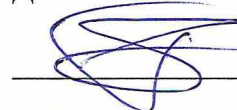


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ:

Декан



Л. В. Гензе

« 30 » 06 20 22 г.

Рабочая программа дисциплины

**Компьютерная алгебра**

по направлению подготовки

**01.03.01 Математика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль) подготовки :

**Основы научно-исследовательской деятельности в области математики  
Основы научно-исследовательской деятельности в области математики и  
компьютерных наук**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2022, 2023**

Код дисциплины в учебном плане: Б1.О.3.02

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП



Л. В. Гензе

Председатель УМК



Е. А. Тарасов

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-2 Способен находить или создавать, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике современный математический аппарат, математические модели и алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем в научно-исследовательской и (или) опытно-конструкторской деятельности в различных областях техники, естествознания, экономики и управления.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК 2.1 Использует методы построения и анализа математических моделей в задачах естествознания, технике, экономике и управлении

ИОПК 2.2 Демонстрирует умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии (в том числе с применением многопроцессорных систем) для решения различных задач в области профессиональной деятельности

ИОПК 2.3 Участвует в разработке математических моделей для решения задач естествознания, техники, экономики и управления под руководством более квалифицированного работника

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить аппарат компьютерных систем символьных вычислений, в частности, системы Wolfram Mathematica.

– Научиться применять понятийный аппарат символьных вычислений для проведения математических экспериментов для решения практических задач профессиональной деятельности.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплина (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы.

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Шестой семестр, зачет с оценкой

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Программирование», «математическая логика».

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 з.е., 108 часов, из которых:

-лекции: 32 ч.

-практические занятия: 32 ч.

в том числе практическая подготовка: 32 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. История символьных вычислений. Представление данных.

Краткая история символьных вычислений. Устройство системы Mathematica и интерфейс. Освоение интерфейса Mathematica. Различные виды представления данных.

Тема 2. Принципы языка Wolfram.

Понимание математической нотации. Общепринятые представления математиков об упорядочении приоритетов для операций. Однозначная семантика, обеспечиваемая синтаксисом языка программирования и использование знакомой математической нотации. Автоматическое упрощение и упрощение пользователем данных.

Тема 3. Алгебраические преобразования.

Использование функций Simplify и FullSimplify. Преобразование с помощью функций Expand, ExpandAll, Together, Apart, Factor, Collect, TrigExpand, TrigFactor.

Тема 4. Процедурное программирование (2-е индивидуальное задание).

Использование точных и приближенных вычислений. Применение списков, матриц, функций Table, Select, Range, If, While, Module.

Тема 5. Функциональное программирование.

Изучение и применение функций Map, Thread и MapThread, анонимных функций и функций высоких порядков. Apply, Nest, Fold и суперпозиций функций.

Тема 6. Программирование с правилами преобразований.

Применение правил для преобразования выражений из одной формы в другую. Создание и использование правил.

Тема 7. Параллельные вычисления и функциональное программирование.

Использование функций ParallelEvaluate, Parallelize. Изучение вопроса: какие функции, типичные для функционального программирования могут изучаться параллельно.

Тема 8. Создание вычисляемых документов (CDF).

Программирование программ в формате вычисляемых документов.

Тема 9. Экспериментальная математика.

Изучение примеров экспериментов в математике. Выполнение самостоятельных математических экспериментов.

## 9. Текущий контроль по дисциплине

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проверки выполнения индивидуальных контрольных работ и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

## 10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации

Зачет с оценкой в шестом семестре проводится в письменной форме по билетам. Билет содержит теоретический вопрос и две задачи. Продолжительность зачета 1,5 часа.

### Примерный перечень теоретических вопросов

1. Задача представления данных.
2. Канонические представления. Нормальные представления.
3. Связь между каноническим и нормальным представлением.
4. Отношения эквивалентности на множестве выражений.
5. Естественность представления. Метод Брауна.
6. Неразрешимые проблемы для представления данных.
7. Унифицированность представления различных математических объектов в системе Mathematica.
8. Выражения. Полная форма. Голова. Доступ к частям выражений. Деревья.
9. Автоматическое упрощение. Автоматическое упрощение в системе Mathematica.
10. Поля. Примеры полей. Поля с присоединенными элементами.
11. Кольца. Примеры колец.
12. Делимость целых чисел. Частное и остаток.

