

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДАЮ:  
Проректор по ОД



Е.В. Луков

20 25 г.

Рабочая программа дисциплины

**Математический анализ**

по направлению подготовки

**10.03.01 Информационная безопасность**

Направленность (профиль) подготовки:

**Безопасность компьютерных систем**

Форма обучения

**Очная**

Квалификация

**Бакалавр**

Год приема

**2026**

СОГЛАСОВАНО:

Руководитель ОП

В.Н. Треньяев

Председатель УМК

С.П. Сущенко

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-3. Способен использовать необходимые математические методы для решения задач профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач, формулируемых в рамках базовых математических дисциплин, которые обеспечивают возможность решения задач профессиональной деятельности.

ИОПК-3.2. Осуществляет применение основных понятий, фактов, концепций, принципов математики и информатики для решения задач профессиональной деятельности.

ИОПК-3.3. Выявляет научную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применяет соответствующий математический аппарат для их формализации, анализа и выработки решения.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

– Освоить методы математического анализа, необходимые как при изучении остальных курсов, так и для решения прикладных задач в разных предметных областях;

– Уметь применять понятийный аппарат дисциплины для корректного моделирования на основе вычислительной техники с привлечением теории пределов функций, дифференцирования, интегрирования и разложения функций в ряды.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)».

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика».

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Первый семестр, зачет

Первый семестр, экзамен

Второй семестр, зачет

Второй семестр, экзамен

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются компетенции, сформированные в ходе освоения образовательных программ предшествующего уровня образования.

## **6. Язык реализации**

Русский

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 з.е., 432 часов, из которых:

– лекции: 64 ч.

– практические занятия: 128 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

Тема 1. Действительные числа, пределы числовых последовательностей

Предел последовательности. Свойства предела.

Тема 2. Действительные функции действительной переменной.

Предел функции и его свойства. Основные типы пределов. Производные и дифференциалы. Исследование функций и построение графиков.

Тема 3. Интегральное исчисление функций действительной переменной. Неопределенный интеграл. Интегралы Римана, Стильеса. Способы вычисления.

Тема 4. Ряды с действительными и комплексными членами. Функциональные ряды. Разложение функций в степенной ряд.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.

Дифференцирование. Обратные отображения и неявные функции. Безусловный и условный экстремум.

Тема 6. Ряды Фурье.

Разложение функций в ряд Фурье. Свойства ряда Фурье.

Тема 7. Интегралы, зависящие от параметра.

Свойства, способы вычисления. Гамма и бета функции.

Тема 8. Кратные интегралы.

Мера Жордана. Свойства интеграла. Методы вычисления.

Тема 9. Теория поля. Криволинейные и поверхностные интегралы.

Свойства интегралов. Способы вычисления. Приложения геометрические и физические.

Тема 10. Теория функций комплексной переменной.

Дифференцирование, интегрирование. Ряд Лорана. Особые точки. Вычеты. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Преобразование Фурье и Лапласа.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проведения контрольных работ, выполнения домашних заданий и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» – <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Зачет в каждом семестре ставится по результатам выполнения домашних заданий и решения контрольных работ. Получение зачета по практике является необходимым условием для допуска к экзамену. Во время зачета проверяется достижение ИОПК-3.1, ИОПК-3.2.

Экзамен в каждом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов и содержит вопросы по теории. Продолжительность экзамена 1,5 часа. Во время экзамена проверяется достижение ИОПК-3.2, ИОПК-3.3.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценки при проведении экзамена формируются в соответствии с нижеприведенной таблицей.

| 2                                  | 3                                                              | 4                                                                            | 5                                 |
|------------------------------------|----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
| Не ответил ни на один из вопросов. | Ответил на один из основных вопросов и на один - два частично. | Ответил на вопросы, содержащиеся в экзаменационном билете, но с замечаниями. | Правильно ответил на все вопросы. |

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» – <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## 11. Учебно-методическое обеспечение

а) Электронный учебный курс по дисциплине в LMS IDO

б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.

в) План семинарских / практических занятий по дисциплине.

Раздел 1. Действительные числа, пределы числовых последовательностей  
Введение в множества действительных чисел. Аксиомы  $\mathbb{R}$ . Верхние и нижние грани числовых множеств.

Числовые последовательности и их пределы (по Коши, по Гейне).

Свойства пределов последовательностей. Число  $e$ .

Теорема Больцано-Вейерштрасса и критерий Коши.

Раздел 2. Действительные функции действительной переменной. Производные и дифференциалы.

Определение предела функции в точке по Коши и Гейне. Свойства предела функции в точке (основные теоремы).

Первый и второй замечательные пределы и следствия из них.

Определение непрерывной функции в точке. Свойства непрерывных функций (арифметические операции, сложная функция, обратная функция).

Точки разрыва. Свойства непрерывных на отрезке функций (теорема Вейерштрасса, Кантора).

Определение производной. Правила дифференцирования. Таблица производных.

Производная сложной функции. Производная функции, заданной параметрически.

Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.

Определение точки экстремума. Необходимое условие экстремума.

