

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Физический факультет

УТВЕРЖДЕНО:
Декан физического факультета
С.Н. Филимонов

Оценочные материалы по дисциплине

Калибровочные теории

по направлению подготовки

03.03.02 Физика

Направленность (профиль) подготовки:
Фундаментальная и прикладная физика

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
С.Н. Филимонов

Председатель УМК
О.М. Сюсина

Томск – 2025

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

- ОПК-2 – способность проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные;
- ПК-1 Способен проводить научные исследования в выбранной области с использованием современных экспериментальных и теоретических методов, а также информационных технологий.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-2.2 Анализирует и интерпретирует экспериментальные и теоретические данные, полученные в ходе научного исследования, обобщает полученные результаты, формулирует научно обоснованные выводы по результатам исследования;

ИПК-1.1 Собирает и анализирует научно-техническую информацию по теме исследования, обобщает научные данные в соответствии с задачами исследования.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля.

По дисциплине «Калибровочные теории» предусмотрено решение задач по темам лекций (ИПК 1.1, ИОПК 2.2).

Критерии оценивания. При правильном решении задачи ставится оценка зачтено, при неправильном решении не зачтено.

Пример задания.

1. Найти гамильтониан, связи и калибровочные симметрии в гамильтоновом формализме,

$$L = \frac{1}{2}(\dot{x} - y)^2.$$

2. Найти первичные и вторичные связи. Показать, что система не имеет калибровочной симметрии,

$$L = \frac{x^2}{2}.$$

3. Найти гамильтониан, связи, энергию и калибровочные симметрии в гамильтоновом формализме,

$$L = -mc\sqrt{-\dot{x}^2},$$

$$\dot{x}^\mu = \frac{dx^\mu(\tau)}{d\tau}, \quad \mu = 0, 1, 2, 3, \quad \dot{x}^2 = \eta_{\mu\nu}\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu, \quad \eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-, +, +, +).$$

4. Найти гамильтониан, связи и калибровочные симметрии. Показать эквивалентность с 3.

$$q = (x^\mu, e), \quad L = \frac{1}{2e}(\dot{x}^2 + m^2 c^2 e^2)$$

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Зачет в 8 семестре проводится устно по билетам. Билет содержит два вопроса. При правильном ответе на оба вопроса ставится зачтено, при неправильном – не зачтено.

Первый вопрос в билете проверяет сформированность компетенции ОПК-2 в соответствии с индикатором ИОПК 2.2. Ответ дается в развернутой форме. Примерный вопрос:

1. Вторая теорема Нетер.

Второй вопрос в билете проверяет сформированность компетенции ПК-1 в соответствии с индикатором ИПК 1.1. Ответ дается в развернутой форме. Примерный вопрос:

2. Калибровка. Матрица Фаддеева-Попова.

Открытый перечень теоретических вопросов, выносимых на зачет.

Вопрос 1.

- 1) Особенности классической динамики в системах с вырожденным Гессианом.
- 2) Калибровочные симметрии и калибровочные тождества.
- 3) Калибровочные орбиты. Калибровка.
- 4) Алгебра калибровочных симметрий. Физические величины в калибровочных теориях.
- 5) Вторая теорема Нетер.
- 6) Электродинамика Максвелла - калибровочные симметрии и тождества.
- 7) Гамильтонова формулировка с первичными связями вырожденной лагранжевой теории.
- 8) Скалярная релятивистская частица как калибровочная теория в лагранжевом и гамильтоновом формализме со связями.
- 9) Базис связей, эквивалентные системы связей.
- 10) Алгоритм Дирака-Бергмана, вторичные связи.

Вопрос 2.

- 1) Системы со связями второго рода, фиксация лагранжевых множителей.
- 2) Определение и свойства скобок Дирака. Уравнения движения в терминах скобок Дирака.
- 3) Координаты Дарбу. Геометрическая интерпретация систем со связями второго рода.
- 4) Системы со связями первого рода, соотношения инволюции.
- 5) Калибровочные симметрии систем со связями первого рода.
- 6) Алгебра связей, геометрическая интерпретация систем со связями первого рода.
- 7) Физические величины в системах со связями первого рода.
- 8) Калибровка. Матрица Фаддеева-Попова.
- 9) Гамильтонова формулировка со связями электродинамики Максвелла.
- 10) Гамильтонова формулировка со связями массивного векторного поля.

