

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДЕНО:  
Декан ММФ ТГУ  
Л.В.Гензе

Оценочные материалы по дисциплине  
**Дополнительные главы дифференциальной геометрии**

по направлению подготовки

**01.03.01 Математика**  
**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль) подготовки  
**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики**  
**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики**  
**и компьютерных наук**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2023**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
Л.В.Гензе

Председатель УМК  
Е.А.Тарасов

## 1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-4 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности.

ПК-1 Способен проводить научно-исследовательские разработки по отдельным разделам выбранной темы.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 4.1 Проводит поиск и обработку научной и научно-технической информации, необходимой для решения исследовательских задач

ИОПК 4.2 Оценивает полученные результаты и формулирует выводы по итогам проведенных исследований

ИПК 1.1 Проводит работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

ИПК 1.2 Подготавливает планы и программы проведения отдельных этапов научно-исследовательской работы

ИПК 1.3 Проводит отдельные этапы научно-исследовательской работы

## 2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Элементы текущего контроля:

– упражнения (ИПК 1.1, ИПК 1.2, ИПК 1.3);

– рефераты (ИОПК 4.1, ИОПК 4.1);

### *Упражнения (примеры)*

1. Требование инволютивности распределения  $\omega^3 = 0$  в  $A_3$  приводит к соотношениям на базовые и слоевые формы. Какие это соотношения?
2. В пространстве  $A_3$  задаем кососимметричное отображение  $f : V_3 \times V_3 \rightarrow V_3$ , причём  $f(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2) = \mathbf{e}_3$ ,  $f(\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3) = \mathbf{e}_1$ ,  $f(\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_1) = \mathbf{e}_2$ . До какой группы сузится аффинная группа?

### *Ответы:*

1.  $\omega^1 \wedge \omega_1^3 + \omega^2 \wedge \omega_2^3 = 0$

2. До группы евклидова пространства.

Критерии оценивания: упражнение выполнено успешно, если приведено полное решение с верным ответом.

### Реферат

Реферат составляется как изложение содержания научной статьи с пояснениями, основанными на сведениях из литературы, входящей в основной перечень.

### *Источники тем для рефератов*

1. Бухтяк М.С. Естественная связность четырехпараметрического векторного поля в трехмерном аффинном пространстве / Том. пед. ин-т. – Томск, 1986. – 19 С. – Деп. в ВИНТИ 17.09.1986, № 6698-В86.
2. Бухтяк М.С. Связность Вейля и связность Леви-Чивита на четырехпараметрическом векторном поле / Том. пед. ин-т. – Томск, 1986. – 34 с. – Деп. в ВИНТИ 29.09.1986, № 6857-В86.

3. Бухтяк М.С. Пара изотропных распределений на четырехпараметрическом векторном поле / Том. пед. ин-т. – Томск, 1986. – 23 с. – Деп. в ВИНТИ 03.12.1986, № 8233-В86.
4. Бухтяк М.С. Изометрическое погружение области пространства  $B_6$  // Геометрич. сб., вып. 25, Томск: Изд-во ТГУ, 1985. С. 67-72.
5. Бухтяк М.С. Замечательные связности на четырехпараметрическом векторном поле. // Геометрич. сб., вып. 29, Томск: Изд-во ТГУ, 1988, С. 84-90.
6. Бухтяк М.С. Естественная связность на гиперповерхности пространства  $B_6$ . // Геометрич. сб., вып. 31, Томск: Изд-во ТГУ, 1993. С. 51-57.
7. Бухтяк М.С. Две аффинные связности на пятимерном многообразии приложенных векторов. // Сибирская геометрич. конф. Тезисы докл. - Томск: Изд-во ТГПИ, 1995. С. 23-25.
8. Бухтяк М.С. Интерпретация нуль-пар трехмерного центроаффинного пространства. // Исследования по математическому анализу и алгебре. Томск: Изд-во ТГУ, 2001. С. 39-45.
9. Бухтяк М.С. Связности на четырехпараметрическом векторном поле. Учебное пособие. - Томск: РИО ТГУ, 2005.
10. Бухтяк М.С. О гиперповерхности в пространстве приложенных ковекторов. // Вестник Томского государственного университета. Томск: ТГУ, №3(23), 2013, с. 8-22.

***Критерии оценивания:***

Реферат зачтён, если входящие в него термины объяснены, логически передана схема построения публикации, раскрыты детали сокращённых построений автора.

Реферат не зачтён, если объяснение терминологии неполное, логическая схема публикации не раскрыта.

**3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания**

Промежуточная аттестация проводится в виде зачёта.

Зачётное задание состоит из двух частей.

Первая часть содержит 2 вопроса. Ответы на вопросы первой части даются в развёрнутой форме

Вторая часть содержит вопросы, оформленные в виде собеседования по ранее представленному реферату.

***Перечень теоретических вопросов:***

1. Деривационные формулы подвижного репера.
2. Параметры главные и вторичные.
3. Внешняя алгебра в кокасательном пространстве.
4. Уравнения структуры аффинного пространства.
5. Базовые формы и слоевые формы.
6. Сужения полной аффинной группы.
7. Структура центроаффинного пространства.
8. Структура эквиаффинного пространства.
9. Структура евклидова пространства.
10. Специализация репера сужением группы, действующей в касательном пространстве.
11. Репер кривой. Инварианты.
12. Поверхность в аффинном пространстве.
13. Поверхность в эквиаффинном пространстве.
14. Поверхность в евклидовом пространстве.

15. Дифференцируемое многообразие.
16. Касательное расслоение.
17. Кокасательное расслоение.
18. Линейная связность.
19. Кручение и кривизна аффинной связности.
20. Локально плоское пространство аффинной связности.
21. Геодезические линии пространства аффинной связности.

***Критерии оценивания:***

Результаты зачёта определяются оценками «зачтено», «незачтено», Оценка «зачтено» выставляется, если даны правильные развёрнутые ответы на теоретические вопросы и обсуждение реферата позволило заключить, что студент понимает терминологию публикации и её логическую структуру.

Оценка «незачтено» выставляется, если ответы на теоретические вопросы неточны, владение терминологией слабое, и логическая структура публикации для студента неясна.

**4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)**

***Тест***

1. Возможно ли локально плоское дифференцируемое многообразие, на котором задана неплоская (псевдо)риманова метрика?
  - а) Нет.
  - б) Да.
  - в) Этот вопрос ещё не разрешен.
  - г) Вопрос непонятен.
2. Чем отличаются геодезические «прямоугольные» от геодезических «кратчайших»?
  - а) Ничем.
  - б) Если на многообразии имеются и те и другие, то ничем.
  - в) Первые существуют, если многообразие – пространство аффинной связности, а для вторых нужна ещё риманова структура.

Ключи: 1 (б), 2 (в).

***Теоретические вопросы:***

1. Пример дифференцируемого многообразия
2. Дериационные формулы подвижного репера
3. Почему геометрия в евклидовом пространстве отличается от геометрии в аффинном пространстве?
4. Что имеют в виду, когда говорят, что кривизна и кручение – инварианты кривой в евклидовом пространстве?
5. Привести пример двумерного дифференцируемого многообразия.
6. Пусть пространство аффинной связности имеет нулевые кручение и кривизну. С каким объектом его можно отождествить?

**Информация о разработчиках**

Бухтяк Михаил Степанович, к.ф.-м.н., доцент кафедры геометрии.