

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:  
Директор  
А. В. Замятин

Рабочая программа дисциплины

**Теория оптимального управления**

по направлению подготовки

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Направленность (профиль) подготовки:  
**Математические методы в цифровой экономике**

Форма обучения  
**Очная**

Квалификация  
**Бакалавр**

Год приема  
**2024**

СОГЛАСОВАНО:  
Руководитель ОП  
К.И. Лившиц

Председатель УМК  
С.П. Сущенко

## **1. Цель и планируемые результаты освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

УК-2. Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1. Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.3. Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4. Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности.

ИОПК-3.1. Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2. Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3. Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИУК-2.1. Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение.

ИУК-2.2. Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений.

ИУК-2.3. Решает конкретные задачи (исследования, проекта, деятельности) за установленное время.

## **2. Задачи освоения дисциплины**

- Освоить основные понятия теории оптимального управления.
- Научиться работать с учебной литературой по теории оптимального управления.
- Научиться решать типовые задачи, пользоваться методами теории оптимального управления при решении практических задач и исследовании математических моделей технических и социально-экономических систем с целью их оптимизации.

## **3. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина относится к Блоку 1 «Дисциплины (модули)». Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы. Дисциплина входит в модуль «Математика».

## **4. Семестр(ы) освоения и форма(ы) промежуточной аттестации по дисциплине**

Шестой семестр, экзамен.

## **5. Входные требования для освоения дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины требуются результаты обучения по следующим дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения».

## **6. Язык реализации**

Русский.

## **7. Объем дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 часов, из которых:

-лекции: 64 ч.

-лабораторные: 16 ч.

Объем самостоятельной работы студента определен учебным планом.

## **8. Содержание дисциплины, структурированное по темам**

### **Тема 1. Введение в теорию управления.**

Математическая модель объекта. Критерии оптимальности. Допустимые управления. Дополнительные условия. Формулировка задачи оптимального управления. Примеры постановки задач оптимального управления. Задача оптимального управления производством, хранением и сбытом товара. Оптимальное управление односекторной экономикой на конечном интервале времени. Динамическая модель рекламы в задаче страхования.

### **Тема 2. Общая теория линейных систем управления**

Переходная матрица, ее свойства и методы построения. Ряд Пеано. Спектральное представление переходной матрицы. Представление в виде суммы степеней матрицы. Критерии устойчивости линейных систем: спектральный критерий, критерий Рауса-Гурвица, критерий Ляпунова. Свойства уравнения Ляпунова. Исследование колебательного контура. Анализ линейных дискретных систем. Критерии устойчивости: спектральный критерий устойчивости, критерий Ляпунова. Поведение линейных систем при внешних возмущениях. Передаточная матрица. Постоянное управление. Задача слежения.

### **Тема 3. Управляемость и наблюдаемость**

Критерии управляемости. Критерии наблюдаемости. Общая декомпозиция линейной системы по Калману.

### **Тема 4. Синтез регуляторов и наблюдателей**

Синтез регуляторов и наблюдателей. Общий принцип регулируемости. Метод АКОР для непрерывных систем. Метод АКОР для дискретных систем. Модальное управление. Вычисление матрицы регулятора. Выбор заданного спектра. Синтез полных наблюдателей. Наблюдатель Луенбергера. Фильтр Калмана для непрерывных систем. Фильтр Калмана для дискретных систем.

### **Тема 5. Вариационное исчисление**

Вариационное исчисление. Содержание метода. Вариация функционала. Функция Гамильтона. Уравнение Эйлера-Лагранжа. Задача Больца. Примеры. Задачи с ограничениями на правый конец траектории. Задача с произвольным временем и без ограничений на правый конец траектории. Задача с ограничениями общего вида. Примеры.

Исследование второй вариации функционала. Квадратические функционалы. Достаточные условия положительности второй вариации. Условие Лежандра-Клебша. Второе достаточное условие положительной определенности второй вариации. Присоединенная задача. Условие Якоби. Свойства уравнения Риккати. Примеры.

### **Тема 6. Принцип максимума Понтрягина.**

Принцип максимума Понтрягина. Содержание метода. Недостатки вариационного метода. Игольчатая вариация. Принцип максимума. Особое управление. Оптимальное по быстрдействию управление для линейных систем. Примеры.

## **Тема 7. Динамическое программирование.**

Динамическое программирование. Содержание метода. Функция Беллмана. Уравнение Беллмана. Связь с принципом максимума Понтрягина. Решение задачи АКОР. Управление линейной системой с ограничениями на правый конец траектории. Примеры.

## **9. Текущий контроль по дисциплине**

Текущий контроль по дисциплине проводится путем контроля посещаемости, проверки усвоения лекционного материала при выполнении лабораторных работ, проведению коллоквиума по лекционному материалу и фиксируется в форме контрольной точки не менее одного раза в семестр.

Оценочные материалы текущего контроля размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **10. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации**

Экзамен в шестом семестре проводится в письменной форме по билетам. Экзаменационный билет состоит из двух вопросов. Продолжительность экзамена 1,5 часа.

