. Квадратурные формулы Гаусса
3. Задача на тему «Интерполяция»

Билет № 5

1. Метод простых итераций для решения систем линейных уравнений. Метод Зейделя
2. Квадратурные формулы Ньютона–Котеса
3. Задача на тему «Решение нелинейных уравнений»

Билет № 6

1. Интерполяция Лагранжа
2. Численное интегрирование. Метод неопределенных коэффициентов
3. Задача на тему «Интерполяция»

Билет № 7

1. Интерполяция Ньютона
2. Численное дифференцирование. Метод неопределенных коэффициентов
3. Задача на тему «Метод Гаусса для решения СЛАУ»

Билет № 8

1. Интерполяция Эйткена–Невилла
2. Метод наименьших квадратов. Линейная аппроксимация
3. Задача на тему «Интерполяция»

Билет № 9

1. Проблема сходимости полиномиальной интерполяции. Интерполяция на разбиении Чебышева
2. Методы Рунге–Кутты
3. Задача на тему «Численное интегрирование»

Билет № 10

1. Представление чисел в компьютерной арифметике
2. Численное дифференцирование. Метод неопределенных коэффициентов
3. Задача на тему «МНК»

Примеры задач к экзамену (ИОПК-1.2., ИПК 1.2.)

Задача на тему «Интерполяция»
На сетке x_1, x_2, x_3 при известных значениях функции f_1, f_2, f_3 (узловые значения задаются экзаменатором) построить интерполяционный многочлен второй степени: а) методом неопределенных коэффициентов; б) Лагранжа; в) Ньютона; г) Эйткена–Невилла.

Задача на тему «Численное дифференцирование»
Составить приближенную формулу для первой (второй) производной от некоторой функции, если на сетке x_1, x_2, x_3 известны ее значения f_1, f_2, f_3 (узловые значения задаются экзаменатором): а) методом неопределенных коэффициентов; б) используя интерполяционную формулу Лагранжа.

Задача на тему «Численное интегрирование»
1. Используя а) составную формулу трапеций при разбиении $N = 4$; б) формулу Симпсона; в) квадратурную формулу Гаусса с двумя узловыми значениями; г) формулу Ньютона–Котеса с четырьмя узловыми значениями; вычислить интеграл

$$I = \int_0^1 x^n \, \mathrm{d}x$$

для заданной степени n, и оценить ошибку численного решения.
2. Методом неопределенных коэффициентов определить вес c и узловые значения x_1 и x_2 квадратурной формулы

$$S(f) = c[f(x_1) + f(x_2)]$$

для интеграла общего вида

$$I = \int_a^b f(x) \, \mathrm{d}x .$$

Задача на тему «Решение нелинейных уравнений»
1. Используя метод Ньютона, составить приближенную (итерационную) формулу для вычисления корня степени n от числа a: $x = \sqrt[n]{a}$. Причем нельзя использовать операцию извлечения корня. Вычислить $\sqrt[2]{2}$, применив две итерации, при начальном приближении $x_0 = 1$, и оценить ошибку.
2. Определить значение начального приближения x_0, при котором схема Ньютона зацикливается для уравнений: а) $\sin x = 0$; б) $x^3 - x = 0$.

Задача на тему «Метод Гаусса для решения СЛАУ»
Решить систему уравнений методом Гаусса (либо вычислить определитель матрицы системы)

$$\text{а)} \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}; \text{ б)} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ 11 \\ 6 \end{pmatrix};$$

$$\text{в)} \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}; \text{ г)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 7 \\ 1 & 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Задача на тему «МНК»
На сетке x_1, x_2, x_3 при известных значениях функции f_1, f_2, f_3 (узловые значения задаются экзаменатором) методом наименьших квадратов построить аппроксимацию линейной функцией и вычислить среднеквадратическую ошибку.

Задача на тему «Вычисление собственных значений»
Вычислить собственные числа 1) методом вращений Якоби матриц:

$$\text{а)} \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \text{б)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

2) выполнив три итерации, оценить наибольшее собственное число степенным методом матрицы

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} i & j \\ j & i \end{pmatrix}$$

(целые числа i и j задаются экзаменатором) с начальным приближением собственного вектора $\mathbf{x}_0 = (1, 0)^T$. Рекомендация: в степенном методе пользоваться итерационной формулой без нормирования, а нормировку выполнить на последней итерации.

