

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Рабочая программа дисциплины

Дискретная математика

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:
Прикладная математика и инженерия цифровых проектов

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
Д.Д. Даммер

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2025

1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-1.3 Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4 Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности

ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2 Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3 Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИОПК-3.4 Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.

2. Задачи освоения дисциплины

– Познакомить студентов с основными понятиями теории множеств, булевых функций и функций k -значной логики

– Научить использовать изученные методы дискретной математики для формализации и решения прикладных задач.

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика».

4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине

Первый семестр, экзамен

5. Входные требования для освоения дисциплины

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

6. Язык реализации

Русский

7. Объем дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 з.е., 180 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

8. Содержание дисциплины, структурированное по темам

Тема 1. Доказательства

Неформальные и формальные доказательства. Фиктивные доказательства. Аксиоматический метод. Метод дедукции. Доказательство от противного. Доказательства эквивалентности. Метод перебора и ограничения его применения. Метод математической индукции.

Тема 2. Комбинаторика

Принцип умножения. Перестановки. Размещения. Сочетания. Свойства биномиальных коэффициентов. Перестановки и сочетания с повторениями. Бином Ньютона.

Тема 3. Множества и операции над ними.

Понятие множества. Семейства (классы) множеств. Универсум и пустое множество. Принципы интуитивной теории множеств. Сравнение множеств. Подмножества и собственные подмножества. Булеан множества и его мощность. Парадоксы интуитивной теории множеств. Основные операции над множествами. Диаграммы Эйлера. Формула включения и исключения. Решения систем с неизвестными множествами.

Тема 4. Бинарные отношения

Упорядоченные пары и прямое произведение множеств. Бинарные отношения. Графики бинарных отношений. Область определения и область значений отношения. Обратные отношения, композиция отношений. Свойства отношений: рефлексивность, симметричность, транзитивность, полнота. Теорема о свойствах бинарного отношения. Замыкание отношений. Ядро бинарных отношений. Матрицы конечных бинарных множеств и их свойства. Инъекция, сюръекция, биекция, всюду определенное соответствие, функция.

Тема 5. Отношения эквивалентности, толерантности и порядка.

Отношение эквивалентности, классы эквивалентности, разбиение множества, фактор-множество. Отношение толерантности, классы толерантности, покрытие множества. Композиция функций, ядро функции. Теорема о гомоморфизме. Отношения порядка. Частично упорядоченное множество, его минимальный и максимальный, наименьший и наибольший элементы, верхняя и нижняя грань. Решетки, ограниченные решетки, решетки с дополнениями. Частичный порядок в решетке. Матроид, база матроида, ранг матроида. Алгоритм построения базы матроида. Жадный алгоритм.

Тема 6. Булевы функции и их нормальные формы.

Булевы функции. Способы задания булевых функций. Суперпозиция булевых функций. Дизъюнктивная нормальная форма. Конъюнктивная нормальная форма. Совершенная ДНФ и КНФ. Преобразование формулы в совершенную ДНФ и в совершенную КНФ. Разложение функции по части переменных. Понятие двойственности функций. Самодвойственная функция. Принцип двойственности. Свойства несамодвойственных функций. Число различных самодвойственных функций от n переменных. Арифметический полином. Полином Жегалкина. Построение полинома

Жегалкина методом неопределенных коэффициентов. Построение полинома Жегалкина из СДНФ.

Тема 7. Минимизация булевых функций

Конституэнты нуля и единицы. Импликанты нуля и единицы. Сокращенные ДНФ и сокращенные КНФ. Метод Квайна-МакКласки построения минимальной нормальной формы. Минимизация булевых функций с помощью матрицы Грея (карты Карно). Минимизация частично определенных функций.

Тема 8. Полные системы функций и функционально замкнутые классы

Линейные функции. Самодвойственные линейные функции. Нелинейные функции. Частичный порядок на множестве двоичных наборов. Монотонные логические функции. Немонотонные логические функции. Функции, сохраняющие 0 и 1. Полные системы функций. Функционально замкнутые классы. Теорема Поста. Предполные функционально замкнутые классы.

9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем проведения контрольных работ, выполнения домашних заданий в IDO, контроля самостоятельной работы в системе адаптивного обучения Plario и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Экзамен проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Первый вопрос требует доказательства утверждения; проверяет сформированность ИОПК-1.1.

Второй вопрос предполагает решение задачи по теории множеств и краткую интерпретацию полученных результатов; проверяет сформированность ИОПК-1.2.

Третий вопрос – предполагает решение задачи по булевым функциям и краткую интерпретацию полученных результатов; проверяет сформированность ИОПК-1.3.