13. Взаимная простота. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
14. Алгоритм Евклида. Обобщенный алгоритм Евклида.
15. Простые числа. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики.
16. Формулы для простых чисел.
17. Основные типы чисел в системе Mathematica. Основные операции над числами.
18. Многочлены над кольцами и полями. Степень полинома. Нормированный полином.
19. Какие алгебраические структуры образуют многочлены над кольцами?
20. Деление многочленов. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида. Обобщение алгоритма Евклида.
21. Вычислительные трудности с алгоритмом Евклида.
22. Области единственного разложения на множители. Обратимые и простые элементы. Примеры.
23. Какие алгебраические структуры образуют многочлены над областями единственного разложения на множители?

#### Примеры задач:

1. Найдите единственное положительное  $n < 1000$  такое, что  $n! + (n + 1)!$  есть полный квадрат. Используйте функции `Select` и `IntegerQ`.
2. Какая цифра не является последней у первых 20 чисел Фибоначчи?
3. Найдите первые пять положительных целых чисел  $n$  таких, что  $n^6 + 1091$  есть простое число. Убедитесь, что все они находятся между 3500 и 8500.
4. Покажите, что среди первых 200 простых чисел  $p$  числа  $\{3, 7, 13, 43, 137\}$  – это как раз те, для которых остаток от деления  $19^{(p-1)}$  на  $p^2$  равен 1.
5. Объясните, что делают следующие функции:  
`g[n_]:=Times@@Apply[Plus,Inner[List,x^Range[n],1/x^Range[n],List],1]`  
`t[n_]:=Times@@Apply[Plus,Thread[List[x^Range[n],1/x^Range[n]]],1]`
6. Объясните, что вычисляют следующие функции  
`Power@@(x+y)`  
`Plus@@@(x^y+y^z)`
7. Определите, для каких целых  $n$  из диапазона  $1 \leq n \leq 10$  число  $\sin(\pi/n)$  выражается в радикалах? Тот же вопрос для  $1 \leq n \leq 1000$ .  
 Сколько нулей в  $1000!$  на конце? Ответьте, не печатая значение  $1000!$ .
8. Сколько нулей в  $10000!$  на конце? Ответьте, не печатая значение  $10000!$ .
9. Используя `Manipulate`, заметьте, что  $x^{(2n)}+x^{n+1}$  может быть разложен на небольшие множители для любого  $n$ ,  $1 \leq n \leq 30$ , за исключением  $n = 1, 3, 9, 27$ .  
 Результаты зачета с оценкой определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Текущий контроль при полном выполнении контрольных индивидуальных работ в семестре суммарно оценивается суммарно в 2 балла. При правильном ответе на вопрос и правильном решении задачи в время зачета студент может получить еще три балла. И оценка при промежуточной аттестации определяется как сумма двух указанных выше баллов.

### 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в электронном университете «Moodle» - <https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=6075>.

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) Порядок проведения практических занятий по дисциплине.

Практические занятия по вышеуказанным темам проводятся следующим образом.

1). Преподаватель дает теоретическое введение в тему. 2). На различных примерах показывает практическое использование функций и методов, применяемых в теме. 3)

Каждый студент получает несколько задач, выполнять которые он должен, как правило, в аудитории. 4) Преподаватель оценивает полученные результаты у студента, останавливаясь подробно на недостатках и положительных моментах работы.

г) Методические указания по проведению лабораторных работ.

д) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

а) основная литература:

1. Зюзьков В. М. Начала компьютерной алгебры. Учебное пособие.–Томск: Издательский дом ТГУ, 2015 г. 127 с. (имеется в научной библиотеке ТГУ).

2. Зюзьков В.М. Эксперименты в теории чисел. – Томск: Из-во НТЛ, 2019. – 348 с.

Электронный ресурс:

<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Repository/vtls:000658998>

б) дополнительная литература:

Mathemaica для нематематиков. Вавилов Н. А., Халин В. Г., Юрков А.В. – М.: Издательство МЦНМО, 2021, 483 с. (электронная книга) – выдается студентам на кафедре ВМиКМ.

в) ресурсы сети Интернет:

Электронный ресурс «Барт А.А, Зюзьков В.М. Компьютерная алгебра».

<https://moodle.tsu.ru/course/view.php?id=1342>

Общероссийская Сеть КонсультантПлюс Справочная правовая система.  
<http://www.consultant.ru>

## 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное программное обеспечение:

Wolfram Mathematica Версия 8.0.

б) информационные справочные системы:

– Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ –  
<http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>

– Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ –  
<http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>

– ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>

## 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в смешанном формате («Актру»).

## 15. Информация о разработчиках

Зюзьков Валентин Михайлович, к.ф.-м.н., старший научный сотрудник, доцент кафедры ВМ и КМ