Задача на тему «Методы оптимизации»
1. Составить алгоритм метода покоординатного спуска применительно к функции

$$f(x, y) = x^2 - xy + 4y^2$$

и найти ее минимум.
2. Составить итерационную схему Ньютона для минимизации функции

$$f(x, y) = x^4 + 4y^4.$$

Оценить, сколько необходимо выполнить итераций для достижения минимума $x = 0, y = 0$ с точностью до $\varepsilon = 10^{-8}$ при начальных приближениях $x_0 = 1, y_0 = 1$.

Задача на тему «Решение ОДУ»
Записать схему интегрирования а) путем разложения в ряд Тейлора до 4-го порядка и б) методом Хойна на первом шаге для уравнения

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = x$$

с начальным условием $x_0 = x(0)$.

К промежуточной аттестации студент должен владеть следующей терминологией дисциплины (см. электронную версию лекций, а также электронные образовательные ресурсы к дисциплине).

Примерный перечень терминов

Модель математическая;
Модель численная;
Погрешность числа;
Погрешность числа абсолютная;
Погрешность числа относительная;
Число с плавающей точкой;
Основание системы счисления;
Порядок числа;
Мантисса;
Число с фиксированной точкой;
Цифра числа значащая;
Цифра числа верная;
Машинный эпсилон;
Метод дихотомии;
Метод хорд;
Метод Ньютона;

Метод касательных;
Метод секущих;
Метод простых итераций;
Система нелинейных уравнений;
Матрица Якоби;
Метод Ньютона модифицированный;
Метод простых итераций;
Сжимающее отображение;
Порядок метода;
Метод Зейделя;
Система линейных уравнений;
Метод Гаусса;
Норма матрицы;
Число обусловленности;
Плохая обусловленность;
Симметризация Гаусса;
Собственная пара;
Формула Рэлея;
Метод степенной;
Матрица вращения Якоби;
Метод вращений Якоби;
Целевая функция;
Метод спуска;
Метод градиентного спуска.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Теоретические вопросы (ИОПК-1.1.)

1. Что представляет собой численная модель?
2. Какие основные типы погрешностей Вы знаете?
3. Что такое машинный эпсилон?
4. Какова структура числа с плавающей точкой в компьютерной арифметике?
5. В чем сложность численного решения плохо обусловленных задач?
6. Какие методы для решения скалярных уравнений Вы знаете?
7. В чем суть метода дихотомии и хорд для решения скалярных уравнений?
8. Идея метода Ньютона и секущих для решения скалярных нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений
9. Идея метода простых итераций для решения скалярных нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений
10. В чем состоит метод Гаусса для решения систем линейных уравнений
11. Идея модификации Зейделя применительно к решению систем линейных и нелинейных уравнений
12. Как реализуется степенной метод для нахождения собственных значений нормальных матриц?
13. Как реализуется метод вращений Якоби для нахождения собственных значений нормальных матриц?
14. Обращение нормальных матриц при известных собственных значениях
15. Какие методы спуска для решения задач оптимизации Вы знаете?
16. Принцип линейной интерполяции
17. Какие интерполяционные полиномы Вы знаете?
18. Принцип кубической сплайн-интерполяции
19. В чем состоит задача наименьших квадратов?
20. В чем сложность реализации итерационного метода Ньютона для решения задачи наименьших квадратов и как она разрешается?
21. В чем суть демпфирования в методах спуска и когда она применяется?
22. Какие методы численного дифференцирования Вы знаете?
23. Какие методы численного интегрирования Вы знаете?
24. Идея построения одношаговых схем интегрирования методом разложения в ряд Тейлора для решения обыкновенных дифференциальных уравнений
25. Идея построения одношаговых схем интегрирования Рунге–Кутты для решения обыкновенных дифференциальных уравнений
26. Идея построения многошаговых схем интегрирования Адамса для решения обыкновенных дифференциальных уравнений
27. Особенность квадратурных формул Гаусса для вычисления определенных интегралов

28. Идея построения квадратурных формул Ньютона–Котеса для вычисления определенных интегралов
29. Идея метода неопределенных коэффициентов в линейной интерполяции, численном интегрировании и дифференцировании
30. Идея построения составных квадратурных формул для вычисления определенных интегралов

Тесты (ИОПК-1.1.)

1. Оценить относительную погрешность δf функции

$$f = \frac{x_1 x_2^2}{x_3^3 x_4^4},$$

если известны относительные погрешности $\delta x_1, \delta x_2, \delta x_3, \delta x_4$ ее аргументов x_1, x_2, x_3, x_4.