Достаточные условия экстремума. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. Асимптоты. Способы нахождения.

Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано, Коши. Формула Тейлора для элементарных функций.

Раздел 3. Интегральное исчисление функций действительной переменной. Интегралы Римана.

Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Формула замены переменной в неопределенном интеграле.

Формула интегрирования по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование элементарных дробей.

Определенный интеграл. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Критерий интегрируемости. Интегральные суммы Римана. Классы интегрируемых функций (непрерывные, монотонные, кусочно-непрерывные).

Свойства определенного интеграла. Неравенства, теоремы о среднем. Интегрируемость произведения интегрируемых функций.

Свойства интеграла Римана как функции верхнего предела интегрирования. Существование первообразной у интегрируемой, непрерывной функций. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной, интегрирование по частям в определенном интеграле. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме. Геометрические приложения определённого интеграла. Вычисление площади плоских фигур, объема тела вращения.

Несобственные интегралы первого и второго рода. Абсолютная и условная сходимость.

Признаки сходимости: сравнения, Дирихле, Абеля.

Раздел 4. Ряды с действительными и комплексными членами. Функциональные ряды. Степенные ряды.

Числовой ряд, его сходимость и сумма. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость рядов. Основные признаки сходимости числовых рядов: сравнения, интегральный, Даламбера, Коши, Лейбница, Дирихле, Абеля.

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости. Теоремы о равномерно сходящихся последовательностях и рядах: непрерывность предельной функции и суммы ряда, почленное дифференцирование и интегрирование.

Степенные ряды. Теоремы Абеля. Интервал и радиус сходимости. Разложение функций в степенные ряды

Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Обратные отображения и неявные функции.

Векторные функции нескольких переменных. Непрерывность, дифференцируемость. Дифференцируемость сложной функции. Производная по направлению, свойства. Частные производные. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.

Производные и дифференциалы высших порядков. Свойства смешанных частных производных.

Формула Тейлора. Локальный экстремум. Необходимое, достаточное условие экстремума.

Раздел 6. Кратные интегралы. Интегралы, зависящие от параметра

Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру. Несобственные интегралы, зависящие от параметра, равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости Вейерштрасса, Дирихле, Абеля. Свойства равномерно сходящихся несобственных интегралов.

Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру несобственных интегралов.

Кратные интегралы. Суммы Дарбу, верхний и нижний интегралы. Интегралы по брусу. Интегрируемость непрерывной функции. Свойства интеграла. Множества, измеримые по Жордану. Внутренняя мера. Свойства измеримых множеств.

Несобственные кратные интегралы.

#### Раздел 7. Криволинейные и поверхностные интегралы

Криволинейные интегралы первого рода. Определение, свойства. Способ вычисления.

Криволинейные интегралы второго рода. Определение, свойства. Способ вычисления.

Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейных интегралов. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Способы вычисления.

Дивергенция, ротор. Формула Остроградского-Гаусса. Формула Стокса.

#### Раздел 8. Ряды Фурье. Интеграл Фурье.

Ряды Фурье. Тригонометрическая система, свойства.

Частичные суммы ряда Фурье. Ядро Дирихле. Принцип локализации. Сходимость ряда Фурье в точке.

Интегрирование, дифференцирование Рядов Фурье.

#### Раздел 9. Теория функций комплексной переменной. Дифференцирование, интегрирование.

Производная функции комплексной переменной. Аналитические функции. Условия Коши-Римана. Достаточные условия дифференцируемости. Интегрирование функции комплексной переменной. Свойства.

Теорема Коши. Формула Коши.

Интегралы, зависящие от параметра. Теорема Лиувилля.

Теорема о представлении аналитической в круге функции в виде степенного ряда.

Теорема единственности аналитических функций.

#### Раздел 10. Ряд Лорана. Особые точки. Вычеты.

Ряд Лорана. Область сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.

Нахождение коэффициентов.

Изолированные особые точки и их классификация. Свойство существенно особой точки (теорема Сохоцкого-Вейерштрасса). Свойство полюса. Свойство устранимой особой точки.

Вычет функции в изолированной особой точке. Вычисление вычета в полюсе первого порядка (2 формулы), в полюсе произвольного порядка. Основная теорема теории вычетов.

г) Методические указания по организации самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа организуется в следующих формах: работа с материалами лекций; изучение вопросов, выносимых за рамки лекционных занятий; подготовка к лабораторным занятиям; подготовка к рубежному контролю по теме/разделу (аттестации). Следует целенаправленно, систематически и планомерно работать с конспектами лекций; изучать рекомендуемую литературу, добывая новые/обобщая полученные знания; тратить не менее часа в день на самостоятельную работу; консультироваться с преподавателем при возникновении вопросов; активно использовать учебно-методический комплекс на базе LMS IDO TGU; работать с тематическими форумами в сети Интернет.

## 12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет

### а) Основная литература:

- Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа Т. 1 М.: Юрайт, 2009. - 607 с.
- Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа Т. 3 М.: Юрайт, 2016. - 350 с.
- Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу М: Лань 2017. - 624 с.
- Свешников, А. Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. М: Физматлит 2001. - 335 с.
- Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям Москва: Ленанд 2015. - 235 с.
- Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения М. ЛКИ 2008 - 309 с.