Примерный перечень теоретических вопросов

1. Перестановки
2. Размещения
3. Сочетания
4. Принципы интуитивной теории множеств
5. Сравнение множеств
6. Булеан и его мощность
7. Свойства операций над множествами
8. Формула включения и исключения
9. Прямые произведения множеств и отношения
10. Свойства бинарных отношений
11. Замыкание отношений
12. Ядро бинарного отношения
13. Матрицы конечных бинарных отношений
14. Отношения эквивалентности
15. Отношения толерантности
16. Функции
17. Отношения порядка
18. Экстремальные элементы в частично упорядоченных множествах
19. Решетки
20. Матроиды
21. Алгоритм построения базы матроида

22. Жадный алгоритм поиска подмножества наибольшего веса
23. Суперпозиции булевых функций
24. Дизъюнктивная нормальная форма
25. Конъюнктивная нормальная форма
26. Построение совершенной ДНФ
27. Построение совершенной КНФ
28. Разложение функций по части переменных
29. Принцип двойственности
30. Самодвойственные функции
31. Свойства несамодвойственных функций
32. Метод Квайна-МакКласки построения минимальной ДНФ
33. Минимизация функций с помощью карты Карно / матрицы Грея
34. Минимизация частично определенных функций
35. Арифметический полином
36. Построение полинома Жегалкина
37. Линейные булевы функции
38. Нелинейные булевы функции
39. Монотонные булевы функции
40. Немонотонные булевы функции
41. Функции, сохраняющие 0 и 1
42. Полные системы функций
43. Функционально замкнутые классы
44. Теорема Поста
45. Предполные функционально замкнутые классы

Примеры задач:

Задача 1. Упростить выражения булевой алгебры с использованием ее аксиом и теорем:

$$(a + b) (a + 1) + (a + b) (b + 0)$$

$$(a + b) (b + 1) (a + 0)$$

$$(a + b) a b$$

$$(a + b) (a + \bar{b})$$

$$a b + (a + b) (\bar{a} + \bar{b})$$

Задача 2.

Получить пересечение $(A \times B) \cap (B \times A)$

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{1, 2, 5, 6, 3\}$$

Задача 3.

Даны множества $M = \{3, 4, 5, 6\}$ и $L = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Определить, является ли соответствие $R \subseteq M \times L$, определяемое отношением $R = \{ \langle 3, 1 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle, \langle 4, 4 \rangle, \langle 5, 5 \rangle, \langle 6, 6 \rangle \}$ отображением, сюръекцией, инъекцией и биекцией (для этого использовать определения понятий). Если это отображение, является ли оно функцией? Построить граф отношения R .

Задача 4.

Построить таблицы истинности и вектора значений для функции, заданной формулой $F1 = xy \rightarrow (y \vee z)$.

Студент имеет право проходить промежуточную аттестацию вне зависимости от результатов текущей.

Результаты экзамена определяются оценками:

«отлично» - даны полные верные ответы на все вопросы билета;

«хорошо» - даны полные верные ответы не менее чем на два вопроса билета, либо даны недостаточно полные ответы на все вопросы билета;

«удовлетворительно» - дан полный верный ответ не менее чем на один вопрос билета, либо даны частично верные ответы не менее чем на два вопроса билета;

«неудовлетворительно» - не дано верного ответа ни на один вопрос билета.

11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «ИДО» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=33332>

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

г) Методические указания по проведению лабораторных работ.

д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

– Судоплатов С. В. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 279 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/510824>

– Таранников, Ю. В. Дискретная математика. Задачник: учебное пособие для вузов / Ю. В. Таранников. — М.: Юрайт, 2022. — 385 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/511496>

б) дополнительная литература:

– Гисин В.Б. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / В. Б. Гисин. — М.: Юрайт, 2022. — 383 с — URL: <https://urait.ru/bcode/510972>

– Гашков, С. Б. Дискретная математика: учебник и практикум для вузов / С. Б. Гашков, А. Б. Фролов. — М.: Юрайт, 2022. — 483 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/511483>

– Дискретная математика: учебное пособие для вузов / Д. С. Ананичев [и др.]; М.: Юрайт, 2022. 108 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/492307>

– Никишечкин А. П. Дискретная математика и дискретные системы управления: учебное пособие для вузов / А. П. Никишечкин. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Юрайт, 2022. — 298 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/516852>

в) ресурсы сети Интернет:

– открытый онлайн-курс <https://openedu.ru/course/eltech/DisMath/>

– открытый онлайн-курс <https://www.coursera.org/specializations/discrete-mathematics#courses>

– телеграм-канал Книги для программистов <https://t.me/progbook>

13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

- б) информационные справочные системы:
- | | | |
|---|---|---|
| – Электронный каталог Научной библиотеки | ТГУ | – |
| http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system | | |
| – Электронная библиотека (репозиторий) | ТГУ | – |
| http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index | | |
| – ЭБС Лань – | http://e.lanbook.com/ | |
| – ЭБС Консультант студента – | http://www.studentlibrary.ru/ | |
| – Образовательная платформа Юрайт – | https://urait.ru/ | |
| – ЭБС ZNANIUM.com – | https://znanium.com/ | |
| – ЭБС IPRbooks – | http://www.iprbookshop.ru/ | |

14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешенном формате («Актру»).

15. Информация о разработчиках

Ерёмина Наталия Леонидовна, кандидат технических наук, кафедра системного анализа и математического моделирования, доцент