Варианты ответов:

a) $\delta f = \dfrac{\delta x_1 \delta x_2^2}{\delta x_3^3 \delta x_4^4}$;

b) $\delta f = \delta x_1 + 2\delta x_2 - 3\delta x_3 - 4\delta x_4$;

c) $\delta f = \delta x_1 + \delta x_2^2 + \delta x_3^3 + \delta x_4^4$.

2. Какой точности компьютерной арифметики относится машинный эпсилон $\varepsilon \approx 1.1 \cdot 10^{-19}$?
Варианты ответов:

a) single precision;
b) double precision;
c) extended precision;
d) quadruple precision.

3. От чего зависит скорость сходимости метода дихотомии
для нахождения корня функции?
Варианты ответов:

a) от длины начального отрезка, где находится корень функции, и от задаваемой точности определения корня;
b) от поведения функции на начальном отрезке, где находится корень функции;
c) от поведения производной функции на начальном отрезке, где находится корень функции.

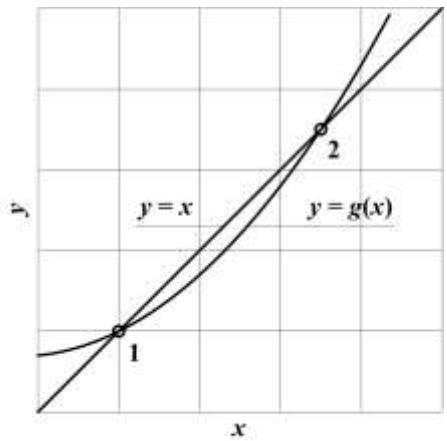
4. Какой порядок сходимости метода Ньютона для численного решения нелинейных уравнений?
Варианты ответов:

a) первый;
b) второй;
c) третий.

5. К какому из двух решений уравнения $x = g(x)$ (см. рисунок) сойдется метод простых итераций, если начальное приближение выбирать между решениями?

Варианты ответов:

a) к решению 1;
b) к решению 2;
c) к тому решению, к которому ближе начальное приближение.



6. Если полиномиальная интерполяция строится на 6 узловых значениях, какой степени будет интерполяционный полином?

Варианты ответов:

a) 7;
b) 6;
c) 5.

7. Если интерполяционные полиномы Лагранжа или Ньютона строятся на одном и том же наборе узловых значений, какой из полиномов будет иметь лучшую методическую точность?

Варианты ответов:

a) полином Лагранжа;
b) полином Ньютона;
c) точность полиномов будет одинаковой.

8. Оптимальными узлами для полиномиальной интерполяции с точки зрения сходимости итерационного процесса являются…

Варианты ответов:

a) равноотстоящие узлы;
b) корни полинома Лежандра;
c) корни полинома Чебышева.

9. К чему сходится последовательность приближений

$$\mathbf{x}_{k+1} = \frac{\mathbf{A}\mathbf{x}_k}{\|\mathbf{A}\mathbf{x}_k\|},$$

при случайном начальном приближении $\mathbf{x}_0$, если матрица $\mathbf{A}$ — нормальная?

Варианты ответов:

a) к собственному вектору с максимальным собственным числом;

b) к одному из собственных векторов в зависимости от близости к нему начального приближения;
c) такая последовательность не имеет предела.

10. Как называется матрица вида

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} \mathbf{E} & \vdots & \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{0} \\ \cdots & c & \cdots & -s & \cdots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{E} & \vdots & \mathbf{0} \\ \cdots & s & \cdots & c & \cdots \\ \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{0} & \vdots & \mathbf{E} \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{E}$ — квадратные единичные подматрицы; $\mathbf{0}$ — нулевые подматрицы, а числа c и s находятся на пересечении i и j строк и столбцов?
Варианты ответов:
a) матрица Вандермонда;
b) матрица вращения Якоби;
c) матрица Гессе.

11. Что такое симметризация Гаусса?
Варианты ответов:
a) приведение системы линейных алгебраических уравнений к нормальному виду путем умножения слева и справа на транспонированную матрицу исходной системы;
b) построение квадратурной формулы Гаусса на симметрично распределенных узлах, являющихся корнями полинома Лежандра;
c) полиномиальная интерполяция на симметрично распределенных узлах, являющихся корнями полинома Чебышева.

12. Аппроксимация данных по методу наименьших квадратов состоит в минимизации …
Варианты ответов:
a) квадрата суммы невязок;
b) суммы квадратов невязок;
c) квадратов параметрических ошибок.

13. Сколько минимум необходимо иметь узловых значений функции, чтобы при численном дифференцировании приближенно получить ее производную 6-го порядка?
Варианты ответов:
a) 5;
b) 6;
c) 7.