### б) Дополнительная литература:

- Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1: учебник : [для студентов университетов, педагогических и технических вузов : в 3 т.] СПб.: Лань 2009. - 607 с.
- Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2: учебник: [для студентов университетов, педагогических и технических вузов: в 3 т.]. СПб.: Лань. 2009. - 800 с.
- Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 3: учебник: [для студентов университетов, педагогических и технических вузов: в 3 т.]. СПб.: Лань. 2009. — 656 с.

### в) Ресурсы сети Интернет:

- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ [Электронный ресурс] / Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ: [сайт]. – [Томск, 2011–2016]. – URL: <https://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>.
- <https://exponenta.ru>
- [https://www.sbras.nsc.ru/win/mathpub/math\\_www.html](https://www.sbras.nsc.ru/win/mathpub/math_www.html)
- <https://www.mathhelp.spb.ru>
- <https://ilib.mccme.ru>
- <https://256bit.ru>

## 13. Перечень информационных технологий

### а) Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office OneNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);
- Публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.).

### б) Информационные справочные системы:

- Электронный каталог Научной библиотеки ТГУ – <http://chamo.lib.tsu.ru/search/query?locale=ru&theme=system>
- Электронная библиотека (репозиторий) ТГУ – <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>
- ЭБС Лань – <http://e.lanbook.com/>
- ЭБС Консультант студента – <http://www.studentlibrary.ru/>
- Образовательная платформа Юрайт – <https://urait.ru/>
- ЭБС ZNANIUM.com – <https://znanium.com/>
- ЭБС IPRbooks – <http://www.iprbookshop.ru/>

#### 14. Материально-техническое обеспечение

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения занятий семинарского типа, индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Специальные технические средства (проектор, компьютер и т.д.) требуются для демонстрации материала в рамках изучаемых разделов.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

| Наименование оборудованных учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий, объектов физической культуры и спорта с перечнем основного оборудования                                                                                                                                                                                                                                                    | Адрес (местоположение) учебных кабинетов, объектов для проведения практических занятий, объектов физической культуры и спорта (с указанием площади и номера помещения в соответствии с документами бюро технической инвентаризации) |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.<br>Аудитория № 118<br>Учебная мебель, оборудование, программное обеспечение:<br>45 столов по 2 места; 90 стульев; 1 интерактивная доска; Microsoft Windows 10, Microsoft Office 2010. (Лицензия №47729022 от 26.11.2010).                             | 634050, Томская область, г. Томск, пр-т Ленина, 36, стр.7 (78 по паспорту БТИ)<br>Площадь 61,1 м <sup>2</sup> .                                                                                                                     |
| Учебная аудитория для проведения практических занятий и занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.<br>Аудитория № 120<br>Учебная мебель, оборудование, программное обеспечение:<br>20 столов по 2 места; 40 стульев; интерактивная доска; компьютер; проектор; Microsoft Windows 10, Microsoft Office 2010 (Лицензия №47729022 от 26.11.2010).  | 634050, Томская область, г. Томск, пр-т Ленина, 36, стр.7 (41 по паспорту БТИ)<br>Площадь 64,6 м <sup>2</sup> .                                                                                                                     |
| Учебная аудитория для самостоятельной работы<br>Аудитория № 103Б<br>Учебная мебель, оборудование, программное обеспечение:<br>13 столов по 1 месту; 13 стульев; 13 системных блоков (Intel Core i7-4790/Ga H97 HD 3/2x 8Gb DDR 3); 13 мониторов, телевизор 75 дюймов; Microsoft Windows 10 Professional x64, Microsoft Office 2010 Standart, Microsoft Office 2003 Professional (only for MS Access), Microsoft Visual | 634050, Томская область, г. Томск, пр-т Ленина, 36, стр.7 (71 по паспорту БТИ)<br>Площадь 42,5 м <sup>2</sup> .                                                                                                                     |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| Studio 2022 Community, Visual Studio Code, Dr.Web Desktop Security Suite, 1С:Предприятие учебная версия, 7-Zip, Adobe Reader, Android Studio, Far Manager, FreeCommander, Google Chrome, Яндекс Браузер, GPL Ghostscript, Gsview, IntelliJ IDEA Community Edition, Java SDK, Lazarus, Mathsoft Mathcad 13, 15, Mathsoft Prime 3.1, StatSoft Statistica 13, FreeMat, Scilab, NetBeans IDE 22, Eclipse IDE 2024, PyCharm Community 2024, R Project, RapidMiner Studio, Rstudio, Anaconda, JASP (Лицензия №47729022 от 26.11.2010, договор №7193 от 14.10.2015, договор № 2016 от 16.04.2018), NI ELVIS II+, NI Circuit Design Suite, NI LabVIEW. |  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

### **15. Информация о разработчиках**

Воробейчиков Сергей Эрикович, д.ф.-м.н., доцент, профессор каф. системного анализа и математического моделирования.