

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ (НИ ТГУ)

Институт прикладной математики и компьютерных наук

УТВЕРЖДЕНО:
Директор
А. В. Замятин

Оценочные материалы по дисциплине

Комплексный анализ

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки:
Математическое моделирование и информационные системы

Форма обучения
Очная

Квалификация
Бакалавр

Год приема
2025

СОГЛАСОВАНО:
Руководитель ОП
К.И. Лившиц

Председатель УМК
С.П. Сущенко

Томск – 2025

1. Компетенции и индикаторы их достижения, проверяемые данными оценочными материалами

Целью освоения дисциплины является формирование следующих компетенций:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

ОПК-3 Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности.

Результатами освоения дисциплины являются следующие индикаторы достижения компетенций:

ИОПК-1.1 Демонстрирует навыки работы с учебной литературой по основным естественнонаучным и математическим дисциплинам.

ИОПК-1.2 Демонстрирует навыки выполнения стандартных действий, решения типовых задач с учетом основных понятий и общих закономерностей, формулируемых в рамках базовых математических и естественнонаучных дисциплин.

ИОПК-1.3 Демонстрирует навыки использования основных понятий, фактов, концепций, принципов математики, информатики и естественных наук для решения практических задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

ИОПК-1.4 Демонстрирует понимание и навыки применения на практике математических моделей и компьютерных технологий для решения практических задач, возникающих в профессиональной деятельности

ИОПК-3.1 Демонстрирует навыки применения современного математического аппарата для построения адекватных математических моделей реальных процессов, объектов и систем в своей предметной области.

ИОПК-3.2 Демонстрирует умение собирать и обрабатывать статистические, экспериментальные, теоретические и т.п. данные для построения математических моделей, расчетов и конкретных практических выводов.

ИОПК-3.3 Демонстрирует способность критически переосмысливать накопленный опыт, модифицировать при необходимости вид и характер разрабатываемой математической модели.

ИОПК-3.4 Демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.

2. Оценочные материалы текущего контроля и критерии оценивания

Методические материалы для оценки текущего контроля успеваемости по дисциплине.

В рамках текущего контроля оцениваются: посещаемость, выполнение домашних работ, выполнение контрольных работ, выступление с докладами. Оценивание производится по пятибалльной шкале.

Посещение.

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
90%-100% занятий	75% - 89,9% занятий	65% - 74,9% занятий	Менее 65 % занятий

Домашние работы.

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Опоздание не более 5 дней	Опоздание от 6 до 16 дней	Опоздание от 17 до 30 дней	Опоздание более 30 дней

Контрольные работы.

Каждое задание оценивается по пятибалльной шкале, оценка за контрольную выставляется как среднее арифметическое.

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Приведено полное обоснованное решение	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.	Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи.	Решение не соответствует задаче или отсутствует.

Коллоквиумы.

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Ответ на вопрос выполнен без недочетов..	Ответ на вопрос присутствует, но имеются не принципиальные неточности в рассуждениях.	Ответ на вопрос присутствует, но допущены принципиальные ошибки.	Ответ не соответствует вопросу или отсутствует.

Выступление с докладом повышает среднюю арифметическую оценку за семестр на 0,5 балла.

Типовые задания для проведения текущего контроля успеваемости по дисциплине.
Контрольная работа №1.

1. Пользуясь условиями Коши-Римана, установить, является ли функция аналитической хотя бы в одной точке:

$$f(z) = \operatorname{ch} z \cdot \operatorname{Im} z.$$

2. Найти:

$$\oint_C (z^2 + z \cdot \bar{z}) dz, \quad C: |z| = 2, -\frac{\pi}{2} \leq \arg z \leq \pi.$$

3. Вычислить, используя интегральные формулы Коши:

$$\text{а) } \oint_{|z|=4} \frac{e^z \cos \pi z}{z^2 + 3z} dz; \quad \text{б) } \oint_{|z-1|=3} \frac{\operatorname{ch} z}{(z-1)^2 z^2} dz.$$

4.

- а) Найти нули функции и установить их порядок:

$$f(z) = (z - \pi i)(1 - \operatorname{ch} z).$$

- б) Найти особые точки и установить их характер:

$$f(z) = \frac{1}{(1 - \cos z)^2}$$

3. Оценочные материалы итогового контроля (промежуточной аттестации) и критерии оценивания

Методические материалы для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация в виде зачета с оценкой оценивается следующим образом.