14. Для полиномов какой степени точна квадратурная формула Ньютона–Котеса, использующая 9 узловых значений функции?
Варианты ответов:
a) 8;
b) 9;
c) 10.

15. Для полиномов какой степени точна квадратурная формула Гаусса, использующая 5 узловых значений функции?
Варианты ответов:
a) 6;
b) 9;
c) 12.

16. Во сколько раз повысится точность составной формулы трапеций, если увеличить число разбиения отрезка интегрирования вдвое?
Варианты ответов:
a) в 2 раза;
b) в 3 раза;
c) в 4 раза.

17. Какого порядка классический метод Рунге–Кутты и сколько у него этапов?
Варианты ответов:
a) 4-й порядок и 4 этапа;
b) 4-й порядок и 3 этапа;
c) 3-й порядок и 4 этапа;
d) 3-й порядок и 3 этапа;

18. Какого порядка явная многошаговая схема Адамса, использующая 8 решений?
Варианты ответов:
a) 7-го;
b) 8-го;
c) 9-го.

Ключи: 1. b); 2. c); 3. a); 4. b); 5. a); 6. c); 7. c); 8. c); 9. a); 10. b); 11. a); 12. b); 13. c); 14. a); 15. b); 16. c); 17. a); 18. b).

Задачи (ИОПК-1.2., ИПК 1.2.)

1. Какой процесс реализуется в этом фрагменте программы?

```
sum=0.e0
do i=1,n
   prd=1.e0
   do j=1,n
      if (i/=j) prd=prd*(xxx-x(j))/(x(i)-x(j))
   end do
   sum=sum+f(i)*prd
end do
g=sum
```

2. Какая задача решается в программе с этим фрагментом?

```
do i=1,n
   sub=b(i)
   do j=1,n
      if(i/=j) sub=sub-a(i,j)*x(j)
   end do
   x(i)=sub/a(i,i)
end do
```

3. Какой метод реализован в этом фрагменте программы и какую задачу он решает?

```
do
   x1=x0-sin(x0)/cos(x0)
   if(abs(x1-x0)<1e-12) exit
   x0=x1
end do
```

4. Что вычисляет этот фрагмент программы?

```
c(1)=7./90.
c(2)=32./90.
c(3)=12./90.
c(4)=32./90.
c(5)=7./90.
x(1)=-1.
x(2)=-1./2.
x(3)= 0.
x(4)= 1./2.
x(5)= 1.
do i=1,5
   dint=dint+c(i)*f(x(i))
end do
dint=dint*2.
```

5. Какой метод реализуется в этом фрагменте программы?

```
do
   z=x
   do i=1,n
      sum=0.e0
      do j=1,n
         sum=sum+a(i,j)*x(j)
      end do
      y(i)=sum
   end do
   x=y
   sum=0.e0
   do i=1,n
      sum=sum+x(i)**2
```

```
      end do
      sum=sqrt(sum)
      x=x/sum
      dif=0.e0
      do i=1,n
         dif=dif+(x(i)-z(i))**2
      end do
      dif=sqrt(dif)
      if(dif<eps) exit
   end do
```

6. Какой метод реализован в этом фрагменте программы и какую задачу он решает?

```
   do istep=1,nsteps
      call fun(t,x,f1)
      y=x+h*f1
      call fun(t+h,y,f2)
      x=x+h*(f1+f2)/2.e0
      t=t+h
   end do
```

Ответы: 1. Интерполирование полиномом Лагранжа; 2. Решается система линейных уравнений методом простых итераций в модификации Зейделя; 3. Метод Ньютона для решения уравнения $\sin x = 0$; 4. Вычисление определенного интеграла с применением квадратурной формулы Ньютона–Котеса; 5. Степенной метод для решения задачи собственных значений; 6. Метод Хойна для решения задачи Коши.

Пояснение к задачам по синтаксису языка программирования Фортран

Присваивание $a := b$
`a=b`

Элемент одномерного массива a с индексом i
`a(i)`

Элемент двумерного массива a с индексами i и j
`a(i,j)`

Функция f от переменной x
`f(x)`

Вызов процедуры f с входной переменной x и выходной переменной y
`call f(x,y)`

Цикл без условия

```
do
<Тело цикла>
end do
```

Цикл по параметру $i = 1,\ldots,n$

```
do i=1,n
<Тело цикла>
end do
```

Условный оператор
`if(<Условие>) <Оператор>`

Оператор выхода из цикла
`exit`

Информация о разработчиках

Авдюшев Виктор Анатольевич, д.ф.-м.н., Томский госуниверситет, профессор