Результаты экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется, если студент правильно ответил на все основные и дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент ответил на оба вопроса, содержащихся в экзаменационном билете, и на дополнительные вопросы, но с замечаниями.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент верно ответил на один из основных вопросов и на один - два из трех дополнительных вопросов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент не ответил ни на один из основных вопросов.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации размещены на сайте ТГУ в разделе «Информация об образовательной программе» - <https://www.tsu.ru/sveden/education/eduop/>.

## **11. Учебно-методическое обеспечение**

- а) Электронный учебный курс по дисциплине в LMS iDo;
- б) Оценочные материалы текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине.
  - в) План лабораторных работ дисциплине.
    1. Знакомство с пакетом «Управление».
    2. Устойчивость непрерывных и дискретных систем.
    3. Модальное управление.
    4. Динамический наблюдатель.
    5. Фильтр Калмана для дискретных систем.
    6. Фильтр Калмана для непрерывных систем.
    7. Задача оптимального быстрогодействия.

## **12. Перечень учебной литературы и ресурсов сети Интернет**

- а) основная литература:
  - Лившиц К.И., Параев Ю.И. Теории управления: учебник / К.И. Лившиц [и др.]. – СПб: Лань, 2020. – 232 с.
  - Абдрахманов В.Г., Рабчук А.В. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания / В.Г. Абдрахманов

[и др.]. – СПб.: Издательство «Лань», 2014. – 112 с.

б) дополнительная литература:

– Параев Ю.И., Цветницкая С.А. Устойчивость линейных систем: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / Ю. И. Параев [и др.]. – Томск: ТГУ, 2009. – 22 с.

– Параев Ю.И. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов для непрерывных и дискретных систем: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / Ю.И. Параев. – Томск: ТГУ, 2009. – 19 с.

– Параев Ю.И. Фильтр Калмана для непрерывных и дискретных систем: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / Ю.И. Параев. – Томск: ТГУ, 2009. – 19 с.

– Параев Ю.И. Задача оптимального быстродействия: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / Ю.И. Параев. – Томск: ТГУ, 2010. – 16 с.

– Квакернаак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления / Х. Квакернаак [и др.]. – М.: Мир, 1977. – 652 с.

– Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин [и др.]. – М.: Наука, 1983. – 393 с.

– Лагоша Б.А. Оптимальное управление в экономике: учебное пособие / Б.А. Лагоша. – М.: Моск. гос. ун-та экономики, статистики и информатики, 2004. – 133 с.

– Брайсон А., Ю-Ши Хо Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон [и др.]. – М.: Мир, 1972. – 544 с.

– Ройтенберг Я.Н. Автоматическое управление: учебник / Я.Н. Ройтенберг. – М.: Наука. 1992. – 576 с.

– Смагин В.И. Динамические регуляторы: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / В.И. Смагин. – Томск: ТГУ, 2004. – 18 с.

– Параев Ю.И., Смагин В.И. Динамические наблюдатели: учеб. - метод. пособие по курсу «Теория управления» / Ю.И. Параев [и др.]. – Томск: ТГУ, 2004. – 25 с.

– Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Изд-во Иностранная литература, 1960. – 400 с.

в) ресурсы сети Интернет:

– открытые онлайн-курсы.

### 13. Перечень информационных технологий

а) лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

– Microsoft Office Standart 2013 Russian: пакет программ. Включает приложения: MS Office Word, MS Office Excel, MS Office PowerPoint, MS Office On-eNote, MS Office Publisher, MS Outlook, MS Office Web Apps (Word Excel MS PowerPoint Outlook);

– публично доступные облачные технологии (Google Docs, Яндекс диск и т.п.);

– пакет «**Управление**», разработанный на кафедре прикладной математики ТГУ.

б) информационные справочные системы:

– «Образовательный математический сайт Exponenta.ru». – URL: <http://www.exponenta.ru>.

– «Образовательный математический сайт Math.ru». – URL: <http://www.math.ru>

– Онлайн-библиотека: точные науки. – URL : [http://www.edu\\_lib/net](http://www.edu_lib/net).

– Электронно-библиотечная система Издательства Лань [Электронный ресурс]/ Издательство «Лань». – Электрон. дан. – URL: <https://e.lanbook.com/>

– Электронная библиотека ТГУ: <http://vital.lib.tsu.ru/vital/access/manager/Index>.

– ScienceDirect [Electronic resource] / Elsevier B.V. – Electronic data. – Amsterdam, Netherlands, 2016. – URL: <http://www.sciencedirect.com/>

#### **14. Материально-техническое обеспечение**

Аудитории для проведения занятий лекционного типа.

Аудитории для проведения индивидуальных и групповых консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации.

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой и доступом к сети Интернет, в электронную информационно-образовательную среду и к информационным справочным системам.

Для проведения лабораторных работ необходима аудитория, оборудованные персональными компьютерами, на которых установлен пакет «Управление», разработанный на кафедре прикладной математики ТГУ.

#### **15. Информация о разработчиках**

Лившиц Климентий Исаакович, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры прикладной математики института прикладной математики и компьютерных наук НИ ТГУ.