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Задача (ИОПК 2.2.). Записать гамильтониан и связи в электродинамике Максвелла.

Решение:

Гамильтониан и связи в электродинамике Максвелла.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}; \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$A^\mu(x)$ - координаты, нужно ввести импульсы

$$-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = -\frac{1}{2} F_{0i} F^{0i} - \frac{1}{4} F_{ij} F^{ij} = \frac{1}{2} F_{0i} F_{0i} - \frac{1}{4} F_{ij} F^{ij}$$

$k_{00} = -1, k_{ij} = \delta_{ij}$ - метрика

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_0} = F_{0m} = P_m \quad \text{и} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_i} - \partial_i A_0 = F_{0i} = P_i$$

$\partial_0 A_i - \partial_i A_0 = F_{0i} = P_i$ первичная связь

$\partial_0 A_i = P_i + \partial_i A_0$ Далее стандартная процедура Гамильтоновой

$\mathcal{L}^{(1)} = P_i \dot{V}^i + \pi \lambda - \mathcal{L}(\vec{V}, \vec{P}) = P_i (P_i + \partial_i A_0) + P_0 \lambda - \frac{1}{2} F_{0i} F_{0i} + \frac{1}{4} F_{ij} F^{ij} =$
 $= \frac{P_i^2}{2} + \frac{1}{4} F_{ij} F^{ij} + \lambda P_0 + P_i \partial_i A_0.$
 $H^{(1)} = \int d^3x \mathcal{L}^{(1)} - \text{канонический гамильтониан}; A|_{\vec{x} \rightarrow \infty} \rightarrow 0; P|_{\vec{x} \rightarrow \infty} \rightarrow 0$
 $P_i \partial_i A_0 \sim \partial_i P_i A_0$ - полагается 0 по полной дивергенции
 $P_i = F_{0i} = E_i$ - напряженность электрического поля
 $\frac{1}{2} E^2 = H^i - \text{плотность энергии электромагнитного поля}$
 $H^{(1)} = \int d^3x \left(\frac{E^2 + H^2}{2} + \lambda P^0 + A^0 \text{div} \vec{E} \right)$
 $\text{div} \vec{E} = 0$ в электродинамике без зарядов; $P^0 = 0$ по определению
 $\frac{E^2 + H^2}{2} = \mathcal{E}$ - плотность энергии э/м поля (из теоремы Нёнера)
 $\dot{P}_0 = \{P_0, H^{(1)}\} = 0$ условие сохранения первичных связей
 $\{0, [A(\vec{x}), P(\vec{x}), 0, [A(\vec{x}), P(\vec{x})]]\} = \int d^3x \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta A^0(\vec{x})} \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta P_i(\vec{x})} - 1 \leftrightarrow 2 \right)$
 $\{P_0, H^{(1)}\} = - \frac{\delta H^{(1)}}{\delta A^0(\vec{x})} = - \partial_i P_i = - \text{div} \vec{E} = 0$ - вторичная связь (закон Гаусса)
 $T = \partial_i P_i = \text{div} \vec{E}$
 $\dot{T}(\vec{x}) = \{T(\vec{x}), H^{(1)}\} = 0$ условие сохранения вторичных связей
 $\left\{ \frac{\delta \partial_i P_i(\vec{x})}{\delta P_j(\vec{y})} \frac{\delta \int \frac{F_{ij}^2}{4} d^3z}{\delta A^0(\vec{y})} \right\} = \{T(\vec{x}), H^{(1)}\} = \frac{\partial_i \partial_j F^{ij}}{\text{сим}} = 0$
 $\dot{T}(\vec{x}) = \{T(\vec{x}), H^{(1)}\} = 0$
 $A^0 T + \lambda P_0 + \frac{E^2 + H^2}{2} > 0$ положительность канонического гамильтониана
 A^0 минимальна при нулевой связи, λP_0 - опущена
 $\lambda = \frac{P_i^2}{2} + \frac{F_{ij} F^{ij}}{2} + A^0 T.$

Теоретические вопросы (ИПК 1.1, ИОПК 2.2):

1. Вторая теорема Нетер.
2. Алгоритм Дирака-Бергмана, вторичные связи.

Информация о разработчиках

Ляхович Семен Леонидович, доктор физико-математических наук, профессор, кафедры квантовой теории поля физического факультета ТГУ, заведующий кафедрой.