Каждый вопрос билета, кроме последнего, оценивается в соответствии с таблицей:

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Ответ на вопрос выполнен без недочетов..	Ответ на вопрос присутствует, но имеются не принципиальные неточности в рассуждениях.	Ответ на вопрос присутствует, но допущены принципиальные ошибки.	Ответ не соответствует вопросу или отсутствует.

Если в рамках текущего контроля сданы коллоквиумы с оценками не ниже «удовлетворительно», то эти оценки могут быть использованы по желанию обучающегося в качестве оценок за соответствующие вопросы.

Последний вопрос билета оценивается в соответствии с таблицей:

отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
Приведено полное обоснованное решение	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.	Задача не решена, но приведены формулы, чертежи, соображения или доказаны некоторые вспомогательные утверждения, имеющие отношение к решению задачи.	Решение не соответствует задаче или отсутствует.

К полученным оценкам добавляется усредненная оценка текущего контроля, тем самым в процессе формирования итоговой оценки учитываются оценки за приобретаемые компетенции. Итоговая оценка является результатом усреднения всех используемых оценок, округленным по правилам округления. Если итог составляет 2,5; 3,5 или 4,5, то округление производится в пользу обучающегося – в большую сторону.

Типовые задания для проведения промежуточной аттестации по дисциплине.

Экзаменационные билеты.

Билет №1.

1. Сфера комплексных чисел. Области и границы.
2. Теорема о существовании окрестности нуля функции, в которой нет других нулей, и ее следствие.

Билет №2.

1. Определение комплексной функции действительного и комплексного переменного. Однозначные и многозначные ветви.
2. Теорема о единственности (тождественном равенстве двух функций).

Билет №3.

1. Предел функции комплексного переменного.

2. Основная теорема о вычетах (сумма вычетов...).

Билет №4.

1. Определение дифференцируемой функции. Определение функции, дифференцируемой в области и в точке.
2. Теорема Коши о вычетах.

Билет №5.

1. Определение интегральных сумм для интеграла от ФКП. Определение интеграла.
2. Условия Коши-Римана. Сформулировать и доказать необходимость.

Билет №5.

1. Определение изолированной особой точки. Виды особых точек.
2. Условия Коши-Римана. Сформулировать и доказать достаточность.

Билет №6.

1. Определение предела последовательности. Свойства.
2. Теорема о среднем значении интеграла от ФКП. Теорема о необходимом и достаточном условии равенства нулю интеграла по замкнутому контуру.

Билет №7.

1. Определение равномерной сходимости функционального ряда в комплексной области.
2. Теорема о необходимом и достаточном условии равенства нулю. Интегральная теорема Коши.

Билет №8.

1. Стандартные разложения Тейлора.
2. Теорема о двух первообразных одной функции.

Билет №9.

1. Определение сходимости и абсолютной сходимости ряда в комплексной области..
2. Теорема о представлении первообразной интегралом с переменным пределом. Следствия.

Билет №10.

1. Условия применения и формулы интегрирования по частям и замены переменных.
2. Теорема о мероморфной функции.

Билет №11.

1. Определение логарифмической ФКП.
2. Интегральная формула Коши.

Билет №12.

1. Определение степенной функции с натуральным показателем.
2. Формула Коши для высших производных.

Билет №13.

1. Гиперболические функции. Связь с тригонометрическими.
2. Теорема Вейерштрасса.

Билет №14.

1. Обратные тригонометрические и обратные гиперболические функции.
2. Теорема Абеля. Следствие.

Билет №15.

1. Определение функции $f(z) = \sqrt[n]{z}$. Ее особенности.
2. Теорема 1 о радиусе сходимости степенного ряда.

Билет №16.

1. Определение нуля функции и его порядка.
2. Теорема: степенной ряд является рядом Тейлора своей суммой.

Билет №17.

1. Предел комплексной функции действительной переменной и ее производная.
2. Теорема Коши о представимости функции рядом Тейлора.

Билет №18.

1. Определение ряда Лорана и его составляющих.
2. Теоремы Лиувилля и Мореры.

Билет №19.

1. Определение непрерывности функции в точке и в области.
2. Теорема о единственности разложения в ряд Лорана.

Билет №20.

1. Определение дифференцируемой функции.
2. Теорема о разложении функции в ряд Лорана в кольце (вычисление коэффициентов правильной части).

Билет №21.

1. Определение вычета функции.
2. Теорема о разложении функции в ряд Лорана в кольце (вычисление коэффициентов правильной части).

Билет №22.

1. Виды целых функций.
2. Необходимое и достаточное условие устранимой особой точки на основе ряда Лорана.

Билет №23.

1. Определение мероморфной функции.
2. Необходимое и достаточное условие полюса (через нуль соответствующей функции).

Билет №24.

1. Определение целой функции.
2. Необходимое и достаточное условие полюса на основе ряда Лорана.

Билет №25.

1. Определение вычета в бесконечно удаленной точке.
2. Теорема Сохоцкого.

Билет №26.

1. Сфера комплексных чисел.
2. Теорема о вычислении вычета в бесконечно-удаленной точке.

Экзаменационные задачи.

1. Определить характер бесконечно удаленной особой точки и найти вычет в ней:

$$f(z) = z^3 \cos \frac{1}{z^2}.$$

2. Определить характер бесконечно удаленной особой точки и найти вычет в ней:

$$f(z) = \frac{z^2}{1 - z^2}.$$

3. Определить характер бесконечно удаленной особой точки и найти вычет в ней:

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{\operatorname{sh} z}.$$

4. Определить характер бесконечно удаленной особой точки и найти вычет в ней:

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{\operatorname{ch} z}.$$

5. Определить характер бесконечно удаленной особой точки и найти вычет в ней:

$$f(z) = \frac{e^z - 1}{\sin z}.$$

6. Разложить в ряд Лорана в окрестности точки $z = -2$:

$$f(z) = \frac{\sin z}{z + 2}.$$

7. Разложить в ряд Лорана в кольце.

$$f(z) = \frac{1}{(z - 5)(z - 3)}, \quad 3 < |z| < 5.$$

8. Разложить в ряд Лорана в кольце:

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + z}, \quad 1 < |z| < +\infty.$$

9. Разложить в ряд Лорана в кольце:

$$f(z) = \frac{1}{z^2 + 2z}, \quad 0 < |z| < 2.$$

10. Разложить в ряд Лорана в кольце:

$$f(z) = \frac{1}{4z^2 + z}, \quad 0 < |z| < \frac{1}{4}.$$

11. Найти вычеты в особых точках:

$$f(z) = \frac{\operatorname{tg} z}{z^2 - \frac{\pi}{4}z}.$$

12. Найти вычеты в особых точках:

$$f(z) = \frac{\sin z - z}{(1 - \cos 2z)^2}.$$

13. Найти вычеты в особых точках:

$$f(z) = \frac{\operatorname{sh} z}{z^2 - \frac{\pi}{4}z}.$$

14. Найти вычеты в особых точках:

$$f(z) = \frac{\operatorname{th} z}{z^2 - \frac{\pi}{4}z}.$$

15. Найти вычеты в особых точках:

$$f(z) = \frac{\operatorname{tg} z}{z^2 + \frac{\pi}{4}z}.$$

16. Вычислить с помощью вычетов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

17. Вычислить с помощью вычетов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)^2}.$$

18. Вычислить с помощью вычетов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2)^3}.$$

19. Вычислить с помощью вычетов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)^2}.$$

20. Вычислить с помощью вычетов:

$$\int_{|z|=\sqrt{3}} \frac{\sin \pi z}{z^2 - z} dz.$$

4. Оценочные материалы для проверки остаточных знаний (сформированности компетенций)

Список вопросов для оценки остаточных знаний

1. Сфера комплексных чисел. Области и границы.
2. Определение комплексной функции действительного и комплексного переменного. Однозначные и многозначные ветви.
3. Предел функции комплексного переменного.
4. Определение дифференцируемой функции. Определение функции, дифференцируемой в области и в точке.
5. Определение интегральных сумм для интеграла от ФКП. Определение интеграла.
6. Определение предела последовательности. Свойства.
7. Определение равномерной сходимости функционального ряда в комплексной области.
8. Стандартные разложения Тейлора.
9. Определение сходимости и абсолютной сходимости ряда в комплексной области..
10. Условия применения и формулы интегрирования по частям и замены переменных.

Информация о разработчиках

Гендрина Ирина Юрьевна, к.ф.-м.н., доцент, кафедра прикладной математики ИПМКН, доцент